cbPhysicsIa18.doc

**Physique basée sur le calcul infinitésimal I**

**Jeffrey W. Schnick**

Copyright 2005-2008, Jeffrey W. Schnick, licence Creative Commons 3.0 Attribution – Partage dans les Mêmes Conditions. Vous pouvez copier, modifier ou rediffuser cet ouvrage en vertu de la même licence à la condition d’en attribuer la paternité à l’auteur. Voir <http://creativecommons.org/>

***Table des matières***

*Ce livre est dédié à Marie, Sara et Natalie.*

[1 Prélude mathématique 2](#_Toc155256442)

[2 Conservation de l’énergie mécanique I : énergie cinétique et énergie potentielle gravitationnelle 10](#_Toc155256443)

[3 Conservation de l’énergie mécanique II : ressorts et énergie cinétique de rotation 18](#_Toc155256444)

[4 Conservation de la quantité de mouvement 20](#_Toc155256445)

[5 Conservation du moment cinétique 25](#_Toc155256446)

[6 Mouvement unidimensionnel (mouvement le long d’une ligne) : définitions et mathématiques 30](#_Toc155256447)

[7 Mouvement en une dimension : les équations de l’accélération constante 38](#_Toc155256448)

[8 Mouvement en une dimension : Collision de type II 42](#_Toc155256449)

[9 Graphiques de mouvement en une dimension 47](#_Toc155256450)

[10 Problèmes d’accélération constante en deux dimensions 51](#_Toc155256451)

[11 Vélocité relative 61](#_Toc155256452)

[12 Force gravitationnelle près de la surface de la Terre, premières expériences avec la   
deuxième loi de Newton 68](#_Toc155256453)

[13 Chute libre, ou mouvement d’un projectile 73](#_Toc155256454)

[14 Première loi de Newton : Utilisation des diagrammes de corps libre 78](#_Toc155256455)

[15 Deuxième loi de Newton : Types de forces, création de diagrammes de corps libre 85](#_Toc155256456)

[16 Troisième loi de Newton : Composantes, friction, rampes, poulies et fils 94](#_Toc155256457)

[17 La loi universelle de la gravitation 103](#_Toc155256458)

[18 Mouvement circulaire : Accélération centripète 110](#_Toc155256459)

[19 Variables de mouvement de rotation, accélération tangentielle et accélération   
angulaire constante 116](#_Toc155256460)

[20 Mouvement de couple et mouvement circulaire 123](#_Toc155256461)

[21 Vecteurs : Le produit vectoriel et le couple 131](#_Toc155256462)

[22 Centre de masse, moment d’inertie 141](#_Toc155256463)

[23 Statique 154](#_Toc155256464)

[24 Travail et énergie 161](#_Toc155256465)

[25 Énergie potentielle, conservation de l’énergie, puissance 170](#_Toc155256466)

[26 Impulsion et quantité de mouvement 179](#_Toc155256467)

[27 Oscillations : Introduction, masse sur un ressort 184](#_Toc155256468)

[28 Oscillations : Pendule simple, énergie dans le mouvement harmonique simple 196](#_Toc155256469)

[29 Ondes : Caractéristiques, types, énergie 201](#_Toc155256470)

[30 Fonction d’onde, interférences et ondes stationnaires 217](#_Toc155256471)

[31 Cordes, colonnes d’air 224](#_Toc155256472)

[32 Battements, l’effet Doppler 232](#_Toc155256473)

[33 Fluides : Pression, densité, principe d’Archimède 238](#_Toc155256474)

[34 Principe de Pascal, équation de continuité et principe de Bernoulli 246](#_Toc155256475)

[35 Température, énergie interne, chaleur et chaleur massique 256](#_Toc155256476)

[36 Chaleur : Changements de phase 261](#_Toc155256477)

[37 Le premier principe de la thermodynamique 265](#_Toc155256478)

# 1 Prélude mathématique

Vous trouverez sous le titre de chaque chapitre un conseil sur ce qui, selon moi, est l’erreur la plus courante commise par les étudiant.e.s lors de l’application   
de la matière du chapitre. J’inclus ces conseils pour que vous évitiez ces écueils. Voici donc le premier conseil : La réciproque de  n’est pas x + y. Faites l’essai en utilisant des nombres simples. Supposons que x = 2 et y = 4. Donc  et la réciproque de  est , ce qui de toute évidence n’est pas 6 (qui est la valeur que vous obtenez si vous supposez que   
la réciproque de  est 2+4). Alors quelle est la réciproque de ?

La réciproque de  est .

Ce document est un manuel de physique, et non de mathématiques. L’un des buts que   
nous voulons atteindre en suivant un cours de physique est d’accroître notre compétence en résolution de problèmes physiques, que ce soit des problèmes conceptuels comportant peu ou pas de mathématiques, ou des problèmes comportant des mathématiques. Dans un problème physique type, on vous donne une description d’un phénomène qui se passe dans l’univers, et vous devez découvrir et rédiger quelque chose de très précis sur ce qui arrive lorsque ce phénomène se produit. Et surtout, vous devez communiquer de façon claire, exhaustive et efficace comment vous en arrivez à votre conclusion, en vous basant sur la description du phénomène et sur les principes de base de la physique. Pour résoudre un problème physique type, vous devez : 1) vous représenter mentalement ce qui est décrit, qui est souvent une image en mouvement, 2) concevoir un problème mathématique approprié correspondant à l’image mentale que vous vous êtes faite, 3) résoudre le problème mathématique et 4) interpréter la solution du problème mathématique. La composante physique se trouve dans les étapes 1, 2 et 4. La composante mathématique se trouve dans l’étape 3 et ne représente qu’environ 25 % de la solution d’un problème physique type.

Vous vous demandez sans doute pourquoi nous commençons un manuel de physique par un chapitre sur les mathématiques. En fait, la matière couverte dans ce chapitre est de la matière sur les mathématiques que vous êtes supposé déjà connaître, mais que vous avez peut-être un peu oubliée. Et nous ne voulons pas que cela nuise à votre apprentissage de la physique. Nous allons donc revoir des notions de mathématiques que vous êtes déjà censé connaître afin que vous puissiez vous concentrer sur la physique proprement dite.

Même si nous insistons sur le fait qu’il s’agit d’un cours de physique plus que de mathématiques, il ne fait aucun doute que vous augmenterez vos connaissances en mathématiques si vous prenez ce cours au sérieux. Nous utiliserons les mathématiques comme un outil, et comme c’est toujours le cas, plus vous utilisez un outil, plus vous vous améliorez. Nous prévoyons que certaines notions mathématiques de ce manuel seront nouvelles pour vous. Ces notions vous seront présentées en fonction des besoins. Nous prévoyons que vous apprendrez et utiliserez certaines notions de calcul infinitésimal dans ce cours avant même de les voir dans un cours de mathématiques. (Le présent manuel s’adresse plus particulièrement aux étudiant.e.s qui n’ont jamais suivi de cours de physique ou de cours de calcul infinitésimal auparavant, mais qui sont inscrits dans un cours de calcul infinitésimal à l’heure actuelle. Ceux et celles qui ont déjà fait   
du calcul infinitésimal, de la physique ou les deux ont un avantage bien mérité.)

Deux points à retenir concernant la composante mathématique de vos solutions à des problèmes de physique ayant une composante mathématique :

1) Vous devez présenter une solution analytique claire et complète pour chaque problème, ce   
qui signifie que vous devrez manipuler des symboles (des lettres) plutôt que des chiffres.

2) Pour toute quantité physique, vous devez utiliser les symboles que les physiciens et les physiciennes utilisent par convention et/ou un symbole choisi pour clarifier votre solution. En d’autres termes, vous ne pouvez pas utiliser le symbole *x* pour représenter chaque inconnue.

Outre le calcul infinitésimal, voici certains des problèmes mathématiques que vous devez être en mesure de résoudre :

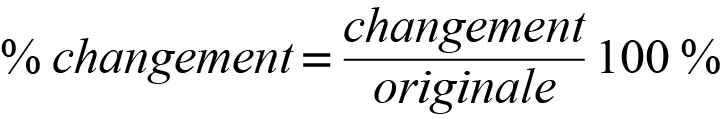
### Problèmes impliquant des variations en pourcentage

Un chariot se déplace sur un rail. Lorsqu’il passe dans un **capteur photoélectrique[[1]](#footnote-1)**, sa vitesse mesurée est de 3**,**40 m/s. Lorsqu’il passe dans un deuxième capteur photoélectrique, sa vitesse mesurée est de 3**,**52 m/s. Déterminez la variation en pourcentage de la vitesse du chariot.

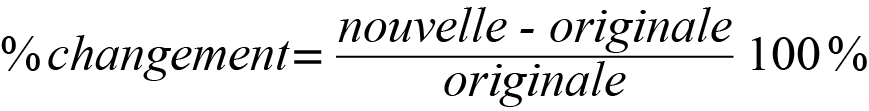
En toutes circonstances, la variation en pourcentage correspond à la variation divisée par la *valeur originale*, multipliée par 100 %. (Je mets volontairement l’accent sur « originale », car l’erreur la plus commune dans ce genre de problèmes est de diviser la variation par la mauvaise valeur.)

La variation de quantité est la *nouvelle valeur moins la valeur originale*. (L’erreur la plus courante dans le cas présent est d’inverser l’ordre des valeurs. Si vous avez oublié dans quel ordre doit se présenter l’équation, pensez à un problème simple dont vous connaissez la réponse, et déterminez dans quel ordre vous devez placer la valeur originale et la nouvelle valeur pour obtenir la bonne réponse. Par exemple, supposons que vous avez   
pris 2 kg cet été. Vous savez que la variation de votre poids est de +2 kg. Dans une situation où vous procédez par essais et erreurs, vous pouvez calculer la différence au plus de deux façons. Vous constaterez rapidement que c’est « la nouvelle valeur moins la valeur originale », soit «la valeur finale moins la valeur initiale », qui donne le bon résultat.)

Ceci dit, résolvons maintenant le problème

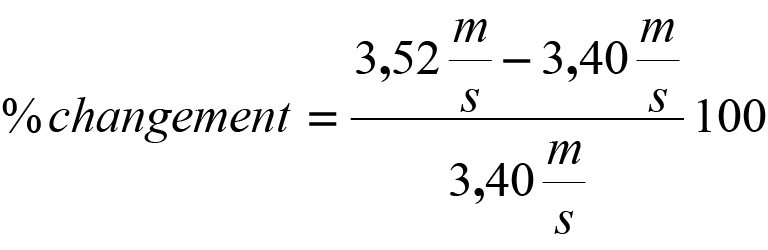
 (1-1)

En gardant à l’esprit que la variation correspond à la nouvelle valeur moins la valeur originale, nous avons

 (1-2)

S’il est tout à fait normal de mémoriser cette équation car elle correspond à un exemple familier, il est néanmoins recommandé d’essayer plutôt de la déduire en se servant du bon sens (plutôt que de votre mémoire).

En utilisant les valeurs de notre exemple, nous obtenons :





### Problèmes avec des triangles rectangles

Exemple 1-1 : La longueur du petit côté d’un triangle rectangle est désignée par *x* et celle de l’hypoténuse est désignée par **. Trouvez la longueur du grand côté et la   
valeur des deux angles autres que l’angle droit.

|  |  |
| --- | --- |
| Dessinez un triangle dont  Solution :  le plus petit côté est évident. | **  *ϕ*  *x*  *θ*  *y* |
| Théorème de Pythagore |  |
| Soustrayez des deux côtés de l’équation |  |
| Intervertissez l’ordre de l’équation |  |
| Extrayez la racine carrée  des deux côtés de l’équation |  |
|  |  |
| Par définition, le sinus de *θ* correspond au côté  opposé à *θ* divisé par l’hypoténuse |  |
| Utilisez l’arc-sinus des deux côtés  de l’équation pour isoler *θ* |  |
| Par définition, le cosinus de *ϕ* correspond au côté adjacent à *ϕ* divisé par l’hypoténuse |  |
| Utilisez l’arc-cosinus des deux côtés  de l’équation pour isoler *ϕ* |  |

Pour résoudre un problème comme celui qui précède, vous devez mémoriser les relations entre les côtés et les angles d’un triangle rectangle. Un **procédé mnémotechnique[[2]](#footnote-2)** pratique est de prononcer « SOHCAHTOA » en un seul mot.

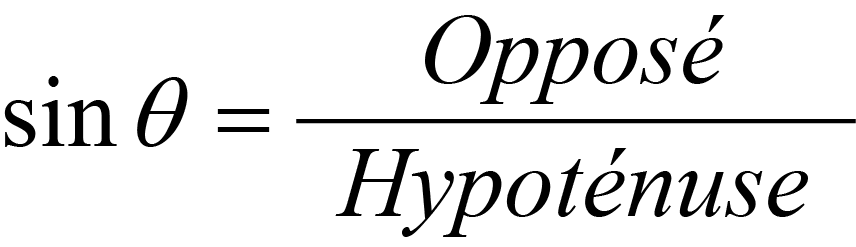
*θ*

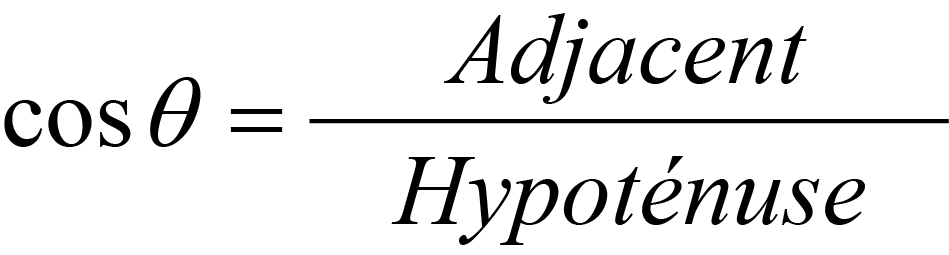
*Adjacent*

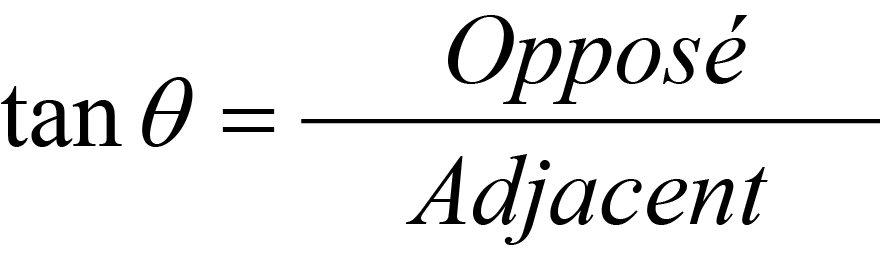
*Opposé*

*Hypoténuse*

En se reportant au graphique ci-dessus à droite :

SOH nous rappelle que :  (1-3)

CAH sous rappelle que : ** (1-4)

TOA nous rappelle que : ** (1-5)

***Points à retenir :***

1. L’angle *θ* n’est jamais l’angle à 90 degrés.

2. Les termes « opposé » et « adjacent » désignent les côtés par rapport à l’angle.   
Ainsi, le cosinus de *θ* correspond à la longueur du côté adjacent à *θ* divisé par   
la longueur de l’hypoténuse.

Vous devez également connaître les fonctions arc-sinus et arc-cosinus pour résoudre le problème en exemple ci-dessus. La fonction arc-sinus est l’inverse de la fonction sinus. La réponse à la question « Quel est l’arc-sinus de 0**,**44? » est : «L’angle dont le sinus est 0,44. » Il y a un bouton arc-sinus sur votre calculatrice, habituellement appelé sin-1, pour « arc-sinus ». Pour l’utiliser, vous devrez probablement appuyer sur la touche d’inversion ou la touche de deuxième fonction de votre calculatrice.

Une fonction inverse annule l’action d’une fonction. Par conséquent :

 (1-6)

De plus, la fonction sinus est l’inverse de la fonction arc-sinus et la fonction cosinus est l’inverse de la fonction arc-cosinus. En ce qui concerne ce qui précède, cela signifie que :

 (1-7)

### Problèmes avec la formule quadratique

Avant la formule quadratique vient l’équation quadratique. La formule quadratique est la solution à l’**équation quadratique** :

 (1-8)

où :

*x* est la variable dont on cherche la valeur, et

*a*, *b* et *c* sont les constantes

Le but est de trouver la valeur de *x* de façon à ce que le côté gauche de l’équation soit égal à 0. Cette valeur est obtenue par la **formule quadratique**suivante :

 (1-9)

qui se lit ou se dit comme suit :

« *x »* égale moins « b », plus ou moins la racine carrée de « b » au carré

moins quatre fois « a » « c », **sur** deux « a ».

Donc, comment savoir quand vous devez utiliser la formule quadratique? Il y a de fortes chances que vous ayez à l’utiliser si le carré de la variable que vous cherchez à résoudre se trouve dans l’équation que vous êtes en train de résoudre. Lorsque c’est le cas, effectuez les étapes de calcul algébrique nécessaires pour que les termes de l’équation soient organisés comme dans l’équation 1-8 ci-dessus. Si c’est impossible, il ne faut alors pas utiliser la formule quadratique. Notez que dans l'équation quadratique, vous avez un terme avec la variable à la deuxième puissance, un terme avec la variable à la première puissance et un terme avec la variable à la puissance zéro   
(le terme constant). S’il y a des variables avec d’autres puissances, comme la puissance un demi (la racine carrée) ou la troisième puissance, alors la formule quadratique ne s’applique pas. Si l'équation comprend des termes supplémentaires dans lesquels la variable dont on recherche la valeur apparaît comme l'argument d'une fonction spéciale telle que la fonction sinus ou la fonction exponentielle, la formule quadratique ne s'applique pas. Supposons maintenant qu’il y ait un terme au carré et que vous puissiez organiser l’équation que vous tentez de résoudre sous la forme de l’équation 1-8 ci-dessus, mais que *b* ou *c* soit égal à zéro. Dans ce cas, vous pouvez utiliser la formule quadratique, mais une telle utilisation est inutile. Si c dans l’équation 1-8 ci-dessus est égal à zéro, alors l’équation est réduite à :



La façon simple de résoudre ce problème est de reconnaître qu'il y a au moins un *x* dans chaque terme, et de factoriser *x,* ce qui donne :



Ensuite, vous devez admettre que le produit de deux multiplicandes est zéro si l’un ou l’autre des multiplicandes est égal à zéro. Par conséquent, si on donne la valeur zéro à l’un ou l’autre des multiplicandes et qu’on résout la valeur de *x*, on obtient la solution. Ici, les deux multiplicandes contiennent *x*, alors il y a deux solutions à

l’équation. Le deuxième multiplicande dans  étant *x* lui-même, alors

*x*= 0

est une solution à l’équation. Si on dit que le premier terme égale zéro, alors :







Supposons maintenant que le *b* dans l’équation quadratique  (équation 1-8) a la valeur zéro. Dans ce cas, l’équation quadratique est réduite à ce qui suit :



Cette équation peut facilement être résolue sans avoir recours à la formule quadratique, comme suit :







Notons que nous soulignons le fait qu’il y a deux racines carrées pour chaque valeur en plaçant un signe plus ou moins devant le radical.

À présent, si, en organisant une équation donnée sous forme d’*équation quadratique* (équation 1-8) :



vous constatez que *a*, *b* et *c* sont tous différents de zéro, vous devez alors utiliser la formule quadratique. Nous présentons ci-après un exemple de problème dont la solution implique le recours à la formule quadratique :

Exemple 1-2**: Exemple de problème avec formule quadratique**

Si

 (1-10)

trouvez la valeur de *x*.

Au premier coup d’œil, cette équation ne semble pas être une équation quadratique, mais à mesure que nous isolons *x* (nous devons toujours tenter d’isoler *x*, car une fois que *x* est tout seul du côté gauche de l’équation, et qu’il ne reste plus de *x* du côté droit, nous avons trouvé la valeur de *x*), nous nous rendons rapidement compte qu’il s’agit bel et bien d’une équation quadratique.

Chaque fois qu’il y a une inconnue dans le dénominateur d’une fraction, la première chose à faire est d’isoler cette inconnue en multipliant les deux côtés de l’équation par le dénominateur. Dans le cas présent, le résultat est le suivant :



La multiplication du côté gauche de l’équation donne :



À ce point, il est clair que nous avons affaire à une équation quadratique. Notre but est donc d’obtenir la forme standard de l’équation quadratique (voir l’équation 1-8), soit : . En combinant les termes contenant *x* à gauche et en réorganisant l’ordre des termes, nous obtenons



En soustrayant 24 des deux côtés, nous obtenons



qui correspond à la forme standard de l’équation quadratique. Il ne nous reste qu’à utiliser la méthode d’inspection pour déterminer quelles valeurs dans notre équation correspondent aux *a*, *b* et *c* qui apparaissent dans l’équation quadratique standard  (équation 1-8). Dans le cas présent, la constante qui multiplie *x*2 est 1, même si ce n’est pas explicitement écrit. Donc, *a*= 1, *b*= 4 et *c*= −21.

En substituant ces valeurs aux constantes dans la formule quadratique (équation 1-9)



nous obtenons :



ce qui donne :

, 

comme solution au problème. Pour faire une vérification rapide, nous pouvons remplacer chacune de ces valeurs dans l’équation originale (équation 1-10) :



et nous constatons que chaque substitution conduit à une identité. (Une identité est une équation dont la validité est évidente, comme 6 = 6.)

Ce chapitre n’aborde pas tout le contenu mathématique qui ne relève pas du domaine du calcul infinitésimal que vous verrez dans ce cours. J’ai voulu que ce chapitre soit court pour que vous puissiez avoir le temps de le lire au complet. Si vous maîtrisez les concepts abordés dans ce chapitre (ou si vous rafraîchissez des connaissances déjà acquises au secondaire), vous êtes sur la bonne voie pour comprendre tout le contenu mathématique autre que le calcul infinitésimal dont vous avez besoin dans le cadre de ce cours. Remarque : À la fin du cours de physique, vous devrez avoir lu ce manuel au complet. La lecture des concepts de physique qui sont nouveaux pour vous est censée prendre du temps. Lorsqu’il est question de *lecture* dans ce contexte, nous voulons dire *lire en comprenant la matière*. Quand on lit un texte de physique, il faut non seulement lire et relire, mais il faut également prendre le temps de comprendre les schémas et les développements mathématiques, et aussi comprendre le sens des mots utilisés. La méthode que j’utilise est la suivante : je lis un chapitre tout d’un trait, à la même vitesse que je lirais un roman, en emmagasinant le plus que je peux au cours de cette première lecture mais sans me laisser ralentir. Ensuite, je prends vraiment le temps de relire. Lors de ma deuxième lecture, je fais des pauses pour réfléchir, j’étudie les schémas et j’analyse les phrases, je cherche des mots dans le dictionnaire et je résous les exemples avec crayon et papier à mesure que j’avance. J’essaie de ne pas passer au prochain paragraphe avant d’avoir bien compris le paragraphe que je suis en train de lire. La première lecture a peu de valeur en soi, mais lors de la deuxième lecture, elle est extrêmement utile pour m’aider à comprendre dans quelle direction va l’auteur.

# 2 Conservation de l’énergie mécanique I : énergie cinétique et énergie potentielle gravitationnelle

Pour s’assurer que les étudiant.e.s peuvent démontrer qu’ils comprennent ce qui se passe et peuvent raisonner de la bonne façon sans avoir à passer trop de temps sur l’aspect mathématique d’un problème, les professeurs de physique leur donnent souvent des problèmes de conservation de l’énergie, car d’un point de vue mathématique, ils sont très faciles à résoudre. Une image « avant et après » illustrant correctement la configuration et l’état du mouvement à chacun de deux moments bien choisis dans le temps est essentielle pour assurer une bonne compréhension. Autres éléments presque aussi importants que l’image : une explication du reste de la solution conceptuelle et mathématique du problème, en commençant par un énoncé sous forme d'équation démontrant que l'énergie dans l'image « avant » est égale à l'énergie dans l'image « après », suivie d’une solution analytique et, si des valeurs numériques sont fournies et seulement après avoir obtenu la solution analytique, de la substitution des valeurs par des unités, de l'évaluation et de l'enregistrement du résultat. Le problème, à cette étape du cours, est que les étudiant.e.s sont souvent d’avis que la réponse finale a plus d’importance que la communication du raisonnement qui conduit à la réponse. De plus, les problèmes choisis sont souvent si faciles que les étudiant.e.s peuvent souvent trouver la bonne réponse sans bien comprendre ou communiquer le raisonnement qui explique la réponse. Les étudiant.e.s ont une mauvaise surprise lorsqu’ils se rendent compte que des bonnes réponses leur rapportent peu ou pas de crédits s’ils ne fournissent pas également une bonne image « avant et après » et une explication écrite claire du reste de la solution qui commence par les premiers principes, qui est cohérente avec l’image « avant et après », et qui conduit de façon logique et sans omettre d’étapes à la bonne réponse. Il faut noter que les étudiant.e.s qui s’efforcent par eux-mêmes de communiquer clairement l’entièreté des solutions pour chaque problème assigné en devoir sont beaucoup plus susceptibles de réussir lors des examens que ceux et celles qui ne font « qu’essayer d’arriver à la bonne réponse » dans leurs devoirs.

### Énergie mécanique

L’énergie se définit comme une quantité physique transférable que possède un objet. Si on transfère de l’énergie à une particule physique au repos, la valeur du changement de vitesse   
de cette particule est un indicateur de la quantité d’énergie transférée. L’unité utilisée pour quantifier l’énergie est le joule (symbole : J). On ne peut mesurer directement l’énergie. Toutefois, lorsqu’il y a un transfert d’énergie vers un objet ou à partir d’un objet, une ou plusieurs caractéristiques mesurables de cet objet changent, de sorte que l’on peut utiliser la valeur mesurée de cette caractéristique ou de ces caractéristiques (en combinaison avec une ou plusieurs caractéristiques comme la masse qui ne changent pas de manière mesurable) pour déterminer la quantité d’énergie transférée. On catégorise souvent l’énergie en fonction de la caractéristique mesurable qui change lorsqu’il y a un transfert d’énergie. En d’autres mots,   
nous catégorisons l’énergie selon la façon dont elle se manifeste à nous. Ainsi, lorsque la caractéristique mesurable est la température, nous appelons cette énergie « énergie thermique »; lorsque la quantité mesurable est la vitesse, il s’agit alors d’énergie cinétique. Bien que l'on puisse affirmer qu'il n'existe qu'une seule forme ou sorte d'énergie, dans le jargon de la physique, nous appelons l'énergie en fonction de la manière ou de la forme selon laquelle l’énergie se révèle (p. ex. énergie thermique, énergie cinétique). Dans les processus physiques, il arrive souvent que la façon dont l’énergie se révèle change. Lorsque cela se produit, nous disons   
que cette énergie passe d’une forme à une autre.

L’*énergie cinétique* est l’énergie du mouvement. Un objet au repos ne bouge pas; il n’a donc pas d’énergie cinétique. L’énergie cinétique *K* d’un objet rigide non rotatif en mouvement dépend de la masse *m* et de la vitesse **  de l’objet, **comme suit**[[3]](#footnote-3) :

(2-1)

La masse *m* d’un objet correspond à la mesure de l’inertie de l’objet, soit la tendance inhérente de l’objet à maintenir une vitesse constante. L’inertie d’un objet est la force qui fait qu’il est difficile de faire bouger l’objet en question. Les termes « masse » et « inertie » veulent dire la même chose. De façon générale, les physiciens et les physiciennes utilisent le terme « inertie » lorsqu’ils parlent de la propriété d’un objet en termes conceptuels généraux, et le terme « masse » lorsqu’ils attribuent une valeur au mot ou qu’ils l’utilisent dans une équation.   
L’unité de masse est le kilogramme (symbole : kg). La vitesse ** est mesurée en mètres par seconde (symbole : m/s). Examinez les unités dans l’équation 2-1 :

À gauche de l’équation, l’énergie cinétique est exprimée en joules. À droite de l’équation, nous avons le produit de la masse et de la vitesse au carré. Les unités à droite sont donc ** et nous pouvons en déduire qu’un joule équivaut à *.*

**L’*énergie potentielle*** est un type d’énergie qui dépend de l’arrangement de la matière. Ici, nous nous penchons sur un type d’énergie potentielle :

L’*énergie potentielle gravitationnelle* **d’un objet**[[4]](#footnote-4) proche de la surface de la Terre est l’énergie que l’objet possède parce qu’il se trouve « en hauteur » au-dessus d’un niveau de référence comme le sol, un plancher ou une table (par rapport à l’énergie potentielle gravitationnelle que l’objet possède lorsqu’il se trouve au niveau de référence que je viens de mentionner). Lorsqu’il s’agit de caractériser l’énergie potentielle gravitationnelle d’un objet, il est important de préciser ce que l’on utilise comme niveau de référence. Lorsqu’on utilise le concept d'énergie potentielle gravitationnelle proche de la surface de la Terre pour résoudre un problème de physique, on est libre de choisir le niveau de référence qu’on veut, mais il est important de s'en tenir à un seul et même niveau de référence tout au long du problème. L’énergie potentielle gravitationnelle relative *Ug* d’un objet près de la surface de la Terre dépend de la hauteur de l’objet *y* au-dessus du niveau de référence choisi, de la masse *m* de l’objet, et de la magnitude *g* du champ gravitationnel terrestre, qui a approximativement la même valeur partout près de la surface de la Terre, comme suit :

(2-2)

Dans l’équation , le N signifie newtons, l’unité de la force. (La force est une poussée ou une traction permanente.) Puisqu’il s’agit d’une énergie, les unités de *Ug* sont des joules, et les unités du côté droit de l’équation 2-2 sont des newtons multipliés par des mètres, la hauteur *y* étant désignée en mètres. Un joule est donc un newton-mètre. Ci-dessus, nous avons démontré qu’un joule équivaut à *.* Puisqu’un joule est aussi un newton-mètre, alors un newton équivaut à .

### Un cas particulier de conservation de l’énergie mécanique

L’énergie est très pratique pour faire des prédictions au sujet de processus physiques car elle ne peut jamais être créée ni détruite. Pour emprunter au vocabulaire de l'économie, cela signifie que faire des prédictions au sujet de processus physiques est une simple affaire de comptabilité. Par exemple, supposons que pour faire une telle prédiction, nous créons une enceinte imaginaire pour enfermer une partie de l’univers. Dans ce cas, tout changement à la quantité totale d’énergie à l’intérieur de l’enceinte correspondra exactement à l’énergie transférée à travers l’enceinte. Si l’énergie totale à l’intérieur de l’enceinte augmente de Δ*E*, cette même quantité précise d’énergie *ΔE* doit avoir été transférée de l’extérieur vers l’intérieur de l’enceinte. Et si l’énergie totale à l’intérieur de l’enceinte diminue de Δ*E*, cette même quantité précise d’énergie Δ*E* doit avoir été transférée de l’intérieur vers l’extérieur de l’enceinte. Curieusement, même si nous comptabilisons l’énergie d’un espace très circonscrit, nous ne connaissons que rarement, voire jamais, la quantité totale d’énergie qu’il contient. Suivre les changements qui y surviennent suffit. Ce qui complique la tâche, c’est que l’énergie peut se manifester d’une foule de manières (c’est ce qu’on appelle les différentes « formes » d’énergie). Aucun compteur ne permet encore de déterminer la quantité d’énergie dans une enceinte donnée, mais pour certains processus, il est relativement facile de la comptabiliser. Par exemple, il est assez simple de le faire lorsqu’il n’y a pas (ou très peu) de transfert d’énergie vers l’intérieur ou vers l’extérieur de l’espace qui nous intéresse, de même que lorsque peu de formes d’énergie font l’objet de changements.

Les deux types d’énergie susmentionnés, soit l’énergie cinétique d’un objet rigide non rotatif et l’énergie potentielle gravitationnelle, sont deux exemples d’énergie mécanique (à ne pas confondre avec l’énergie thermique). Dans certaines conditions, l’énergie mécanique totale d’un système d’objets reste la même, que la configuration des objets évolue ou non. Il s’agit là d’un cas particulier du principe plus général de conservation de l’énergie. L’énergie mécanique totale d’un système ne change pas dans les situations suivantes :

1) Aucune énergie n’est transférée vers ou depuis l’environnement.

2) Aucune forme d’énergie n’est convertie en une autre forme (p. ex. l’énergie thermique).

Penchons-nous maintenant sur quelques exemples d’*évolution* de l’énergie mécanique totale   
d’un système :

***Cas no1***

*On lâche une pierre à hauteur d’épaule. La pierre touche le sol, puis s’arrête complètement.*

Dans cette situation, le « système d’objets » se limite à la pierre. À mesure qu’elle tombe, l’énergie potentielle gravitationnelle diminue. Ainsi, l’énergie cinétique de la pierre doit donc constamment augmenter pour que l’énergie totale reste la même. Au moment de la collision avec le sol, une partie de l’énergie cinétique acquise par la pierre lors de sa chute dans l’espace est transférée au sol. Le reste est converti en énergie thermique et en énergie sonore. Aucune des deux conditions requises pour que l’énergie mécanique totale du système reste la même (l’absence de transfert et l’absence de transformation d’énergie) n’est remplie. Une équation établissant que l’énergie mécanique initiale de la pierre (au moment où elle est lâchée) est   
égale à l’énergie mécanique finale de cette dernière (une fois au sol) serait donc erronée.

L’idée d’une quantité totale d’énergie mécanique invariable peut-elle s’appliquer à un objet en chute libre? La réponse est *oui*. Les difficultés associées au processus précédent sont survenues au moment de la collision avec le sol. On peut s’appuyer sur l’idée d’une quantité totale d’énergie mécanique invariable pour décrire la pierre *si* l’examen de cette pierre prend fin avant qu’elle touche le sol.   
Par exemple, étant donné la hauteur à partir de laquelle on l’a lâchée, ce principe peut permettre de déterminer la vitesse de la pierre juste avant qu’elle n’entre en contact avec le sol. À cet instant, la pierre n’a pas encore touché le sol, mais elle le fera dans un laps de temps trop court pour être mesuré; nous pouvons donc l’ignorer. La pierre est si près du sol que la distance qui la sépare de celui-ci est trop courte pour être mesurée; nous pouvons donc l’ignorer. Elle est également si près du sol que la vitesse supplémentaire gagnée en poursuivant sa chute est trop faible pour être mesurée; nous pouvons donc l’ignorer. Dans le cadre de *ce processus en particulier*, la quantité totale d’énergie mécanique ne fait l’objet d’aucun changement. Par conséquent, une équation établissant que l’énergie mécanique initiale de la pierre (au moment où elle est lâchée) est égale à l’énergie mécanique finale de cette dernière (au moment précédant la collision) *serait* tout à fait juste.

***Cas no2***

*Un bloc glisse le long d’un trottoir. Il n’est en contact avec aucune autre surface.*

La quantité totale d’énergie mécanique subit des changements en raison des frottements entre   
le bloc et le trottoir. Chaque fois qu’il y a des frottements, l’énergie mécanique est convertie en énergie thermique. La quantité totale d’énergie mécanique après le glissement est donc différente de la quantité totale d’énergie mécanique avant le glissement.

### Application du principe de conservation de l’énergie au cas particulier d’un système à énergie mécanique invariable

Lorsqu’on applique le principe de conservation de l’énergie au cas particulier d’un système à énergie mécanique invariable, l’équation doit établir que la quantité totale d’énergie mécanique d’un objet ou d’un système à un instant donné correspond à sa quantité totale d’énergie mécanique à un autre instant donné. Pour réussir l’équation, il faut choisir correctement ces deux instants. Le principe s'applique à toutes les paires d'instants de l'intervalle de temps pendant lequel l'énergie n'est ni transférée vers l’intérieur ou vers l’extérieur du système ni transformée en énergie non mécanique. On définit les conditions du premier instant en établissant l’état de la « situation initiale », puis celles du second instant en établissant l’état de la « situation finale ». Lorsqu’on applique le principe de conservation de l’énergie au cas particulier d’un système à énergie mécanique invariable, l’équation doit établir que la quantité totale d’énergie mécanique de la situation initiale correspond à la quantité totale d’énergie mécanique de la situation finale. (Dans les deux cas, la quantité « totale » d’énergie mécanique en question correspond à la quantité d’énergie que possède le système par rapport à l’énergie mécanique qu’il posséderait si tous les objets étaient immobiles au niveau de référence.) Pour y parvenir, nous devons d’abord dessiner un croquis de la situation initiale, puis celui de la situation finale. Ainsi, la première ligne de la solution d’un problème portant sur une quantité   
totale d’énergie mécanique invariable se lit toujours comme suit :

*Énergie initiale = Énergie finale*  (2-3)

Nous pouvons aussi rédiger cette première ligne de différentes façons à l’aide de symboles :

 ou  ou  (2-4)

Dans les deux premières versions, nous utilisons des indices pour distinguer l’énergie initiale de l’énergie finale. Elles doivent se lire comme suit : *« E indice un égale E indice deux »* et *« E indice i égale E indice f »*. Dans ce dernier cas, les symboles « i » et « f » signifient « initiale »   
et « finale ». Dans la version finale, le symbole prime est ajouté à la variable *E* pour distinguer l’énergie finale de l’énergie initiale. La dernière équation doit se lire comme suit : *« E égale E prime »*. (En mathématiques, on utilise parfois le symbole prime pour distinguer une variable d’une autre ou pour désigner la dérivée par rapport à *x*. Dans le présent manuel, on ne l’utilise toutefois en aucun cas pour désigner la dérivée.) Dans l’exemple suivant, on a recours à la fois à des variables primées et à des variables non primées :

Exemple 2-1 : On lâche une pierre à partir d’une hauteur de 1**,**6 mètres. Quelle est la vitesse de sa chute juste avant qu’elle n’entre en contact avec le sol?

***Solution* :** La situation initiale doit correspondre à l’instant où la pierre amorce sa chute.   
Nous connaissons déjà les conditions de cet instant : « lâcher » indique que la pierre a amorcé   
sa chute à partir d’un état d’immobilité; la vitesse initiale est donc de zéro. Nous savons aussi quelle est la hauteur initiale de la pierre. La situation finale, maintenant, doit correspondre au tout dernier instant avant que la pierre touche le sol, puisque la question porte sur une condition (la vitesse) à cet instant précis.

SITUATION FINALE

SITUATION INITIALE

Pierre de masse *m*

** = 0

**′ = ?

*y* = 1**,**6 m

Niveau de référence

0 (au niveau du sol)

0 (état d’immobilité)

Comme vous pouvez le constater, aucun indice *g* (pour « gravitationnel ») n’a été ajouté aux variables *U* et *U*′. Lorsqu’il n’y a qu’un seul type d’énergie potentielle, il n’est pas nécessaire d’ajouter un indice pour le distinguer d’autres types d’énergie.

L’unité 1 newton (abréviation : 1 N) correspond à la formule **. Par conséquent, la magnitude du champ gravitationnel près de la surface de la Terre peut également être représentée par la formule , comme nous l’avons fait dans notre exemple sur les unités.

La solution présentée montre les étapes que doivent suivre les étudiant.e.s pour résoudre les problèmes de physique. En cas d’évaluation, c’est la solution qu’on évalue, et pas seulement la réponse finale. Vous trouverez ci-après la liste des exigences générales pour la rédaction de solutions, en fonction du problème donné en exemple :

1. Dessiner un croquis (dans notre exemple, la situation initiale et la situation finale).

Commencez chaque solution par un ou plusieurs croquis en lien avec le problème posé. Profitez-en pour définir les symboles et, selon le cas, pour leur attribuer des valeurs. Le croquis vous aide à résoudre le problème et à communiquer votre solution à la personne qui vous lit. Chaque croquis représente une configuration à un *instant* donné, et non un processus qui s’étend sur un intervalle de temps.

2. Formuler l’équation conceptuelle (dans notre exemple, ).

3. Remplacer les quantités indiquées dans l’équation conceptuelle par des représentations plus précises de ces quantités; répéter cette étape au besoin.

Dans notre exemple, on remplace la variable *E*, qui représente l’énergie mécanique totale initiale, par « ce à quoi elle correspond », à savoir la somme de l’énergie cinétique et de l’énergie potentielle initiales de la pierre, . Sur la même ligne, on remplace la variable  par ce à quoi elle correspond, à savoir la somme de l’énergie cinétique et de l’énergie potentielle finales, **. On biffe les quantités qui sont manifestement nulles,   
et on n’en tient pas compte aux étapes subséquentes.

On procède ensuite de la même façon à la ligne suivante () : on remplace l’énergie potentielle gravitationnelle initiale, *U*, par ce à quoi elle correspond, à savoir *mgy*. À droite, on remplace l’énergie cinétique finale par ce à quoi elle correspond, à savoir . Vous trouverez dans le schéma la définition de la variable *m* qui figure à cette étape.

4. Résoudre le problème de manière algébrique. Les étudiant.e.s doivent résoudre le problème en manipulant les symboles de manière algébrique plutôt qu’en leur substituant des valeurs, et éviter de les évaluer dès cette étape.

Les professeur.e.s de physique de niveau universitaire demandent à leurs étudiant.e.s   
de procéder de cette façon pour les raisons suivantes :

a) Les professeur.e.s de physique de niveau universitaire ont la tâche de doter leurs étudiant.e.s d’une capacité de raisonnement abstrait de haut niveau, au-delà des chiffres. Pour l’acquérir, les étudiant.e.s doivent résoudre les problèmes de manière algébrique, à partir de symboles.

b) On attend des étudiant.e.s qu’ils ou elles sachent résoudre des problèmes généraux nécessitant de traiter des quantités bien qu’aucune valeur concrète n’a été donnée. Bien souvent, les solutions à ce type de problèmes alimentent des programmes informatiques dont l’objectif est d’obtenir des résultats pour plusieurs valeurs différentes de « quantités connues ». Des valeurs concrètes ne sont alors attribuées aux quantités connues qu’une fois que la personne qui utilise le programme les a saisies (en d’autres mots, bien après la résolution du problème algébrique).

c) On peut résoudre facilement beaucoup de problèmes plus complexes que l’exemple présenté en recourant à une méthode algébrique et des symboles. L’expérience démontre que les étudiant.e.s qui ont l’habitude de remplacer les symboles par des valeurs numériques dès les premières étapes ne parviennent généralement pas à résoudre   
les problèmes complexes.

Dans notre exemple, la solution algébrique commence à la ligne . Dans la solution fournie, on a éliminé les variables *m* qui figurent des deux côtés (c’est l’étape algébrique). Il n’aurait *pas* été possible d’en arriver à une réponse numérique en *conservant* les variables *m*, puisqu’aucune valeur n’a été fournie. Les deux lignes suivantes indiquent les autres étapes à suivre pour obtenir la vitesse finale de manière algébrique. À la dernière ligne de la solution algébrique (dans notre exemple, ), la quantité à résoudre est toujours isolée du côté *gauche* de l’équation. Celle-ci indique que la quantité à résoudre est égale à une expression composée exclusivement de quantités connues (cette expression se trouve à droite). Si des quantités inconnues (et tout particulièrement la quantité recherchée) figurent dans l’expression du côté droit de l’équation, c’est que la solution algébrique est incomplète. Il n’est pas très courant de formuler l’équation dans l’ordre inverse (p. ex. ). Par conséquent, une telle équation serait refusée. Si votre solution algébrique mène à ce type de formule, rédigez l’équation dans l’ordre approprié sur une autre ligne.

5. Remplacer les symboles par des valeurs numériques accompagnées d’unités (dans notre exemple , les unités correspondent aux unités de mesure ** et m).

Ne faites aucun calcul à cette étape. Copiez simplement la solution algébrique en remplaçant les symboles représentant les quantités connues par des valeurs numériques accompagnées d’unités. Au besoin, utilisez des parenthèses et des crochets pour plus de clarté.

6. Rédiger la réponse finale *avec les unités* (dans notre exemple, ).

Effectuez les évaluations numériques directement sur votre calculatrice ou sur du papier brouillon. À l’étape précédente comme à celle-ci, vous ne pouvez encombrer la solution de calculs arithmétiques et de réponses provisoires. Déterminez les unités et indiquez-les dans   
la réponse finale. Il *est* utile d’indiquer quelques étapes de votre calcul. Dans des cas simples, toutefois, vous pouvez très bien calculer mentalement les *unités* (mais pas les solutions algébriques). Dans notre exemple, on peut facilement voir qu’en prenant la racine carrée   
du produit de ** et m, on obtient *.* Il est donc inutile d’ajouter des étapes.

# 3 Conservation de l’énergie mécanique II : ressorts et énergie cinétique de rotation

*Lorsqu’il est question de ressorts, une erreur courante consiste à utiliser la longueur d’un ressort étiré alors qu’il faut plutôt utiliser l’étirement en tant que tel. Étant donné la longueur d’un ressort étiré, il faut, pour obtenir l’étirement, y soustraire   
la longueur du ressort lorsqu’il n’est pas comprimé ni étiré.*

***L’énergie potentielle d’un ressort***correspond à l’énergie potentielle emmagasinée dans un ressort comprimé ou étiré. L’énergie du ressort dépend de la rigidité de ce dernier, ainsi que de l’ampleur de l’étirement ou de la compression. La rigidité du ressort se caractérise par la *constante de rappel* du ressort, *k* (c’est ce qu’on appelle aussi la *constante du ressort*). Plus le ressort est rigide, plus la valeur de la variable *k* est élevée. On utilise généralement le symbole *x* pour caractériser la compression ou l’étirement d’un ressort. Il ne s’agit pas de la longueur du ressort étiré ou comprimé, mais plutôt de   
la différence entre cette dernière et la longueur du ressort lorsqu’il n’est ni étiré ni comprimé. La quantité d’énergie *U*S emmagasinée dans un ressort avec une constante de rappel (constante du ressort) *k* qu’on a soit étiré de *x*, soit comprimé de *x* correspond à la formule suivante :

 (3-1)

***L’énergie cinétique de rotation*** correspond à l’énergie d’un objet qui est générée par le mouvement de rotation de ce dernier. Lorsqu’un objet tourne, chaque élément de matière qui le compose se déplace dans un cercle (à l’exception des éléments qui se trouvent sur l’axe de rotation). Par conséquent, chaque élément de matière qui compose l’objet possède une certaine énergie cinétique ; le symbole **  correspond à la vitesse de l’élément de matière et la variable *m*, à sa masse. Dans le cas d’un objet qui ne fait que tourner, l’objet lui-même ne va nulle part; il n’y a donc pas de vitesse. Les différents éléments de masse qui composent l’objet, eux, ont des vitesses différentes.   
Il n’y a donc pas de vitesse unique **  à notre disposition, ce qui signifie qu’on ne peut pas représenter la vitesse de l’objet dans notre bonne vieille équation de l’énergie cinétique . On peut exprimer comme suit la quantité d’énergie cinétique d’un objet attribuable à sa rotation :

(3-2)

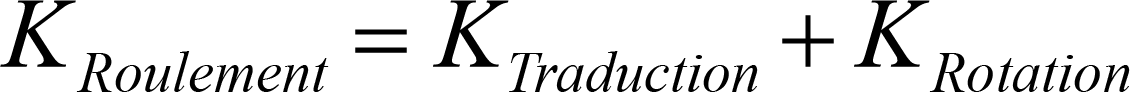
La lettre grecque oméga ** (surtout pas « double v») représente la magnitude de la vitesse angulaire de l’objet. Le symbole  représente quant à lui le moment d’inertie (l’inertie rotationnelle) de l’objet. La magnitude de la vitesse angulaire de l’objet correspond à la vitesse de rotation de l’objet; le moment d’inertie de l’objet permet de déterminer la tendance naturelle de l’objet à tourner à un rythme constant. Plus le moment d’inertie d’un objet est important, plus il est difficile de modifier la vitesse de rotation.

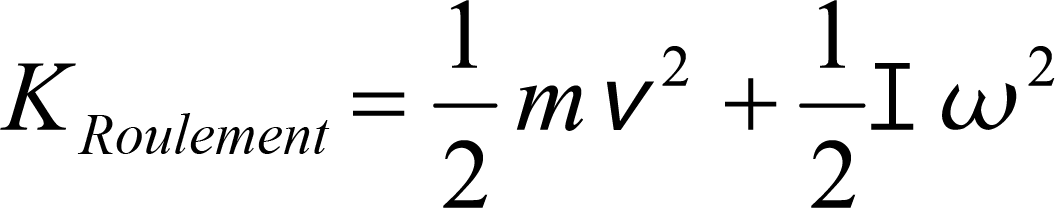
On mesure la magnitude de la vitesse angulaire, le taux de rotation **, en radians par seconde.   
Le radian est une unité d’angle, et un angle est la fraction d’une rotation. Par conséquent, une unité d’angle correspond à la fraction d’une rotation. Disons que l’on divise une rotation en 360 parties. Chaque partie correspond alors à ** d’une rotation (on désigne ces parties sous le nom de degrés). Dans le cas d’une mesure en radians, on divise la rotation en 2π parties, que l’on désigne cette fois sous le nom de radians. Un radian correspond donc à **d’une rotation. Comme un angle correspond à la fraction d’une rotation, il s’agit en réalité d’un nombre pur.   
Le mot « radian » (symbole : rad) rappelle le nombre de parties en lesquelles la rotation a été divisée; il ne s’agit pas d’une unité en tant que telle. Lors du calcul des unités dans les cas qui impliquent des radians, on peut tout simplement effacer le mot « radian ». Ce n’est pas le cas   
des unités réelles, comme les mètres ou les joules.

Le moment d’inertie  se mesure en . Les unités indiquées du côté droit de l’équation 3-2, , correspondent donc à ** . En partant du fait que le radian n’est pas une véritable unité, on peut simplement supprimer les unités . On ne conserve ainsi que les unités **, une combinaison qui, comme on le sait, correspond à un joule. En effet, la quantité indiquée du côté gauche de l’équation (l’équation 3-2) correspond à une   
forme d’énergie.

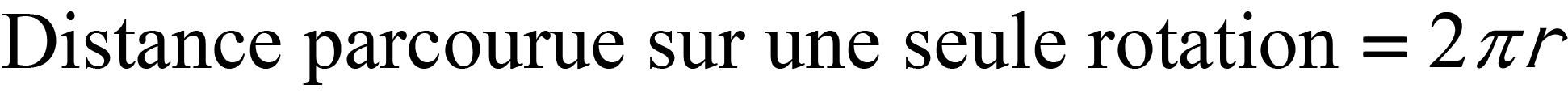
### Énergie de roulement

Un objet qui roule est à la fois en mouvement dans l’espace et en rotation. Il possède donc les deux types d’énergie cinétique, soit et . On nomme « translation » le mouvement d’un objet dans l’espace. Pour le distinguer de l’énergie cinétique de rotation, on désigne l’énergie cinétique ordinaire sous le nom d’« énergie cinétique de translation ».   
On exprime donc comme suit l’énergie cinétique totale d’un objet qui roule :

 (3-3)

 (3-4)

Vous savez sans doute déjà que la vitesse de rotation d’un objet qui roule sans glisser dépend   
de la vitesse à laquelle il se déplace. En d’autres mots, la valeur de ** dépend de la valeur de **. Voyons comment. Lorsqu’un objet qui roule sans glisser effectue une rotation, il se déplace sur une distance égale à sa circonférence (2π fois le rayon de la portion de l’objet qui roule).

 (3-5)

Divisons maintenant les deux côtés de l’équation par le temps qu’il faut à l’objet pour effectuer une rotation. À gauche, on obtient ainsi la vitesse de l’objet. À droite, on peut interpréter 2π comme voulant dire 2π radians. Et puisque 2π radians correspondent à une rotation, on obtient simplement, en les divisant par le temps qu’il faut à l’objet pour effectuer une rotation, la magnitude de la vitesse angulaire **. On arrive donc à

qui s’écrit généralement comme suit :

(3-6)

# 4 Conservation de la quantité de mouvement

*Lorsqu’il est question de conservation de la quantité de mouvement, une erreur courante survient parfois lors de la collision totalement inélastique de deux objets (ces deux objets  
 se collent alors l’un à l’autre, puis se déplacent en ne faisant qu’un). L’erreur consiste à recourir à la conservation de l’énergie mécanique plutôt qu’à la conservation de la quantité de mouvement. Pour bien saisir la conversion d’une forme d’énergie mécanique en d’autres formes, imaginons qu’un ressort est placé entre deux objets qui entrent en collision. Les objets compriment donc le ressort. Maintenant, imaginons qu’au moment précis où le ressort atteint sa capacité de compression maximale, les deux objets s’accrochent l’un à l’autre.   
Ils se déplacent ensemble, comme dans le cas d’une typique collision totalement inélastique. Après la collision, le ressort comprimé renferme de l’énergie. L’énergie cinétique totale des deux objets accrochés l’un à l’autre est donc de toute évidence inférieure à leur énergie cinétique totale avant la collision. Dans une typique collision non élastique, il n’y a pas de ressort. L’énergie mécanique qui s’y trouverait, s’il y en avait un, entraînerait la déformation permanente et l’augmentation de la température des objets impliqués.*

La quantité de mouvement d’un objet permet de déterminer à quel point il est difficile d’arrêter cet objet. Elle dépend à la fois de la masse et de la vitesse vectorielle de l’objet. Prenons l’exemple de deux objets *de masse égale*, disons deux balles de baseball. La première arrive vers vous à une vitesse de 10 mi/h et la seconde, à 100 mi/h. Laquelle contient la plus grande quantité de mouvement? La réponse : Plus une balle est *rapide*, plus il est difficile de l’arrêter. La seconde contient donc la plus grande quantité de mouvement. Maintenant, penchons-nous sur deux objets *de masse différente*, mais *de vitesse vectorielle* *égale* : une balle de ping-pong et un boulet de canon; tous deux arrivent vers vous à une vitesse de 25 mi/h. Laquelle contient la plus grande quantité de mouvement? Le boulet de canon est, évidemment, plus difficile à arrêter. C’est donc lui qui a la plus grande quantité de mouvement.

La quantité de mouvement *p* d’un objet correspond au produit [[5]](#footnote-5) de sa masse *m* et de sa vitesse vectorielle ** :

(4-1)

La quantité de mouvement a une direction, la même que celle de la vitesse vectorielle. Le présent chapitre se limitera au mouvement le long d’une ligne (mouvement unidimensionnel). Il n’y a alors que deux directions possibles : vers l’avant ou vers l’arrière. Un objet qui se déplace vers l’avant a une vitesse vectorielle ou une quantité de mouvement positives, tandis que celles d’un objet qui se déplace vers l’arrière sont négatives. Lorsqu’on résout des problèmes de physique, il revient généralement à la personne qui rédige la solution de situer l’avant et l’arrière. Il faut alors indiquer ce choix (une étape importante de la solution), souvent en ajoutant une note dans l’un des croquis, puis le respecter tout au long de la résolution du problème.

La quantité de mouvement est un concept de physique important, la quantité de mouvement totale d’un système donné demeurant constante à moins qu’il n’y ait un transfert net de quantité de mouvement vers ce système. Si c’est le cas, le taux de variation correspond au taux de transfert de   
la quantité de mouvement dans le système. Comme dans le cas de l’énergie, on peut donc prédire le résultat de processus physiques au moyen de simples opérations de comptabilisation. La direction de la quantité de mouvement peut compliquer les choses. Toutefois, comme il est question ici d’une initiation à la conservation de la quantité d’énergie, vous ne traiterez que des cas impliquant un mouvement le long d’une ligne droite. Lorsque la totalité du mouvement s’effectue le long d’une seule et même ligne, il n’y a que deux directions possibles pour la quantité de mouvement. Les signes algébriques « plus » et « moins » nous permettent de les distinguer. Le principe de conservation de la quantité de mouvement s’applique en général. À cette étape du cours, par contre, nous nous concentrerons uniquement sur le cas particulier dans lequel aucun transfert net de quantité de mouvement n’a lieu vers l’intérieur ou vers l’extérieur du système.

### Conservation de la quantité de mouvement dans un mouvement unidimensionnel dans le cas particulier d’absence de transfert de quantité de mouvement vers l’intérieur ou vers l’extérieur d’un système

Dans tout processus impliquant un système d'objets se déplaçant le long d’une seule et même ligne, tant qu’aucun des objets n’est poussé ou tiré le long de la ligne par une force se trouvant à l’extérieur du système d’objets (les objets peuvent sans problème se tirer ou se pousser les uns les autres), la quantité de mouvement avant, pendant et après le processus demeure la même.

La quantité de mouvement totale d’un système d’objets n’est que la somme algébrique de la quantité de mouvement de chacun des objets du système. L’adjectif « algébrique » signifie qu’il faut porter une attention particulière aux symboles « plus » et « moins ». Si l’on définit que la direction positive est « vers la droite » et que le système compte deux objets, l’un se dirigeant vers la droite avec une quantité de mouvement de 12 kg⋅m/s et l’autre se dirigeant vers la gauche avec une quantité de mouvement de 5 kg⋅m/s, la quantité de mouvement totale correspond à (+12 kg⋅m/s) + (−5 kg⋅m/s), soit +7 kg⋅m/s. Le symbole « plus » dans la réponse finale signifie que la quantité de mouvement totale se dirige vers la droite.

Après avoir lu la présente section, vous devrez être en mesure d’appliquer le principe de la conservation de la quantité de mouvement à deux types de processus différents. Dans chacun d’eux, le système d’objets ne consistera que de deux objets. La première catégorie est constituée de *collisions* (les deux objets se heurtent l’un l’autre). Dans la seconde, constituée d’*anticollisions*, les deux objets sont d’abord unis l’un à l’autre, puis s’éloignent subitement. Examinons encore ces deux types de collisions avant de passer aux exemples. Les collisions *parfaitement* ***inélastiques*** et les *collisions parfaitement* ***élastiques*** constituent les deux extrêmes des types de collisions possibles.

Lorsqu’il y a *collision parfaitement inélastique*, les deux objets se collent l’un à l’autre, puis se déplacent en ne faisant qu’un. C’est le cas le plus simple, puisqu’il n’y a alors qu’une seule vitesse vectorielle finale (comme ils sont collés l’un à l’autre, les deux objets se déplacent évidemment à la même vitesse vectorielle). Dans cette situation, une partie de l’énergie mécanique est convertie en d’autres formes. Appliquer le principe de conservation de   
l’énergie mécanique à une collision parfaitement inélastique serait une grave erreur. *L’énergie mécanique n’est* ***pas*** *conservée.* L’expression « parfaitement inélastique » nous indique que les deux objets ont la même vitesse vectorielle (l’un par rapport à l’autre) après la collision.

Dans le cas d’une *collision parfaitement* ***élastique*** (on peut aussi simplement parler d’une c*ollision* ***élastique*** tout court), les objets rebondissent l’un sur l’autre de telle sorte qu’aucune énergie mécanique n’est convertie en d’autres formes lors de la collision. Comme les deux objets se déplacent indépendamment l’un de l’autre après la collision, il y a deux vitesses vectorielles finales. Si l’on dispose des masses et des vitesses initiales, la conservation de la quantité de mouvement donne une équation à deux inconnues, à savoir les deux vitesses finales. Il n’est pas possible de résoudre une telle équation de manière autonome : il faut appliquer le principe de conservation de l’énergie mécanique, ici. L’expression « parfaitement élastique » nous indique qu’il s’applique bel et bien.

Pour ce faire, on doit d’abord dessiner le croquis de la situation initiale et de la situation finale en définissant les symboles et en nommant les objets et les flèches (qui indiquent la vitesse vectorielle). On doit aussi indiquer la direction choisie comme direction positive. À la première ligne de la solution, on doit toujours commencer par déclarer que la quantité de mouvement totale initiale et la quantité de mouvement totale finale sont les mêmes. Pour ce faire, on rédige généralement une équation :

 (4-2)

Le symbole Σ correspond à la lettre grecque majuscule « sigma ». Dans une équation, elle signifie « la somme de ». L’équation se lit donc comme suit : « La somme des mouvements du côté droit dans la situation initiale est égale à la somme des mouvements du côté droit dans la situation finale. » Dans le cadre de la somme, on interprète tout mouvement vers la gauche comme un mouvement vers la droite négatif. La flèche en indice permet d’indiquer la direction positive.

### Exemples

Passons maintenant à quelques exemples qui nous permettront de préciser ce que l’on entend par « collisions » et « anticollisions ». Nous nous pencherons aussi sur un autre concept, la vitesse vectorielle relative (on parle aussi parfois de « vitesse vectorielle initiale »). Enfin, nous verrons comment appliquer le principe de la conservation de la quantité de mouvement.

Exemple 4-1

Deux objets se déplacent sur une surface horizontale, sans frottement, le long de la même ligne et dans la même direction (vers l’avant). L’objet placé à l’arrière a une masse de 2,0 kg et une vitesse vectorielle de 15 m/s. L’objet placé à l’avant a quant à lui une masse de 3,2 kg et une vitesse vectorielle de 11 m/s. L’objet à l’arrière rattrape l’objet à l’avant; une collision parfaitement inélastique se produit. Quelle est la vitesse vectorielle finale de chacun des deux objets?

SITUATION FINALE

SITUATION INITIALE

2

1

2

*m*1 = 2,0 kg

**′

1

*m*2 = 3**,**2 kg

La vitesse vectorielle finale de chacun des deux objets est de  (vers l’avant).

**Exemple 4-2** : Un canon d’une masse de  repose sur une surface sans frottement.   
Il projette un boulet d’une masse de . Le boulet, lancé horizontalement, a une vitesse vectorielle initiale de . Trouvez la vitesse vectorielle du boulet et la   
vitesse de recul du canon.

REMARQUE : Cet exemple d’un problème d’anticollision intègre aussi le concept de la vitesse vectorielle relative. La vitesse vectorielle initiale correspond à la vitesse vectorielle relative entre le boulet et le canon (celle à laquelle les deux objets se séparent). Si la vitesse vectorielle du boulet par rapport au sol est de (vers la droite) et que la vitesse vectorielle du canon par rapport au sol est de (vers la gauche), la vitesse du boulet par rapport au canon, ou vitesse vectorielle initiale du boulet, est de . Dans les cas qui n’impliquent pas de fusils ou de canons, on utilise généralement le symbole pour représenter la vitesse vectorielle relative. Dans notre exemple, on utilise plutôt le symbole pour représenter la vitesse vectorielle du boulet par rapport au canon.

SITUATION INITIALE

SITUATION FINALE

*m*C

*m*B

(1)

Aussi, à partir de la définition de la vitesse vectorielle initiale :

En substituant ce résultat dans l’équation (1), on obtient :

(2)

Maintenant, substituons ce résultat dans l’équation (2)   
ci-dessus. On obtient :

# 5 Conservation du moment cinétique

*Comme dans le cas de la quantité de mouvement linéaire, une erreur courante consiste à ne pas utiliser le principe de conservation du moment cinétique lorsqu’il le faut (appliquer le principe de conservation de l’énergie mécanique alors que c’est plutôt le moment cinétique qui est conservé). Disons, par exemple, qu’une personne laisse tomber, d’une très faible hauteur, un disque qui ne tourne pas sur un disque qui tourne. Après la chute, les deux disques tournent ensemble comme s’ils ne faisaient qu’un. Il s’agit donc d’une collision parfaitement inélastique (rotationnelle). Lors de la collision, une partie de l’énergie mécanique est convertie en énergie thermique (et en d’autres formes dont on ne tient pas compte ici). Si les deux disques sont des CD et que celui du dessous tourne initialement   
assez rapidement (par lui-même), on peut facilement déterminer que l’énergie mécanique   
est convertie en énergie thermique. Au moment où on laisse tomber le disque du dessus sur celui du dessous, un certain glissement survient avant que le disque du dessus ne prenne de la vitesse et que les deux disques ne tournent comme s’ils ne faisaient plus qu’un. Lors de   
ce glissement, ce sont les frottements qui augmentent la vitesse du CD du dessus et qui ralentissent celui du dessous. Ils transforment l’énergie mécanique en énergie thermique.   
Par conséquent, l’énergie mécanique qui précède le moment auquel on laisse tomber le CD du dessus est inférieure à celle qui suit ce moment.*

Le moment cinétique d’un objet permet de déterminer à quel point il est difficile d’arrêter la rotation de cet objet. Dans le cas d’un objet qui tourne autour d’un axe fixe, le moment cinétique dépend de la vitesse de rotation de l’objet, ainsi que de l’*inertie de rotation* (ou *moment d’inertie*) de ce dernier.

### Inertie de rotation (moment d’inertie)

L’inertie de rotation d’un objet par rapport à un axe de rotation donné permet de déterminer la capacité de cet objet à résister à un changement de vitesse angulaire autour de l’axe. L’inertie de rotation dépend de la masse de l’objet et de la répartition de cette dernière. Vous avez probablement déjà remarqué qu’il est plus facile de faire tourner un tourniquet pour enfants lorsqu’il est vide. Lorsque des enfants s’y installent, la masse de l’objet que vous tentez de faire tourner est plus importante. Forcément, l’inertie de rotation l’est aussi. Maintenant, avez-vous aussi déjà remarqué que si les enfants se déplacent vers le centre du tourniquet, il est plus facile de le faire tourner que lorsqu’ils sont installés sur le bord extérieur? C’est bel et bien le cas. Plus la masse d'un objet est, en moyenne, éloignée de l'axe de rotation, plus le moment d'inertie de l’objet par rapport à cet axe de rotation est important. Pour représenter l’inertie d’un objet, on utilise le symbole . Comme il est question ici d’une introduction au moment cinétique, vous n’aurez pas à calculer la valeur de  à partir de la forme et de la masse de l’objet. Soit on vous donnera la valeur de , soit vous devrez   
la calculer en appliquant le principe de la conservation du moment cinétique (voir ci-dessous).

### Vitesse angulaire

La vitesse angulaire d’un objet permet de déterminer sa vitesse de rotation. On la représente par la lettre grecque oméga (**), à ne pas confondre avec la lettre *w* qui, elle, a une base pointue. Lorsqu’il est question d’un mouvement de rotation, la mesure d’angle la plus pratique est le radian. Les radians, tout comme les degrés, sont une fraction d’une révolution (un degré représente  d’une révolution, tandis qu’un radian en représente). La vitesse angulaire s’exprime donc en radians par seconde, ou . Elle comprend une direction ou un sens de rotation. Si l’on établit qu’une rotation en sens horaire vue d’en haut est positive, la vitesse angulaire d’un objet qui effectue une rotation en sens antihoraire vue d’en haut est négative. Dans tout problème impliquant la vitesse angulaire, on est libre de choisir le sens positif de   
la rotation. On doit alors s’en tenir à ce choix tout au long de la résolution du problème.

### Moment cinétique

On obtient le moment cinétique *L* d’un objet à partir de l’équation suivante :

(5-1)

Comme indiqué plus haut, le moment cinétique d’un objet permet de déterminer sa tendance à continuer de tourner une fois qu’il a amorcé son mouvement. Plus l’inertie de rotation de l’objet est élevée, plus il est difficile d’arrêter la rotation de cet objet. Et plus la vitesse angulaire de l’objet est élevée, plus il est également difficile d’arrêter la rotation.

La direction du moment cinétique est la même que celle de la vitesse angulaire correspondante.

### Couple

Le couple, ou moment de torsion, correspond à la force qui exerce une poussée ou une traction continue sur un objet. Lorsqu’une force unique agit sur une particule, la quantité de mouvement de cette particule change. Un bon exemple de couple est la force qu’on exerce sur le couvercle d’un bocal qu’on tente d’ouvrir. Lorsqu’un couple unique agit sur un objet rigide, le moment cinétique de cet objet change.

### Conservation du moment cinétique

Le moment cinétique est un concept important. Sans transfert de moment cinétique vers l’intérieur ou vers l’extérieur d’un système, le moment cinétique total de ce système reste le même. Par contre,   
s’il y a transfert de moment cinétique dans un système, le taux de variation correspond au taux de transfert. Comme dans le cas de l’énergie et de la quantité de mouvement, on peut donc prédire le résultat de processus physiques au moyen de simples opérations de comptabilisation. Le présent chapitre porte sur le cas particulier d’absence de couple externe. Aucun moment cinétique n’est   
alors transféré vers l’intérieur ou vers l’extérieur du système.Conservation du moment cinétique dans le cas particulier d’absence de transfert de moment cinétique vers l’intérieur ou vers l’extérieur du système

Dans tout processus physique impliquant un objet ou un système d’objets qui tournent librement autour d’un axe, tant qu’aucun couple externe n’est exercé sur le système d’objets, le moment cinétique total du système reste le même tout au long du processus.

### Exemples

L’application de la conservation du moment cinétique à la résolution de problèmes de physique dans un cas où il n’y a pas de transfert de moment cinétique vers l’intérieur ou vers l’extérieur du système (sans couple externe) est très similaire à l’application de la conservation de l’énergie et à l’application de la conservation de la quantité de mouvement. On choisit deux instants dans le temps, on définit le premier comme étant l’instant initial et le dernier comme étant l’instant final, puis on dessine des croquis correspondants de l’objet ou des objets dans le système. Puis on écrit

 (5-2)

c’est-à-dire que « le moment cinétique dans la situation initiale est égal au moment cinétique dans la situation finale ». Ensuite, on remplace chaque *L* par les expressions des moments d’inertie et de vitesses angulaires dans le problème pour le transformer en une équation algébrique qu’on résout afin d’obtenir le résultat recherché.

Exemple 5-1

Une patineuse tourne à 32 rad/s avec une jambe et les bras tendus vers l’extérieur. Dans cette position, son moment d’inertie par rapport à l’axe vertical autour duquel elle tourne est de . Lorsqu’elle rapproche ses bras et ses jambes de son corps, cela modifie son moment d’inertie à . Quelle est sa nouvelle   
vitesse angulaire?

AVANT

APRÈS

** ′ = ?



′ = 17,5  kg⋅m2

 = 45,6 kg⋅m2

Exemple 5-2

Un disque horizontal, ayant une inertie de rotation de  et vu d’en haut, tourne autour de son axe de symétrie dans le sens antihoraire, à 15,5 tours par seconde sur un roulement sans frottement et sans masse. Un deuxième disque, ayant une inertie de rotation de et vu d’en haut, tourne autour du même axe (qui est aussi son axe de symétrie) dans le sens *horaire* à 14,2 tours par seconde, vient se déposer sur le premier disque. Les deux disques sont désormais collés l’un à l’autre et tournent autour de leur axe de symétrie commun. À quelle nouvelle vitesse angulaire tournent-ils (en radians par seconde)?

1 = 4,25 kg⋅m2

2 = 1,80 kg⋅m2

**1

**2

** ′

Quelques calculs préliminaires (expression des vitesses angulaires fournies en rad/s) :





Nous appliquons maintenant le principe de conservation du moment cinétique dans le cas particulier d’absence de transfert de moment cinétique vers l’intérieur ou vers l’extérieur   
du système. En se reportant au schéma :

Nous définissons le sens antihoraire, lorsqu’il est vu d’en haut, comme étant le sens positif de la rotation.

(Sens antihoraire tel qu’il est vu d’en haut)

# 6 Mouvement unidimensionnel (mouvement le long d’une ligne) : définitions et mathématiques

*Une erreur souvent commise dans la résolution des problèmes de mouvement linéaire impliquant l’accélération consiste à utiliser la vitesse à la fin d’un intervalle de temps comme si elle était valable pour l’ensemble de celui-ci. L’erreur apparaît dans les problèmes d’accélération constante lorsqu’on essaie d’utiliser la définition de la vitesse moyenne dans la solution. À moins que l’on ne vous demande particulièrement de calculer la vitesse moyenne, vous n’aurez jamais besoin d’utiliser cette équation pour résoudre un problème de physique. Évitez d’utiliser cette équation, elle ne vous apportera que des ennuis. Pour les problèmes d’accélération constante, utilisez la série d’équations d’accélération constante qui vous a été fournie.*

Prenons ici le déplacement d’une particule le long d’une ligne droite. La particule peut accélérer et ralentir, puis avancer ou reculer, mais elle ne dévie jamais de la ligne. Bien que l’analyse porte sur une particule (un objet fictif qui, à tout moment, se trouve en un point de l’espace mais n’a pas de dimensions dans l’espace; celui-ci n’a ni largeur, ni hauteur, ni longueur ou diamètre), elle s’applique également à un corps rigide qui se déplace le long d’une trajectoire rectiligne sans rotation, car dans ce cas, chaque particule de ce corps subit un seul et même mouvement. Cela signifie que nous pouvons choisir une particule du corps et lorsque nous avons déterminé le mouvement de cette particule, nous aurons déterminé le mouvement de l’ensemble du corps rigide.

Alors, comment caractérise-t-on le mouvement d’une particule? Commençons par définir quelques variables :

*t*  Combien de temps *t* s’est écoulé depuis l’instant initial? L’instant initial est souvent appelé « le début des observations » et on lui attribue la valeur 0. Nous ferons référence au temps qui s’est écoulé depuis l’instant zéro comme étant le temps écoulé et affiché dans un chronomètre. Un intervalle de temps Δ*t (*qu’on lit « delta t» ) peut alors être considéré comme la différence entre deux lectures d’un chronomètre.

*x* Position de l’objet le long de la ligne droite. Pour préciser la position d’un objet sur une ligne, il faut définir une position de référence (la ligne de départ) et une direction vers l’avant. Après avoir défini cette dernière, la direction vers l’arrière s’entend comme la direction opposée. Par convention, on utilise le symbole *x* pour représenter la position d’une particule. Les valeurs possibles de *x* s’expriment en unités de longueur. L’unité du SI de la longueur est le mètre. (SI est l’acronyme de « système international », le système international des unités.) Le symbole du mètre est m. La variable physique *x* peut être positive ou négative. On entend que lorsqu’on dit qu’une particule se trouve à moins cinq mètres de la ligne de départ (plus précisément lorsque *x*= -5 m), elle est en réalité à cinq mètres derrière la ligne de départ.

** La vitesse à laquelle la particule se déplace et sa direction s’expriment par la vitesse vectorielle de l’objet. Comme l’objet se déplace uniquement le long d’une ligne droite,   
sa direction est soit vers l’avant, soit vers l’arrière. Comme il n’y a que deux choix possibles, on peut utiliser un signe algébrique («+» ou «-») pour caractériser la direction de la vitesse vectorielle. Par convention, la vitesse vectorielle d’un objet a une valeur positive lorsque l’objet se déplace vers l’avant et a une valeur négative lorsque celui-ci se déplace vers l’arrière. La vitesse vectorielle a à la fois une magnitude et une direction. La magnitude d’une grandeur physique qui se déplace vers une direction est la taille de cette grandeur, quelle que soit sa direction. La magnitude de la vitesse vectorielle d’un objet est donc la vitesse à laquelle celui-ci se déplace, quelle que soit sa direction. Prenons un objet dont la vitesse vectorielle est de 5 m/s. La magnitude de la vitesse vectorielle de cet objet sera de 5 m/s. Maintenant, prenons un objet dont la vitesse vectorielle est de -5 m/s. (Il se déplace vers l’arrière à 5 m/s.) La magnitude de sa vitesse vectorielle sera aussi de -5 m/s. On appelle aussi la magnitude de la vitesse vectorielle, la vitesse. Dans les deux cas que nous venons de citer, la vitesse de l’objet est de 5 m/s bien que la vitesse vectorielle était de -5 m/s dans l’un des deux cas. Pour comprendre la question de la vitesse, imaginons que l’objet, dont le mouvement est étudié, a un compteur de vitesse intégré. La magnitude de la vitesse vectorielle, ou vitesse de l’objet, est simplement   
celle affichée par le compteur de vitesse.

*a*  Il s’agit ensuite de savoir à quelle vitesse et dans quelle direction la vitesse vectorielle de l’objet change. C’est ce qu’on appelle l’accélération de l’objet. L’accélération d’une voiture est indiquée par la vitesse et la direction de déplacement de l’aiguille du compteur de vitesse. Cette accélération est déterminée par la pression exercée sur l’accélérateur ou, dans le cas d’une voiture qui ralentit, par la force avec laquelle le conducteur appuie sur la pédale de frein. Si un objet, qui se déplace le long d’une   
ligne droite, subit une accélération, la vitesse de l’objet change.

Bien, nous avons les variables utilisées pour caractériser le mouvement. Bientôt, nous allons établir des relations utiles entre ces variables. Entre-temps, j’aimerais que vous gardiez à   
l’esprit ces quatre points :

1. Nous parlons d’un objet qui se déplace le long d’une ligne droite.

2. Un objet en mouvement signifie que sa position change avec le temps.

3. Vous avez déjà une compréhension intuitive de la vitesse instantanée puisque vous avez déjà fait un trajet en voiture. Vous connaissez la différence entre une vitesse   
de 100 km/h et une vitesse de 25 km/h et vous savez parfaitement qu’il n’est pas nécessaire de parcourir 100 kilomètres ou de conduire pendant une heure pour atteindre une vitesse de 100 km/h. En fait, il est tout à fait possible de rouler à 100 km/h pendant un instant (sans aucune intervalle de temps). Il s’agit de la vitesse à laquelle on roule à cet instant (indiquée par le compteur de vitesse). Certes, l’aiguille du compteur de vitesse peut juste être en train d’osciller autour de cette vitesse, lorsqu’on accélère peut-être pour atteindre 120 km/h à partir d’une vitesse inférieure à 100 km/h, mais cette valeur a un fondement et s’applique toujours à l’instant où le compteur de vitesse affiche 100 km/h. Prenez ce concept de vitesse qui vous est si familier, ajoutez-y des précisions à la direction, ce qui, pour un mouvement sur une ligne, signifie simplement « en avant » ou « en arrière » et vous obtiendrez ce que l’on appelle la vitesse instantanée de l’objet dont on étudie le mouvement.

Beaucoup de personnes pensent que la vitesse d’un objet est la distance parcourue par celui-ci dans un certain laps de temps. Non! Il s’agit d’une distance dans ce cas. La vitesse est un rapport. La vitesse est une question de rapidité; ce n’est jamais une question de distance. Ainsi, si on souhaite établir un lien entre la vitesse et la distance, on pourrait dire que « la vitesse est ce qui est multipliée par une certaine durée pour déterminer la distance qu’un objet parcourrait pendant cette durée si la vitesse demeurait la même ». Par exemple, pour une voiture dont la vitesse est de 40 km/h, on pourrait dire que cette valeur est le chiffre à multiplier par heure pour déterminer la distance que cette voiture parcourrait en une heure si elle y maintenait une vitesse constante de 40 km/h. Mais pourquoi l’expliquer en termes de position? La vitesse est un rapport. Elle définit la rapidité à laquelle la position de l’objet change. Si vous êtes dans le coin d’une rue et qu’une voiture passe devant vous à 55 km/h, je parie que si je vous demandais d’estimer la vitesse de la voiture, vous auriez raison à 10 km/h près dans un sens ou dans l’autre. Mais si nous observions un paysage à visibilité illimitée et que je vous demandais d’évaluer la distance d’une montagne située à 55 km rien qu’en la regardant, je pense qu’il y aurait très peu de chances que vous arriviez à l’estimer à 10 km près. Dans un cas comme celui-ci, vous avez une meilleure idée de la vitesse   
que de la distance. Pourquoi définissons-nous alors la vitesse en termes de distance puisqu’il suffit de dire que la vitesse d’un objet est la rapidité à laquelle il se déplace?

4. Vous avez déjà une compréhension intuitive de ce qu’est l’accélération. Vous avez   
déjà fait l’expérience d’une voiture en accélération. Vous savez ce que c’est que d’accélérer graduellement (petite accélération) et vous savez ce que c’est que d’accélérer rapidement (accélérer en mettant les bouchées doubles).

Très bien, voici l’analyse. Nous avons une ligne de départ (x=0) et une direction positive (ce qui signifie que l’autre direction est négative).

*x*

0

Prenons une particule en mouvement qui se trouve à la position  lorsque l’horloge indique  et à la position  lorsque l’horloge indique .





0

*x*

Le déplacement de la particule est, par définition, la variation de la position de la particule. La vélocité moyenne se calcule comme suit :

(6-1),

où  correspondant à la variation de temps indiqué par le chronomètre. La vélocité moyenne n’est pas une mesure à la portée de la compréhension intuitive d’une personne, comme c’est le cas de la vélocité instantanée. La vélocité moyenne n’apparaît pas sur le compteur de vitesse et, franchement, elle ne revêt pas le même attrait que la vélocité réelle (instantanée), mais elle est facile à calculer et nous pouvons lui attribuer une signification (bien qu’hypothétique). Elle représente la vélocité uniforme à laquelle la particule devrait se déplacer si elle devait effectuer le même déplacement  dans le même temps  à une vélocité *constante.* La vélocité moyenne est importante dans le présent contexte, car elle facilite le   
calcul de la vélocité instantanée.

Calculer la vélocité instantanée dans le cas d’une vélocité constante est facile. Si on tient compte de ce qu’on entend par vélocité moyenne, il est évident que si la vélocité ne change pas, la vélocité instantanée équivaut à la vélocité moyenne. Ainsi, dans le cas d’une vélocité constante, pour calculer la vélocité instantanée, il suffit de calculer la vélocité moyenne, en utilisant n’importe quel déplacement de son choix avec l’intervalle de temps correspondant.   
Supposons que nous disposions de données relatives à la position en fonction du temps   
d’une voiture circulant en ligne droite à une vitesse de 24 m/s.

Voici quelques données théoriques fictives dans un tel cas :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Numéro du relevé de données | Temps [secondes] | Position [mètres] |
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0,100 | 2,30 |
| 2 | 1,00 | 23,0 |
| 3 | 10,0 | 230 |
| 4 | 100,0 | 2300 |

N’oubliez pas que le compteur de vitesse de la voiture indique constamment 24 m/s. (Précisons que la voiture était déjà en mouvement lorsqu’elle a franchi la ligne de départ au temps zéro. Le temps zéro correspond à l’instant où le chronomètre a été déclenché et les temps du tableau, aux relevés   
du chronomètre.) La position correspond à la distance parcourue en avant de la ligne de départ.

Notez que pour ce cas particulier de vélocité constante, vous obtenez la même vélocité moyenne, la valeur connue de la vitesse constante, quel que soit l’intervalle de temps choisi. Par exemple, si vous choisissez l’intervalle de temps de 1**,**00 seconde à 10**,**0 secondes :

**(Vélocité moyenne)**

et si vous choisissez l’intervalle de temps 0,100 seconde à 100,0 secondes :

Les points sur lesquels il faut insister ici sont les suivants : si la vélocité est constante, le calcul de la vitesse moyenne permet d’obtenir la vitesse instantanée (celle qu’indique le relevé du compteur, soit la vitesse dont nous prenons conscience intuitivement). Lorsque la vélocité est constante, l’intervalle de temps utilisé pour calculer la vélocité moyenne n’a pas d’importance; un court intervalle de temps fonctionne tout aussi bien qu’un long intervalle.

Donc, comment calculer la vélocité instantanée d’un objet à un moment donné lorsque celle-ci change continuellement? Examinons un cas où la *vélocité augmente continuellement*.   
Voici quelques données théoriques fictives (correspondant à la façon dont un objet se   
déplace réellement) pour un tel cas :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Numéro du relevé  de données** | **Temps écoulé depuis que l’objet était à la ligne de départ**  **[s]** | **Position (distance  en avant la ligne de départ)**  **[m]** | **Vélocité (Il s’agit de  la mesure que nous tentons de calculer. Voici les bonnes réponses.) [m/s]** |
| 0 | 0 | 0 | 10 |
| 1 | 1 | 14 | 18 |
| 2 | 1,01 | 14**,**1804 | 18**,**08 |
| 3 | 1**,**1 | 15**,**84 | 18**,**8 |
| 4 | 2 | 36 | 26 |
| 5 | 5 | 150 | 50 |

Ce qu’il faut faire avec ces données fictives, c’est calculer une vélocité moyenne pendant un intervalle de temps qui commence à *t*= 1 s et comparer le résultat avec la vélocité réelle à *t*= 1 s. Il faut ensuite répéter cette opération, en raccourcissant l’intervalle de temps utilisé chaque fois.

Vélocité moyenne de *t*= 1 s à *t*= 5 s :

Notez que cette valeur est beaucoup plus grande que la valeur réelle de la vélocité instantanée   
à *t*= 1 s (à savoir 18 m/s). Elle se situe entre la vélocité instantanée de 18 m/s à *t*= 1 s et la vélocité instantanée de 50 m/s à *t*= 5 s. C’est normal puisque, pendant l’intervalle de temps, la vélocité prend différentes valeurs qui, dans l’intervalle 1 s < *t*< 5 s, sont toutes supérieures à 18 m/s, mais inférieures à 50 m/s.

Voici, en ordre décroissant, les valeurs des deux intervalles suivants (les calculs ne sont   
pas montrés) :

Vélocité moyenne de *t*= 1 à *t*= 2 s : 22 m/s

Vélocité moyenne de *t*= 1 à *t*= 1**,**1 s : 18**,**4 m/s

Voici le calcul du dernier intervalle :

Voici la liste de tous les résultats et la tendance qui s’en dégage :

Vélocité moyenne de *t*= 1 à *t*= 5s : 34 m/s

Vélocité moyenne de *t*= 1 à *t*= 2 s : 22 m/s

Vélocité moyenne de *t*= 1 à *t*= 1**,**1 s : 18**,**4 m/s

Vélocité moyenne de *t*= 1 à *t*= 1,01 s : 18**,**04 m/s

Chaque réponse est supérieure à la vélocité instantanée à *t*= 1 s (à savoir 18 m/s). Pourquoi? Parce que la distance parcourue dans l’intervalle de temps considéré est supérieure à ce qu’elle aurait été si l’objet s’était déplacé à une vélocité constante de 18 m/s. Pourquoi? Étant donné que l’objet accélère, il se déplace à une vitesse supérieure à 18 m/s pendant la majeure partie de l’intervalle   
de temps, la valeur moyenne pendant l’intervalle de temps doit donc être supérieure à 18 m/s. Remarquez toutefois qu’au fur et à mesure que l’intervalle de temps (qui commence à *t* = 1 s) diminue, la vélocité moyenne au cours de l’intervalle de temps se rapproche de plus en plus de la vélocité instantanée réelle à *t*= 1 s. Par déduction, nous concluons que si nous devions utiliser des intervalles de temps de plus en plus courts, au fur et à mesure que ces intervalles rapetisseraient,   
la vélocité moyenne au cours de ces minuscules intervalles se rapprocherait de plus en plus de la vélocité instantanée, de sorte que lorsque l’intervalle de temps deviendrait si court qu’il serait pratiquement impossible de le séparer de zéro, il deviendrait impossible de distinguer la valeur   
de la vélocité moyenne de celle de la vélocité instantanée. Nous écrivons que :

(Remarquez l’absence de la barre au-dessus du **. Ce **  correspond à la vélocité instantanée.) Cette expression de **  est, par définition, la dérivée de *x* par rapport à *t*. La dérivée de *x* par rapport à *t* s’écrit **, ce qui signifie que

(6-2)

Notez que, comme indiqué ci-dessus, ** est la dérivée de *x* par rapport à *t*. Il ne s’agit pas d’une variable *d* multipliée par *x* dont le produit est divisé par *d* multipliée par *t.* Il faut lire « dé iks sur dé té » ou, mieux encore, « la dérivée de *x* par rapport à *t »*. Conceptuellement, cela veut dire qu’à partir de la valeur de temps *t* à laquelle vous souhaitez trouver la vélocité, *t* ne doit varier que d’une très petite quantité. Trouvez la quantité (également très petite) de laquelle *x* varie à la suite de la variation de *t* et divisez la minuscule variation de *x* par la minuscule variation de *t*. Heureusement, grâce à une fonction qui fournit la position *x* peu importe le temps *t*, vous n’avez pas à passer par toutes ces étapes pour obtenir **, car la branche des mathématiques appelée « calcul différentiel » nous offre une façon beaucoup plus facile de déterminer la dérivée d’une fonction qui peut être exprimée sous la forme d’une équation. Une fonction, dans ce contexte, est une équation comportant deux variables, dont l’une est complètement seule du côté gauche de l’équation, et l’autre fait partie d’une expression mathématique du côté droit. On dit que la variable de gauche est une fonction de la variable de droite. Étant donné que nous nous intéressons ici à la manière dont la position d’une particule dépend du temps, nous utiliserons les variables *x* et *t* dans les fonctions étudiées d’ici la fin du présent chapitre. Dans l’exemple de fonction qui suit, nous utilisons les symboles *x*o, **o et *a* pour représenter les constantes :

(6-3)

Le symbole *t* représente le relevé d’un chronomètre en marche. Étant donné que ce relevé change, *t* est une variable. Pour chaque valeur différente de *t*, nous avons une valeur différente de *x*, donc *x* est aussi une variable. Certaines personnes pensent que tout symbole dont la valeur n’est pas spécifiée est une variable. C’est faux. Si vous savez que la valeur d’un symbole est fixe, alors ce symbole est une constante. Il n’est pas nécessaire de connaître la valeur du symbole pour qu’il s’agisse d’une constante; il suffit de savoir que cette valeur est fixe.   
C’est le cas de *x*o, **o et *a* dans l’équation 6-3 ci-dessus.

### Accélération

À ce stade, nous avons vu comment calculer le taux de variation d’un élément. Appliquons maintenant ces connaissances à l’accélération. L’accélération est le taux de variation de la vélocité. Si vous accélérez, votre accélération correspond à la vitesse à laquelle vous accélérez. Pour obtenir une valeur moyenne de l’accélération au cours d’un intervalle de temps Δ*t*, vous devez déterminer la variation de la vélocité pendant cet intervalle de temps et la diviser par la variation qu’indique le relevé du chronomètre. En représentant cette variation de la vélocité par*Δ,* nous obtenons :

(6-4)

Pour obtenir l’accélération à un temps précis *t*, l’intervalle de temps doit commencer à ce temps précis *t* et avoir une durée extrêmement petite. À savoir :

Le côté droit indique, bien sûr, simplement la dérivée de **  par rapport à *t*:

(6-5)

# 7 Mouvement en une dimension : les équations de l’accélération constante

*Les équations relatives à l’accélération constante présentées dans ce chapitre ne s’appliquent qu’aux situations où l’accélération est constante. L’erreur la plus fréquemment commise avec ces équations est de les utiliser lorsque l’accélération varie.*

Au chapitre 6, nous avons établi que, par définition,

(que nous avons appelée « équation 6-5»), où *a* correspond à l’accélération d’un objet se déplaçant   
le long d’une ligne droite, ** à la vélocité de l’objet et *t*, au temps, indiqué par un chronomètre.

C’est ce qu’on appelle une « équation différentielle », soit le nom qu’on donne aux équations portant sur des dérivées. Cette notion s’applique à chaque fonction qui permet de connaître   
une valeur de *a* pour chaque valeur de *t*. Il existe un cas particulier important, celui où *a* est simplement une constante. Déduisons maintenant certaines relations entre les variables du mouvement pour ce cas particulier (dans lequel *a* est une constante).

L’équation 6-5, , dans laquelle *a* est une constante, peut être considérée comme une relation entre **  et *t.* Pour la résoudre, il faut trouver une expression pour la fonction qui donne la valeur de **  pour chaque valeur de *t.* L’objectif est donc de trouver la fonction dont la dérivée est une constante. La dérivée, par rapport à *t*, d’une constante du temps *t* est simplement la constante. En gardant à l’esprit que nous voulons que cette constante soit *a*, essayons :

C’est ce que nous appellerons notre solution d’essai. Attachons-la à l’équation 6-5, ,   
et voyons si cela fonctionne. L’équation 6-5 peut s’écrire comme suit :

Et lorsque nous y attachons notre solution d’essai , nous obtenons :









Autrement dit, notre solution d’essai aboutit à une identité. Ainsi, notre solution d’essai est bien une solution à l’équation . Voyons comment cette solution cadre avec la situation de mouvement linéaire à l’étude.

Dans cette situation, nous avons un objet qui se déplace le long d’une ligne droite et nous avons défini un système de coordonnées unidimensionnel qui peut être représenté comme

*x*

0

et qui se compose simplement d’une origine et d’une direction positive pour la variable de position *x*. Supposons que quelqu’un déclenche un chronomètre à un moment définit comme   
le « temps zéro », *t*= 0, un moment que nous appelons également « le début des observations ». Plutôt que de nous limiter au cas particulier d’un objet immobile à l’origine au temps zéro, supposons que cet objet puisse se déplacer à n’importe quelle vélocité et se trouver à n’importe quelle position sur la ligne au temps zéro, et définissons la constante *x*o comme étant la position de l’objet au temps zéro et la constante **o comme étant la vélocité de l’objet au temps zéro.

La solution de l’équation différentielle donne la valeur** = 0 lorsque *t*= 0 (il suffit d’insérer *t* = 0 dans pour s’en rendre compte). Ainsi, bien que   
résolve , elle ne remplit pas les conditions au temps zéro, à savoir que **  = **o au temps zéro. Nous pouvons résoudre le problème de la condition initiale assez facilement en ajoutant simplement **o à la solution originale, ce qui donne

(7-1)

Cela permet de faire en sorte que * *donne **o lorsque *t*= 0. Mais s’agit-il toujours d’une solution de ? Essayons. Si , alors

.

, lorsque substituée à aboutit à une identité, donc est une solution de . Nous venons de tirer parti du fait que la dérivée d’une constante est zéro. Donc, si vous ajoutez une constante à une fonction, vous ne modifiez pas la dérivée de cette fonction.   
La solution est non seulement une solution de l’équation (dans laquelle *a*   
est une constante), mais elle est une solution de l’ensemble du problème puisqu’elle satisfait également à la condition de la valeur initiale selon laquelle ** = **o au temps zéro. La solution, soit l’équation 7-1 :

est la première d’une série de quatre équations de l’accélération constante qui seront définies dans le présent chapitre.

L’autre définition fournie dans la partie précédente était l’équation 6-2 :

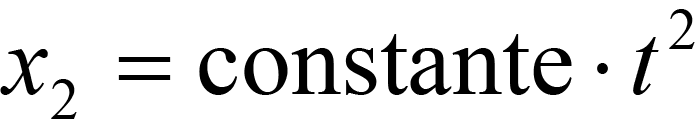
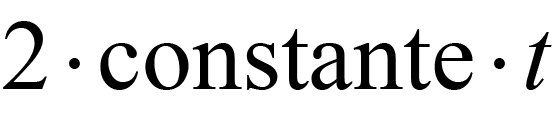
qui peut être définie comme suit : la vélocité d’un objet équivaut au taux de variation de la position de l’objet (puisque la dérivée de la position par rapport au temps est le taux de variation de la position). En remplaçant l’expression de la vélocité que nous avons récemment trouvée, on obtient

qui peut s’écrire comme suit :

(7-2)

Nous cherchons une fonction qui donne une valeur de *x* pour chaque valeur de *t*, dont la dérivée ** est égale à la somme des termes . Étant donné que la dérivée d’une somme donnera une somme de termes, à savoir la somme des dérivées, essayons une fonction représentée par l’expression . Cela fonctionne si ** est **o et ** est *at*. Concentrons-nous d’abord sur *x*1. N’oubliez pas que **o est une constante. N’oubliez pas en outre que la dérivée par rapport à *t* d’une constante du temps *t,* donne cette constante. Donc, vérifions x1= **o*t*. Bien sûr, la dérivée de **o *t* par rapport à *t* est **o, soit le premier terme de l’équation 7-2 formulée plus haut. Jusqu’à présent, nous avons

*x* = **o *t* + x2 (7-3)

Concentrons-nous maintenant sur x2. Nous avons besoin que ** corresponde à *at*. Sachant que lorsque nous prenons la dérivée d’un élément contenant , nous obtenons un élément contenant *t*, essayons . La dérivée dans ce cas est , ce qui est égal à *a t*  si nous choisissons ** pour constante. Si la constante est **, notre solution d’essai pour x2 est . En substituant cette solution à *x*2 dans l’équation 7-3, *x*= **o*t*+ x2, nous obtenons :

Nous nous trouvons maintenant dans une situation similaire à celle de notre première expression pour **(*t*). Cette expression pour *x* *permet* de résoudre

(7-4)

mais elle *ne* donne *pas x*o lorsque nous substituons 0 à *t*. Encore une fois, nous tirons parti du fait que l’on peut ajouter une constante à une fonction sans modifier la dérivée de cette fonction. Cette fois-ci, nous ajoutons la constante *x*o, et nous obtenons :

(7-5)

Cette équation répond à nos deux critères : elle résout l’équation 7-4 () et donne *x*o lorsque *t*= 0. Nous venons de définir la deuxième équation de notre série de quatre équations de l’accélération constante.

Les deux équations dont nous disposons jusqu’à présent sont l’équation 7-5 :

et l’équation 7-1 :

Ces deux équations suffisent, mais pour simplifier la résolution des problèmes d’accélération constante, recourons à l’algèbre pour trouver deux autres équations de l’accélération constante.   
En résolvant l’équation 7-1 () pour *a*, on obtient , et en remplaçant   
cette équation dans l’équation 7-5, on obtient rapidement la troisième équation de l’accélération constante :

(7-6)

En résolvant l’équation 7-1 () pour *t*, on obtient , et en remplaçant cette équation dans l’équation 7-5, on obtient rapidement la dernière équation de l’accélération constante :

(7-7)

À des fins pratiques, nous vous présentons ci-dessous la série complète d’équations que vous devez utiliser pour résoudre les problèmes d’accélération constante :

*Équations de l’accélération constante*

# 8 Mouvement en une dimension : Collision de type II

*Une erreur répandue dans les solutions fautives aux problèmes de collision de type II consiste à utiliser un système de coordonnées distinct pour chacun des deux objets.   
Il est tentant d’utiliser la position de l’objet 1 au temps 0 comme origine du système de coordonnées de l’objet 1 et d’utiliser la position de l’objet 2 au temps 0 comme origine du système de coordonnées de l’objet 2. C’est une erreur. Il convient de choisir une seule origine et de l’utiliser pour les deux particules (il faut également choisir une   
seule direction positive).*

Un **problème de collision de type II[[6]](#footnote-6)** est un problème dans lequel deux objets se déplacent le long d’une seule et même ligne droite et dont la question à résoudre est la suivante : « À quel moment et à quel endroit les deux objets se trouvent-ils à une seule et même position? » Dans *certains* problèmes de cette catégorie, le mot « collision » peut être pris au sens strict, mais les objets n’ont pas à entrer réellement en collision l’un avec l’autre pour que le problème entre dans la catégorie « collision de type II ». En outre, la restriction qui veut que les deux objets se déplacent le long d’une seule et même ligne peut être assouplie pour inclure, par exemple, le cas où deux voitures se déplacent sur des voies adjacentes d’une autoroute rectiligne et plane. Le moyen le plus simple d’éclaircir ce   
dont il est question ici est de vous donner un exemple de problème de collision de type II.

Exemple 8-1: Problème de collision de type II

Un chauffard roulant en excès de vitesse sur une autoroute rectiligne et plane   
se déplace à 41**,**0 m/s lorsqu’il croise une voiture de police située en bordure de la route. 3**,**00 secondes après le passage du chauffard, la voiture de police commence à accélérer à une vitesse constante de 5**,**00 m/s2. Le chauffard continue de rouler à une vitesse constante de 41**,**0 m/s. a) Combien de temps faut-il à la voiture de police pour rattraper le chauffard? b) Quelle distance la voiture de police doit-elle parcourir pour rattraper le chauffard? c) À quelle vitesse la voiture de police roule-t-elle lorsqu’elle rattrape le chauffard?

Nous allons utiliser cet exemple pour démontrer comment, en général, on résout un problème   
de collision de type II.

La première étape pour résoudre n’importe quel problème de collision de type II consiste à établir un seul et même système de coordonnées pour les deux objets. Comme il est question d’un mouvement en une dimension, le système de coordonnées n’est composé que d’un seul axe; il nous faut donc établir une ligne de départ (la valeur zéro de la variable de position x) et une direction positive, et utiliser la même ligne de départ et la même direction positive pour les deux objets.

Dans le cas présent, la position initiale de la voiture de police convient parfaitement comme ligne de départ. Puisque les deux voitures vont dans la même direction, le choix tout indiqué pour la direction positive est la direction dans laquelle les deux voitures se déplacent.

Ensuite, nous devons établir une seule et même variable de temps *t* pour les deux objets. Plus concrètement, il faut définir ce que nous entendons par temps zéro, un temps zéro qui s’applique aux deux objets. Pour choisir judicieusement le temps zéro, nous devons penser à l’étape suivante du problème, une étape au cours de laquelle nous utiliserons les équations d’accélération constante pour rédiger une expression pour la position de chaque objet en fonction du temps *t.* Nous voulons choisir un temps zéro (*t* = 0), de sorte que pour toutes les valeurs positives de *t*, c’est-à-dire tous les temps ultérieurs, l’accélération de chaque objet soit en effet constante. Dans le cas présent, le premier choix qui vient à l’esprit est l’instant où le chauffard dépasse pour la première fois la voiture de police. Mais si nous déclenchons le chronomètre à cet instant, nous constatons qu’au fur et à mesure que le temps passe, l’accélération de la voiture de police n’est pas constante; au contraire, l’accélération de la voiture de police est nulle pendant trois secondes, avant de passer à 5**,**00 m/s2. Nous ne pourrions donc pas utiliser une seule équation d’accélération constante pour écrire une expression pour la position de la voiture de police qui serait valable pour tous les temps *t*≥ 0. Le moment suivant qui semble convenir comme temps zéro est l’instant où la voiture de police commence à accélérer. Ce choix s’avère être le bon. À partir de cet instant, les deux voitures ont une accélération constante (qui est nulle dans le cas du chauffard et de 5**,**00 m/s2 dans le cas de la voiture de police). De plus, nous disposons d’informations sur la situation à ce moment-là. Par exemple, en nous basant sur notre ligne de départ, nous savons que la voiture de police est à la position zéro, que sa vitesse est nulle et que son accélération est de 5,00 m/s2 à cet instant. Ces valeurs deviennent nos « valeurs initiales » lorsque nous choisissons comme temps zéro l’instant où la voiture de police commence à accélérer. L’élément inconnu à cet instant est la position du chauffard. Mais nous disposons de suffisamment d’informations pour déterminer la position de celui-ci à l’instant que nous avons choisi d’appeler temps zéro. Notre choix du temps zéro entraîne en fait la division du problème donné en deux problèmes : 1) trouver la position du chauffard au temps zéro, et 2) résoudre le problème de   
collision de type II.

La solution du premier problème, qui consiste à trouver la position du chauffard au temps zéro, est assez facile dans ce cas, car la vitesse du chauffard est constante. La distance parcourue est donc égale à la vitesse multipliée par le temps.

Nous utilisons ici le symbole *t'*  pour distinguer ce temps du temps *t* que nous utiliserons dans le deuxième problème (résoudre le problème de collision de type II). Envisageons que pour traiter ce problème il faut utiliser deux chronomètres. Le premier chronomètre est déclenché au moment où le chauffard dépasse la voiture de police. Ce chronomètre est utilisé pour le premier problème et nous utiliserons le symbole *t'*  pour représenter la valeur qu’il affiche. Le deuxième chronomètre est utilisé pour résoudre le problème de collision de type II. Il est déclenché au moment où la voiture de police commence à accélérer et nous utiliserons le symbole *t* pour représenter la valeur qu’il affiche. Notez que *d =*123 m est la position du chauffard par   
rapport à la ligne de départ établie lorsque t = 0.

Nous disposons maintenant de tout ce qu’il nous faut pour résoudre le problème de collision de type II . Commençons par tracer un graphique de la situation. Ce graphique est un élément essentiel de notre solution. Les graphiques servent à définir les constantes et les variables.   
Le graphique dont nous avons besoin pour un problème de collision de type II en est un qui présente les valeurs initiales.

*a*1 = 0constant)

**10 = 41**,**0 m/s (la valeur **1 est constante à 41**,**0 m/s)

*x*

*x*10 = 123 m

**20 = 0

a2 = 5**,**00 m/s2 (constant)

*x*20 = 0

La voiture du chauffard est définie comme la voiture 1 et la voiture de police comme la voiture 2. L’équation de l’accélération constante (celle qui donne la position d’un objet en fonction du temps) pour le chauffard est :

0

(8‑1)

Nous y avons intégré le fait que *a* 1 correspond à 0. Pour la voiture de police, l’équation est :

0

0

 (8-2)

Nous y avons intégré le fait que *x*20= 0 et que **20= 0. Notez que les deux équations (8‑1 et 8-2) ont la même variable de temps *t.* L’expression de *x*1 (équation 8‑1) donne la position de la voiture du chauffard à tout moment *t*. Avec le moment *t*, il est possible de déterminer où se trouve la voiture du chauffard à ce moment *t* simplement en l’insérant dans l’équation 8‑1.   
De manière similaire, l’équation 8-2 pour *x*2 donne la position de la voiture de police à tout moment *t*. Il existe toutefois un moment spécial *t*, appelons le *t\**, où les deux voitures se trouvent au même endroit. Essentiellement, pour résoudre un problème de « collision de type II », il faut trouver ce moment spécial *t*\* que nous appelons le « moment de collision. » Voici donc le point central principal du problème « collision de type II ». Au moment spécial *t*\*,

 (8-3)

Cette simple petite équation est la clé pour résoudre tout problème « collision de type II ». En remplaçant nos expressions pour *x*1 et *x*2 dans les équations 1 et 2 ci-dessus, et en désignant le moment comme étant le moment de collision *t*\*, nous obtenons

Ceci donne une seule équation avec une seule variable inconnue, soit le moment de collision *t*\*. Nous remarquons que *t*\* semble être à la deuxième puissance. Cela signifie que l’équation est une équation quadratique. Il faudra donc probablement (ce qui est le cas ici) une formule quadratique pour résoudre le problème. Par conséquent, il faudra réorganiser les variables, au besoin, pour obtenir l’équation sous forme d’équation quadratique standard    
(où la variable est *t*\* au lieu de *x*). Il faut soustraire des deux côtés, permuter   
chaque côté et réorganiser les termes, ce qui donne

C’est la forme standard d’une équation quadratique.

La formule quadratique  donne alors

qui se simplifie légèrement pour devenir

En remplaçant les valeurs avec des unités, on obtient :

L’évaluation donne alors deux résultats pour *t*\*, soit *t*\* = 19,0 s et *t*\* = *−*2,59 s. Bien qu’une valeur négative soit une solution acceptable à une équation mathématique, celle-ci correspond à un moment dans le passé. Les expressions pour les positions physiques des voitures sont rédigées pour être valides à partir du temps 0. Avant le moment 0, la voiture de police utilise une accélération différente de  que nous avons utilisé pour l’expression de la position de la voiture de police. Puisque nous savons que notre équation n’est pas valide pour les moments antérieurs à *t* = 0, nous devons rejeter la solution négative. Il nous reste donc *t*\* = 19,0 s pour le moment où la voiture de police rattrape le chauffard. Une fois que vous trouvez le moment de « collision » dans un problème « collision de type II », le reste est facile. En se reportant à l’énoncé du problème, nous remarquons que le moment de collision lui-même, *t*\* = 19,0 s,   
est la réponse de la partie a, « Combien de temps faut-il à la voiture de police pour rattraper le chauffard? » La partie b pose la question « Quelle distance la voiture de police doit-elle parcourir pour rattraper le chauffard? » À ce moment, pour y répondre, nous n’avons qu’à remplacer le moment de collision *t*\* dans l’équation 8-2, ce qui donne alors la position de   
la voiture de police à tout moment :







Finalement, la partie c de l’énoncé du problème demande de trouver la vitesse de la voiture de police lorsqu’elle rattrape le chauffard. Il faut d’abord transformer les équations d’accélération constante pour obtenir une expression de la vitesse de la voiture de police comme fonction du temps :

La vitesse de la voiture de police au temps zéro est de 0, ce qui donne :

Pour obtenir la vélocité de la voiture de police au moment de la « collision », il faut évaluer ceci à *t*= *t*\* = 19,0 s. Ce qui donne ceci :

pour la vitesse de la voiture de police lorsqu’elle rattrape le chauffard.

# 9 Graphiques de mouvement en une dimension

*Prenons un objet en mouvement le long d’une trajectoire en ligne droite, où le mouvement est caractérisé par quelques intervalles de temps consécutifs pendant lesquels l’accélération   
est constante, mais habituellement à une valeur constante différente des intervalles de temps spécifiés adjacents. L’accélération subit des changements de valeur soudains à la fin de chaque intervalle de temps spécifié. Le changement soudain entraîne une discontinuité à saut fini dans le graphique Accélération en fonction du temps et une discontinuité dans la courbe (mais pas de la valeur) dans le graphique Vitesse en fonction du temps (par conséquent, il y a un « coin » ou un « pli » dans le tracé du graphique Vitesse en fonction du temps). Toutefois, le tracé du graphique Position en fonction du temps se prolonge de manière uniforme lors de ces moments où l’accélération change. Même les gens qui maîtrisent bien la production de graphiques ont tendance à inclure par erreur un pli dans le graphique Position en fonction du temps à un point sur le graphique correspondant à un instant où l’accélération subit un changement soudain.*

Les tâches que vous devez accomplir se rapportent toutes au mouvement d’un objet qui se déplace sur une trajectoire en ligne droite à une accélération constante pendant plusieurs intervalles de temps, mais qui subit un changement soudain de la valeur de l’accélération à la fin de chaque intervalle de temps (à l’exception du dernier) pour atteindre la nouvelle valeur d’accélération qui correspond à l’intervalle de temps suivant. Les tâches que vous devez accomplir pour un tel mouvement sont   
les suivantes :

(1) À partir d’une description (en mots) du mouvement de l’objet, produire un graphique de position en fonction du temps, un graphique de vitesse en fonction du temps et un   
graphique d’accélération en fonction du temps pour ce mouvement.

(2) À partir d’un graphique de vitesse en fonction du temps et de la position initiale de l’objet, décrire le mouvement, produire un graphique de position en fonction du temps et produire un graphique d’accélération en fonction du temps.

(3) À partir d’un graphique d’accélération en fonction du temps, de la position initiale de l’objet et de la vitesse initiale de l’objet, décrire le mouvement, produire un graphique de position   
en fonction du temps et produire un graphique de vitesse en fonction du temps.

L’exemple ci-dessous est donné pour expliquer plus clairement ce que l’on attend de vous et ce que vous devez faire pour réaliser ces tâches :

Exemple 9-1

Une voiture se déplace sur un tronçon routier droit sur lequel une ligne de départ est peinte. Au début des observations, la voiture se trouve déjà 225 m au-delà de la ligne de départ et se déplace à une vitesse constante de 15 m/s. La voiture continue d’avancer à une vitesse de 15 m/s pendant 5,0 secondes. Puis, elle commence à accélérer. Elle accélère de manière constante, pour atteindre une vitesse de 35 m/s après 5,0 secondes. Dès que sa vitesse atteint 35 m/s, la voiture commence à ralentir. Elle ralentit de manière constante, pour s’arrêter après 10,0 secondes. Dessinez les graphiques de la position en fonction du temps, de la vitesse en fonction du temps et   
de l’accélération en fonction du temps pour le mouvement de la voiture au cours de la période mentionnée dans la description. Indiquez les principales valeurs dans vos graphiques de la vitesse en fonction du temps et de l’accélération en fonction du temps.

Vous devez donc dessiner trois graphiques, qui indiquent tous le temps, les mêmes « lectures de chronomètre » sur l’axe **horizontal[[7]](#footnote-7)**. Tout d’abord, il faut se demander si les lignes/courbes tracées se prolongeront au-delà et sous l’axe du temps. Ceci aide à déterminer la longueur   
des axes. En lisant la description du mouvement dans l’exemple ci-dessus, il est évident que :

(1) La voiture se déplace vers l’avant à partir de la ligne de départ, mais elle n’a jamais été derrière celle-ci. Donc, le graphique *x* vs *t* s’étendra au-dessus de l’axe du temps (valeurs positives de *x*), mais pas en dessous (valeurs négatives de *x*).

(2) Les valeurs de la vitesse de la voiture sont positives. Comme le véhicule ne recule jamais, il n’y a aucune valeur négative de la vitesse. Donc, le graphique * *vs *t* s’étendra au-dessus de l’axe du temps, mais pas en dessous.

(3) La voiture accélère lorsqu’elle se déplace vers l’avant (accélération positive) et elle ralentit en avançant (accélération négative). Donc, le graphique *a* vs *t* s’étendra   
au-dessus et en dessous de l’axe du temps.

Ensuite, il faut dessiner les axes, d’abord pour *x* vs *t*, puis directement sous cet ensemble d’axes, les axes pour * *vs *t.* Finalement, directement sous ceux-ci, les axes pour *a* vs *t*. Nommez les axes au moyen du symbole utilisé pour représenter la valeur physique tracée le long de l’axe et, entre crochets, des unités pour cette valeur.

Puis, faites des marques de graduation le long de l’axe du temps. Pour ce faire, retournez lire la description pour déterminer les intervalles de temps pertinents. Ayant déjà lu la question à deux reprises, vous décidez de ne la relire qu’une dernière fois. Cette fois, vous prenez des notes :

À t = 0 : *x* = 225 m

*v* = 15 m/s

De 0 à 5 s : *v* = 15 m/s (constant)

De 5 à 10 s : *v* augmente de manière constante de 15 m/s à 35 m/s

De 10 à 20 s : *v* diminue de manière constante de 35 m/s à 0 m/s

À partir de ces notes, il est évident que le temps s’écoule de 0 à 20 secondes. Des intervalles de 5 secondes seraient donc suffisants. Faites quatre marques de graduation sur l’axe du temps du graphique *x* vs *t*. Nommez l’origine 0,0 et indiquez 5, 10, 15 et 20 aux marques de graduation respectives de l’axe du temps. Puis, dessinez des lignes pointillées verticales pour prolonger les marques de graduation de l’axe du temps à tous les graphiques sur la page. Ils ont tous les mêmes marques du temps. Cette étape aide donc à s’assurer que les graphiques sont bien interreliés. Dans le diagramme suivant, nous avons les axes et le graphique. À l’exception des étiquettes pour les principales valeurs, le travail est décrit sous forme de notes. Pour suivre ce travail, lisez les notes numérotées, en ordre, de 1 à 10.

COURBÉE VERS LE BAS

(12) x va t   
devient simplement horizontal ici, comme sur le dessus d’une colline. Doit être horizontal ici puisque v = 0 à t = 20 s.

500

0

100

300

400

600

200

*x*

(11) La valeur de v

diminue, ce qui signifie que

la pentede x vs t diminue, elle est donc « courbée vers le bas ». Les valeurs de v sont toujours « + », donc x augmente.

[m]

COURBÉE VERS LE HAUT

(8) Placez un point ici puisque x = 225 m à t = 0.

DROITE

(10) v (ci-dessous) augmente, ce qui signifie que la pente de x vs t augmente, elle est donc « courbée vers le haut ».

(9) v est une pente de x vs t, donc, v devient une constante et « + » signifie que x vs t est une ligne droite avec une pente « + ».

*t* [s]

0

5

10

15

20

35 m/s

**

0

5

15

20

25

30

35

10

m

s

[ ]

(1) Placez un point ici puisque v = 15 m/s à t = 0.

15 m/s

(3) Augmentation constante de v signifie une ligne droite de la valeur à 5 s jusqu’à la valeur à 10 s.

(2) Dessinez une ligne horizontale   
ici puisque v est constant à 15 m/s.

(4) Diminution constante de v signifie une ligne droite de la valeur à 10 s jusqu’à la valeur à 20 s.

*t* [s]

0

5

10

15

20

4 m/s2

*a*

[ ]

m

s2

(6) a est une pente de v vs t ci-dessus;

v vs t est une ligne droite avec une pente « + », donc, a est une valeur « + » constante signifiant que a vs t est horizontal.

0

5

10

15

20

0

*t* [s]

(7) Ci-dessus, v vs t est une ligne droite avec

une pente « − », donc, a est constant et « − ». Lorsque a est constant, a comparé à t   
est horizontal.

(5) v constant signifie une accélération de 0.

−3,5 m/s2

Comme les valeurs clés sur le graphique * *comparé à *t* sont données, le seul « mystère » restant dans le diagramme ci-dessus est « Comment les valeurs clés de *a* comparé à *t* sont-elles obtenues? » Voici les réponses :

Dans l’intervalle de temps de *t* = 5 secondes à *t* = 10 secondes, la vélocité passe de 

à . Par conséquent, dans cet intervalle de temps, l’accélération est obtenue de la   
manière suivante :

Dans l’intervalle de temps de *t* = 10 secondes à *t* = 20 secondes, la vélocité passe de 

à . Par conséquent, dans cet intervalle de temps, l’accélération est obtenue de la manière suivante :

# 10 Problèmes d’accélération constante en deux dimensions

*Dans la résolution de problèmes avec une accélération constante en deux dimensions, l’erreur la plus courante est probablement l’inversion des mouvements x et y. Il faut analyser le mouvement x, puis analyser le mouvement y séparément. La seule variable commune des mouvements x et y est le temps. Il est à noter que si la vélocité initiale est dans une direction qui ne suit aucun des deux axes, il faut d’abord décomposer la vélocité initiale en ses composantes.*

Dans les chapitres précédents, nous avons vu le mouvement d’une particule qui se déplace le long d’une ligne droite selon une accélération constante. Dans de tels cas, la vélocité et l’accélération suivent toujours la même ligne, celle sur laquelle la particule se déplace. Dans ce chapitre, nous continuerons à nous restreindre aux cas où l’accélération est constante (tant dans son intensité que dans sa direction), mais nous supprimerons la restriction selon laquelle la vélocité et l’accélération doivent suivre une seule et même ligne. Si la vélocité d’une particule au temps zéro n’est pas colinéaire avec l’accélération, la vélocité n’est alors jamais colinéaire avec l’accélération et la particule suit une trajectoire courbe. La trajectoire courbe sera confinée au plan qui contient à la fois le vecteur de vélocité initiale et le vecteur d’accélération. Sur ce plan, la trajectoire sera une parabole. (La trajectoire est simplement le chemin suivi par la particule.)

Vous devrez résoudre deux sortes de problèmes présentant une accélération constante en   
deux dimensions :

(1) Problèmes relatifs au mouvement d’une seule particule.

(2) Problèmes de collision de type II en deux dimensions

Des exemples sont utilisés pour illustrer les concepts à comprendre afin de résoudre les problèmes d’accélération constante à deux dimensions.

Exemple 10-1

Un carré horizontal d’une longueur de 1,20 m se trouve sur un système de coordonnées cartésiennes de manière à ce que le coin du carré soit à l’origine et le coin opposé, à (1,20 m, 1,20 m). Une particule se trouve à l’origine. La vélocité initiale de la particule est de 2,20 m/s en direction du coin du carré se trouvant à (1,20 m, 1,20 m), et son accélération est constante à 4,87 m/s2 dans la direction +x. Où la particule touche-t-elle le périmètre du carré?

***Solution et discussion***

Commençons par un diagramme.

**o

*a*

*x*

*y*

(1,20 m, 1,20 m)

Formulons maintenant quelques observations conceptuelles sur le mouvement de la particule. Rappelons que le carré est horizontal et que nous le regardons du dessus. Il est évident que la particule touchera le côté droit du carré puisqu’elle part avec une vélocité dirigée vers le coin supérieur droit. Cette vélocité initiale a une composante x et une composante y. La composante y   
ne change jamais puisqu’il n’y a aucune accélération dans la direction y. La composante x,   
toutefois, augmente continuellement. La particule se déplace vers la droite de plus en plus vite.   
Par conséquent, la particule mettra moins de temps à toucher le côté droit du carré que sans l’accélération et elle atteindra le côté droit du carré avant d’avoir le temps d’atteindre le côté éloigné.

|  |
| --- |
| Remarque importante au sujet de la trajectoire (chemin) de la particule : Imaginez un pion ordinaire sur un immense jeu de dames carré avec des cases de taille normale  (il y en a simplement beaucoup plus que sur un damier classique). Supposez que vous commencez par le pion dans la case à l’extrême gauche au bord du damier le plus près de vous (case 1) et, à chaque seconde, vous déplacez le pion d’une case vers la droite et d’une case vers le haut. Le pion se déplacerait alors à vélocité constante vers le coin supérieur droit. Vous déplaceriez ainsi le pion selon une diagonale. Maintenant, ajoutez une accélération. Replacez le pion dans la case 1 et commencez à le déplacer à nouveau. Cette fois, chaque fois que vous déplacez le pion vers l’avant, vous le déplacez vers la droite d’une case de plus que la fois précédente. Ainsi, vous le déplacez d’abord d’une case vers l’avant et d’une case vers la droite. Ensuite, vous le déplacez d’une case vers l’avant et de deux cases vers la droite. Puis, une case vers l’avant et trois cases vers la droite. Et ainsi de suite. Chaque seconde écoulée, le mouvement vers la droite s’amplifie. (C’est ce que cela signifie lorsque la vélocité vers la droite augmente continuellement.) Donc, à quoi ressemblerait la trajectoire du pion? Dessinons la situation. |
| Comme vous pouvez le voir, le pion se déplace selon une trajectoire courbe. De manière similaire, la trajectoire de la particule, dans le problème étudié, est courbe. |

Revenons à notre problème. La manière d’aborder ces problèmes d’accélération constante à deux dimensions est de traiter le mouvement x et le mouvement y séparément. La difficulté, dans le cas présent, est que la vélocité initiale ne se trouve ni le long de l’axe des x ni le long   
de l’axe des y. Elle est plutôt un mélange du mouvement x et du mouvement y. Il faut donc la séparer de ses composantes x et y. Commençons par cela. Il est à noter que, selon l’inspection, l’angle du vecteur de vélocité par rapport à l’axe des x est de 45,0°.

**oy

**ox

y

**o =

2,20 m/s

*θ* = 45°

x

|  |  |
| --- | --- |
|  | Selon l’inspection  (puisque l’angle est de 45,0°) :    Donc : |

Nous pouvons maintenant examiner le mouvement x et le mouvement y séparément. Avant de le faire, réfléchissons à notre plan d’attaque. Nous avons établi, grâce au raisonnement conceptuel, que la particule touchera le côté droit du carré. Nous avons donc déjà la réponse à la moitié de la question « Où la particule touche-t-elle le périmètre du carré? » Elle le touche à *x* = 1,20 m et *y* = ?. Il ne nous reste plus qu’à trouver la valeur de *y*. Nous avons établi que le mouvement x détermine le temps nécessaire avant que la particule touche le périmètre du carré. Elle touche ce dernier au moment, dans le temps, où *x* atteint la valeur de 1,20 m. Notre plan d’attaque est donc d’utiliser une ou plusieurs équations d’accélération constante du mouvement x pour déterminer le moment (temps) où la particule touche le périmètre du carré, puis d’insérer ce temps dans l’équation d’accélération constante pertinente du mouvement y pour obtenir la valeur de *y* lorsque la particule touche le côté du carré. Allons-y.

***Mouvement x***

Commençons par l’équation en fonction de la position et du temps :

0

(Il faut trouver le temps où *x* = 1,20 m.)

La composante x de l’accélération est l’accélération totale, soit *a*x = *a*. Ainsi,

Sachant qu’il s’agit d’une équation quadratique, nous l’obtenons sous la forme standard d’une équation quadratique.

Appliquons maintenant la formule quadratique :

Après avoir remplacé les valeurs par des unités (et, à cette étape, n’évaluez rien), on obtient :

L’évaluation de cette expression donne :

*t* = 0,4518 s, et *t* = −1,091 s.

Nous cherchons un temps dans le futur, donc il faut éliminer le résultat négatif puisqu’il s’agit d’un temps du passé. Nous avons donc déterminé que la particule touche le côté droit du carré au temps *t* = 0,4518 s. La question suivante est maintenant « Quelle est la valeur de *y* à ce temps? »

***Mouvement y***

Nous utilisons à nouveau l’équation d’accélération constante établissant la relation entre la position et le temps, cette fois en inscrivant les termes des variables y :

0

0

Nous voyons que *y*0 est zéro puisque la particule est à l’origine au temps 0 et que *a*y est zéro puisque l’accélération est dans la direction +x, ce qui signifie qu’il n’y a pas de composante y. L’équation devient donc :

Remplaçons les valeurs par des unités,



évaluons l’expression et arrondissons à trois chiffres significatifs, ce qui donne :

*y* = 0,703 m.

Par conséquent, la particule touche le périmètre du carré à

(1,20 m, 0,703 m)

Passons maintenant à un problème de collision de type II à deux dimensions. Pour résoudre un problème habituel de collision de type II à deux dimensions, il faut trouver la trajectoire de l’une des particules, trouver quand l’autre particule croise cette trajectoire, puis établir où la première particule se trouve lorsque la deuxième particule croise cette trajectoire. Si la première particule est à un point dans sa propre trajectoire lorsque la deuxième particule croise celle-ci, il y a alors une collision. Dans le cas d’objets, au lieu de particules, il faut souvent raisonner davantage pour résoudre un problème de collision de type II à deux dimensions. Un tel raisonnement   
est illustré dans l’exemple suivant au sujet d’une fusée.

Exemple 10-2

Les positions d’une particule et d’une petite fusée (dites-vous qu’elle est aussi mince qu’une ligne) d’une longueur de 0,280 m sont définies à l’aide de coordonnées cartésiennes. Au temps 0, la particule est à l’origine et se déplace sur une surface horizontale à 23,0 m/s à un angle de 51,0°. Elle accélère de manière constante à une vitesse de 2,43 m/s2 dans la direction +y. Au temps 0, la fusée est au repos et va de (−0,280 m, 50,0 m) à (0, 50,0 m), mais elle a une accélération constante en direction +x. Quelle doit être l’accélération de la fusée pour que la particule   
touche celle-ci?

***Solution***

Selon la description du mouvement, la fusée se déplace sur une surface horizontale le long de la ligne *y* = 50,0 m. Nous devons déterminer où et quand la particule franchit cette ligne. Il faut ensuite calculer l’accélération nécessaire de la fusée pour que le nez de celle-ci soit au même point au même moment et répéter l’opération pour la queue de la fusée. Enfin, nous donnerons comme réponse toute accélération comprise entre ces deux valeurs.

Quand et où la particule franchit-elle la ligne y = 50,0 m?

Nous devons traiter le mouvement x et le mouvement y de la particule de manière séparée. Commençons par décomposer la vélocité initiale de la particule selon ses composantes x et y.

**ox

**oy

*θ* = 51,0°

**o =

23,0 m/s

y

x

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Dans ce cas-ci, c’est le mouvement y qui détermine quand la particule franchit la trajectoire de la fusée puisqu’elle le fait lorsque y = 50,0 m. Attardons-nous d’abord au mouvement y en premier.

***Mouvement y de la particule***

0

Il est à noter que nous ne pouvons pas simplement supposer que nous pouvons éliminer *y* o.   
Dans ce cas-ci, toutefois, la position de temps zéro de la particule est donné comme étant (0, 0), ce qui signifie que *y* o est effectivement zéro pour ce problème. Trouvons la valeur de *t*  :

*t* = 2,405 s, et *t* = −17,11 s.

De nouveau, nous avons rejeté la solution négative puisqu’elle représente un moment dans le passé alors que nous cherchons un moment dans le futur.

Passons ensuite au mouvement x pour déterminer où la particule croise la trajectoire de la fusée.

***Mouvement x de la particule***

Nous utilisons à nouveau l’équation d’accélération constante établissant la relation entre la position et le temps, cette fois en inscrivant les termes des variables x :

0 (parce que la particule commence à l’origine)

0 (parce que l’accélération est dans la direction y)



x = 34, 80 m.

Donc, la particule croise la trajectoire de la fusée à (34,80 m, 50,0 m) au moment où le temps t = 2,450 s. Il faut maintenant calculer l’accélération que la fusée devait avoir pour que son nez soit à cet endroit-là, à ce moment-là. La fusée n’a qu’un mouvement x. Elle est toujours sur la ligne *y* = 50,0 m.

***Mouvement du nez de la fusée***

0

0

où l’indice n est utilisé pour le « nez » et où a prime représente la « fusée. »  a été éliminé puisque le nez de la fusée se trouve à (0, 50,0 m) au temps zéro, et a été éliminé parce que   
la fusée est au repos au temps zéro.



En recherchant la valeur de , cela donne :



Maintenant, il faut simplement évaluer cette expression à t = 2,405 s, soit le moment où la particule croise la trajectoire de la fusée, et à = *x* = 34,80 m, soit la valeur de *x* au moment   
où la particule croise la trajectoire de la fusée.





Il faut souligner le fait que le n pour « nez » n’est pas là pour supposer que le nez de la fusée a une accélération différente de la queue. Au lieu, l’ensemble de la fusée doit avoir l’accélération  afin que la particule touche le nez de la fusée. Il faut maintenant trouver l’accélération  de l’ensemble de la fusée pour que la particule touche la queue de la fusée.

***Mouvement de la queue de la fusée***

0

où l’indice *t* est utilisé pour la « queue » et où a prime représente la « fusée. »  a été éliminé parce que la fusée est au repos au temps zéro, mais  n’est pas zéro puisque la queue de la fusée se trouve à (−0,280, 50,0 m) au moment zéro.



En recherchant la valeur de , cela donne :



En évaluant t = 2,405 s et = *x* = 34,80 m, cela donne





comme étant l’accélération de l’ensemble de la fusée pour que la particule touche la queue   
de la fusée.

Par conséquent :

L’accélération de la fusée doit se trouver entre  et , inclusivement, pour que la particule touche la fusée.

# 11 Vélocité relative

*Les vecteurs s’additionnent comme des vecteurs, et non comme des chiffres. Sauf dans ce cas très spécial où les vecteurs à additionner se trouvent sur une même ligne, il est donc impossible d’additionner l’intensité des vecteurs.*

Imaginez que vous tenez une sarbacane ayant une **vélocité initiale[[8]](#footnote-8)** de 45 mi/h. Imaginez également que vous êtes dans un autobus se déplaçant sur une autoroute droite à 55 mi/h et que vous pointez la sarbacane, de niveau, directement vers l’avant de l’autobus. En présumant qu’il n’y a pas de recul lorsque le dard sort de l’extrémité de la sarbacane, à quelle vitesse se déplace-t-il par rapport à la route? C’est exact! À 100 mi/h. Le dard se déplace déjà à une vitesse relative de 55 mi/h par rapport à la route simplement parce qu’il est à bord d’un autobus roulant une vitesse relative de 55 mi/h. En ajoutant à cela la vélocité de 45 mi/h obtenue au moment de tirer, vous obtenez la vélocité totale du dard par rapport à la route. Ce problème est un exemple d’une catégorie de problèmes d’addition de vecteurs nommée « Vélocité relative. » C’est un problème d’addition de vecteurs assez facile puisque les vecteurs de vélocité vont dans la même direction. Le seul défi est le diagramme d’addition des vecteurs, puisqu’ils se trouvent directement l’un au-dessus de l’autre. Il faut les déplacer légèrement dans le diagramme   
ci-dessous pour observer tous les vecteurs. En déterminant que

est la vélocité de l’autobus par rapport à la route;

est la vélocité du dard par rapport à l’autobus;

est la vélocité du dard par rapport à la route; on obtient donc

AVANT

**DR

**DB

**BR

Le problème d’addition de vecteurs illustré par ceci est

= +

Si la direction vers l’avant est définie comme étant une direction positive,

AVANT

Direction positive

**DR

**BR

**DB

alors, puisque les vecteurs additionnés sont tous les deux dans la même direction, il s’agit donc d’un cas très spécial où l’intensité de la résultante est simplement la somme des intensités des vecteurs additionnés :

= +

**DR = **BR + **DB

**DR = 55 mi/h + 45 mi/h

**DR = 100 mi/h

= 100 mi/h dans la direction dans laquelle l’autobus   
se déplace

Vous connaissez déjà tous les concepts à connaître pour résoudre les problèmes de vélocité relative (vous savez ce qu’est la vélocité et comment additionner des vecteurs), donc la meilleure chose à faire dans ce cas est de présenter d’autres exemples résolus. Le problème que nous venons de voir est le type de problème de vélocité relative le plus facile, celui où toutes les vélocités vont dans une même direction. Le deuxième type le plus facile est celui où deux vélocités à additionner vont dans des directions opposées.

Exemple 11-1

Un autobus roule sur une autoroute droite à une vitesse constante de 55 mi/h. Une personne assise dans l’autobus tire avec une sarbacane ayant une vélocité initiale de 45 mi/h en ligne droite vers l’arrière de l’autobus. Déterminez la vélocité du dard par rapport à la route, lorsqu’il sort de la sarbacane.

À nouveau, les définitions suivantes sont utilisées :

est la vélocité de l’autobus par rapport à la route;

est la vélocité du dard par rapport à l’autobus;

est la vélocité du dard par rapport à la route;

si la direction vers l’avant est définie comme étant une direction positive, on obtient donc

AVANT

|**DB|

Direction positive

**DR

**BR

= +

**DR = **BR − |**DB |

**DR = 55 mi/h − 45 mi/h

**DR = 10 mi/h

= 10 mi/h dans la direction dans laquelle l’autobus   
se déplace

Ce serait bizarre d’observer ce dard du côté de la route. Pour l’observateur, il se déplacerait dans la même direction que l’autobus, queue d’abord, à une vitesse de 10 mi/h.

Le problème d’addition de vecteurs le plus facile suivant est celui où les vecteurs à additionner sont à angle droit l’un par rapport à l’autre. Voici un problème de vélocité relative de ce type.

Exemple 11-2

Un garçon est assis dans une voiture se déplaçant vers le nord à une vitesse de 65 mi/h. Il pointe une carabine à plombs (une arme qui utilise un gaz comprimé pour tirer une petite balle en métal ou en plastique appelée une bille), ayant une vélocité initiale de 185 mi/h, vers l’est et appuie sur la détente. Le recul (soit le mouvement vers l’arrière de l’arme causé par le coup de feu) est négligeable. Dans quelle direction de compas la bille se dirige-t-elle?

En déterminant que

est la vélocité de la voiture par rapport à la route;

est la vélocité de la bille par rapport à la voiture;

est la vélocité de la bille par rapport à la route; on obtient donc

NORD

**BC = 185 mi/h

EST

**BR

*θ*

**CR = 65 mi/h

*θ* = 70,6°

La bille se déplace dans la direction dont le cap compas est de 70,6°.

Exemple 11-3

Un bateau traverse une rivière qui s’écoule vers l’est à 8,50 m/s. Le cap compas du bateau est de 15,0°. Par rapport à l’eau, le bateau se déplace en ligne droite (dans la direction vers laquelle le bateau pointe) à 11,2 m/s. À quelle vitesse et dans quelle direction le bateau se déplace-t-il par rapport aux rives de la rivière?

Voici une situation où le bateau est déplacé en aval par le mouvement de l’eau en même temps qu’il se déplace par rapport à l’eau. Il est à noter que l’information donnée signifie que, si l’eau était complètement immobile, le bateau se déplacerait à une vitesse de 11,2 m/s à 15,0° au nord‑est. L’eau, malheureusement, n’est pas immobile. En déterminant que

est la vélocité de l’eau par rapport au sol;

est la vélocité du bateau par rapport à l’eau;

est la vélocité du bateau par rapport au sol; on obtient donc

NORD

**BW = 11,2 m/s

*φ* =

15,0°

**BG

EST

*θ*

**W G = 8,50 m/s

Pour résoudre ce problème, il faut simplement suivre le principe d’addition des vecteurs. D’abord, il faut définir +x comme la direction vers l’est et +y, celle vers le nord. Puis, dessinez le diagramme d’addition des vecteurs pour . La décomposition en composants est inutile, puisqu’ils se trouvent le long de l’axe des *x* :

**W G = 8,50 m/s

Après inspection :

**WGx = 8,50 m/s

**W Gy = 0

La décomposition de exige un peu de travail :

y, Nord

y, Nord

x, Est

*φ* =

15,0°

**BWx

**BWy

**BW = 11,2 m/s

x, Est

Maintenant, additionnez les composantes x pour obtenir la composante x de la résultante

et additionnez les composants y pour obtenir la composante y de la résultante :

Ces deux composantes sont la vélocité du bateau par rapport au sol. Il faut dessiner le diagramme des composantes du vecteur de pour déterminer la direction et l’intensité   
de la vélocité du bateau par rapport au sol.

y, Nord

**BG

x, Est

*θ*

Il faut alors utiliser le théorème de Pythagore pour obtenir l’intensité de la vélocité du bateau par rapport au sol,

et la définition de la tangente pour déterminer la direction de  :

Par conséquent, = 15,6 m/s à 43,8° nord-est.

# 12 Force gravitationnelle près de la surface de la Terre, premières expériences avec la deuxième loi de Newton

*Certaines personnes pensent que tous les objets près de la surface de la Terre ont une accélération de 9,8 m/s2 vers le bas par rapport à la surface de la Terre. Ce n’est pas le cas. En fait, tous les objets observés dans une pièce ont une accélération de zéro par rapport à la surface de la Terre. Ce n’est que lorsqu’ils sont en chute libre,   
c’est-à-dire seulement lorsque rien ne touche, pousse ni tire un objet, à l’exception   
du champ gravitationnel de la Terre, que les objets subissent une accélération de 9,8 m/s2 vers le bas par rapport à la surface de la Terre.*

### Force gravitationnelle près de la surface de la Terre

Tout le monde vit dans le champ gravitationnel invisible de la Terre. La masse est toujours entourée d’un champ gravitationnel. Tout objet avec une masse, y compris la Terre, est entouré d’un champ gravitationnel. Plus la masse de l’objet est imposante, plus le champ est important. Puisque la Terre a une masse énorme, elle crée un champ gravitationnel fort dans la région de l’espace qui l’entoure. Le champ gravitationnel est une force en fonction de la masse à chaque point d’une région autour de l’objet. Il est toujours prêt à exercer une force, et en mesure de le faire, sur toutes les particules présentes dans le champ gravitationnel. Le champ gravitationnel de la Terre existe partout sur Terre, pas seulement dans les airs, mais également à l’extérieur de l’atmosphère, dans l’espace, ainsi qu’à l’intérieur de la Terre. L’effet du champ gravitationnel vise à exercer une force sur toute particule, toute « victime », présente dans celui-ci. La force exercée sur la victime dépend à la fois de la propriété de la victime en tant que telle, soit sa masse, et d’une propriété du point dans l’espace dans lequel la particule se trouve, soit la force en fonction de la masse du champ gravitationnel à ce point. La force exercée sur la victime par le champ gravitationnel est simplement la masse de la victime multipliée par la valeur de force en fonction de la masse du champ gravitationnel à l’emplacement de la victime.

Par exemple, si vous tenez une roche dans votre main, vous pouvez sentir quelque chose tirer la roche vers le bas. Cela fait en sorte que la roche crée une marque temporaire dans la paume de votre main et vous savez que vous devez appuyer vers le haut, sur le dessous de la roche, pour la retenir contre cette traction vers le bas. Ce « quelque chose » est le champ mentionné précédemment. Il s’appelle le *champ gravitationnel de la Terre*. Il a une intensité et une direction, donc il faut utiliser une variable de vecteur que le symbole  représente. En général, l’intensité et la direction d’un champ gravitationnel varient d’un point à l’autre dans la région de l’espace où le champ gravitationnel existe. Toutefois, le champ gravitationnel de la Terre, près de la surface de celle-ci, est, de manière approximative, beaucoup plus simple que cela. Selon cette approximation, le champ gravitationnel de la Terre a la même valeur à tous les points près de la surface de la Terre et il pointe toujours vers le centre de la Terre, une direction habituellement nommée « vers le bas ». Avec cette approximation,

vers le bas (12-1)

pour tous les points près de la surface de la Terre. Le fait que le champ gravitationnel soit une force par masse à chaque point dans l’espace signifie qu’il doit avoir des unités de force par masse. En effet, le N (newton) apparaissant dans la valeur  est l’unité SI de force (la force de la poussée ou la traction sur un objet) et le kg (kilogramme) est l’unité SI de masse. Donc, N/kg est une unité de force par masse.

La force gravitationnelle exercée sur un objet par le champ gravitationnel de la Terre (ou de toute autre planète où l’objet se trouve près de la surface de cette autre planète) est parfois appelée le poids de l’objet. Pour souligner que la force gravitationnelle est une force exercée sur l’objet, au lieu d’être une propriété de l’objet lui-même, appelons-la la force gravitationnelle. La force gravitationnelle  exercée sur un objet d’une masse *m* par le champ gravitationnel de la Terre est représentée par

(12-2)

Le produit d’un scalaire et d’un vecteur est un nouveau vecteur dans la même direction que le vecteur d’origine. Par conséquent, la force gravitationnelle de la Terre est dans la même direction que le champ gravitationnel, soit vers le bas, vers le centre de la Terre. L’intensité du produit d’un scalaire et d’un vecteur est le produit d’une valeur absolue du scalaire et de l’intensité du vecteur. [L’intensité d’un vecteur est sa grandeur. Un vecteur a une intensité (sa grandeur) et une direction (dans quel sens). Par exemple, l’intensité d’un vecteur de force  = 15 N vers le bas, est *F* = 15 newtons.] Par conséquent,

(12-3)

fait référence à l’intensité de la force gravitationnelle par rapport à l’intensité du champ gravitationnel. L’essentiel, c’est que chaque objet *près de la surface* de la Terre subit une force gravitationnelle dirigée vers le bas dont l’intensité est donnée par où *m* est la masse de l’objet et où *g* est .

### Lorsque la force gravitationnelle est la seule force exercée sur un objet

S’il y a une force nette autre que zéro sur un objet, cet objet subit une accélération dans la même direction que cette force nette. La quantité d’accélération dépend de l’ampleur de la force nette et de la masse de l’objet subissant l’accélération, l’objet sur lequel la force nette agit. En fait, l’accélération est directement proportionnelle à la force. La constante de la proportionnalité est inverse à la masse de l’objet.

(12-4)[[9]](#footnote-9)

L’expression  signifie « la somme des forces agissant sur un objet ». Il s’agit d’une somme vectorielle. C’est la force nette agissant sur l’objet. La masse *m* est l’inertie de l’objet, la résistance inhérente de l’objet à un changement de vélocité. (Inhérent signifie « intrinsèque,   
qui appartient essentiellement à une chose».) Il est à noter que le facteur  dans l’équation 12-4



signifie que plus la masse d’un objet est imposante, plus son accélération sera petite, pour une force nette donnée. L’équation 12-4 est un énoncé concis d’une multitude de résultats expérimentaux. On la nomme la « deuxième loi de Newton. » Ici, on souhaite l’appliquer   
pour trouver l’accélération d’un objet en chute libre près de la surface de la Terre.

Lorsque vous appliquez la deuxième loi de Newton, vous devez dessiner un diagramme de corps libre de l’objet dont l’accélération est étudiée. Dans un diagramme de corps libre, vous illustrez l’objet (dans ce cas-ci, il s’agit d’un objet arbitraire, par exemple une roche) libre de ce qui l’entoure. Puis, vous dessinez une flèche pour chaque force agissant sur l’objet. Dessinez la flèche avec la queue touchant l’objet, et la flèche pointant dans la direction de la force. Étiquetez la flèche avec le symbole utilisé pour représenter la grandeur de la force. Finalement, dessinez une flèche près de l’objet, mais qui ne le touche pas. Dessinez la flèche de manière à ce qu’elle pointe dans la direction de l’accélération de l’objet et étiquetez-la avec un symbole choisi pour représenter la grandeur de l’accélération. Ici, le symbole *a* est utilisé pour l’accélération afin   
de se souvenir que l’accélération est causée par le champ gravitationnel de la Terre .

***Diagramme de corps libre pour un objet en chute libre près de la surface de la Terre***



*a*

La prochaine étape, dans l’application de la deuxième loi de Newton, est de la noter.

 (12-5)

Observez que l’équation 12-4



est une équation vectorielle. Par conséquent, vous devez l’étudier comme étant trois équations réunies dans une seule : une équation pour chacune des trois directions des coordonnées mutuellement orthogonales (ce qui veut dire qu’elles sont perpendiculaires l’une par rapport à l’autre) dans l’espace. Dans le cas présent, tous les vecteurs (il n’y en a que deux : le vecteur de la force gravitationnelle et le vecteur d’accélération) sont parallèles à une seule et même ligne, soit la verticale. Vous n’avez donc besoin que d’une des équations. Dans l’équation 12-5,



des flèches sont utilisées en indice. L’alignement de la tige de la flèche précise la ligne le long de laquelle les forces sont additionnées, alors que la pointe de la flèche précise la direction, le long de cette ligne, appelée la direction positive. Dans le cas présent, en se reportant à l’équation 12-5, il faut noter que les tiges des flèches sont verticales, ce qui signifie que les forces s’additionnent selon la verticale et que l’accélération est traitée le long de la verticale. Également dans l’équation 12-5, il faut noter que les têtes des flèches pointent vers le bas, ce qui signifie que la direction vers le bas est la direction positive choisie. Par conséquent, cela signifie que la direction vers le haut est la direction négative. (La direction positive vers le bas est choisie puisque les deux vecteurs dans le diagramme de corps libres vont vers le bas.)

Ensuite, il faut remplacer  par ce qui se trouve dans le diagramme de corps libre,

*a*g

soit *a*, puis il faut remplacer  par la somme des forces verticales du diagramme de corps libre, en calculant les forces vers le bas comme des contributions positives à la somme, et les forces vers le haut, des contributions négatives. Il s’agit d’un remplacement facile dans ce   
cas-ci, puisqu’il n’y a qu’une seule force dans le diagramme de corps libre, soit la force gravitationnelle, la force vers le bas d’une grandeur . Le résultat de nos remplacements est   
le suivant :

(12-6)

Le  dans l’équation 12-6 est la grandeur (intensité) de la force gravitationnelle, cette force mentionnée au début du présent chapitre. Elle est donnée selon la masse de l’objet et l’intensité du champ gravitationnel *g*  de la Terre dans l’équation 12-3, . En remplaçant  dans l’équation 12-6, , par  qui est son équivalent, on obtient

(12-7)

Maintenant, le *m* apparaissant dans la fraction  représente l’inertie de l’objet. Il s’agit de la quantité de résistance inhérente que l’objet doit modifier dans sa vélocité et d’une mesure de   
la quantité totale de matériau composant l’objet. Le *m* qui apparaît dans la partie *m* de l’expression (équation 12-7) est la masse gravitationnelle de l’objet. Cette quantité, combinée au champ gravitationnel à l’emplacement de l’objet, détermine la force exercée sur l’objet. Il est également une mesure de la quantité totale de matériau composant l’objet. En fait, la masse d’inertie et la masse gravitationnelle du même objet sont identiques (c’est pourquoi le même symbole *m* est utilisé pour les deux) et, dans l’équation 12-7, elles s’annulent. Ainsi,

(12-8)

Donc, g est la grandeur du vecteur du champ gravitationnel de la Terre à l’emplacement de l’objet. g = 9,80 N/kg et *a*g, est une accélération, donc doit avoir des unités d’accélération, soit m/s2. Heureusement, un newton est , donc les unités de **, notamment N/kg, deviennent . Par conséquent,

(12-9)

C’est génial! L’accélération d’un objet en chute libre ne dépend pas de sa masse, puisque les masses s’annulent. Le même élément qui rend un objet lourd le rend « atone ».

### Chute libre unidimensionnelle, ou mouvement unidimensionnel d’un projectile

Si vous lancez un objet tout droit dans les airs, ou si vous le relâchez tout simplement, ou si vous le lancez vers le bas, en supposant que la force de la résistance de l’air est négligeable par rapport à la force gravitationnelle : l’objet sera en chute libre du moment où il n’est plus en contact avec votre main jusqu’au dernier moment avant de toucher le sol (ou toute autre chose qu’il pourrait toucher). L’objet suivra alors une trajectoire en ligne droite selon une accélération constante de  vers le bas.

Pensez au cas où l’objet est lancé tout droit dans les airs. Pendant l’ensemble de sa chute libre, l’objet subit une accélération de  vers le bas. Lorsque l’objet monte, l’accélération vers le bas signifie que l’objet ralentit. Au point le plus haut de son mouvement, lorsque la vélocité change d’une vélocité vers le haut à une vélocité vers le bas (la vélocité est donc, pour un moment, de zéro), l’accélération vers le bas signifie que la vélocité change d’une vélocité vers   
le bas de zéro à une vélocité vers le bas qui n’est plus de zéro. Dans sa trajectoire vers le bas, l’accélération vers le bas signifie que la vélocité augmente dans une direction vers le bas.

# 13 Chute libre, ou mouvement d’un projectile

*Les équations d’accélération constante s’appliquent du premier moment après le départ du projectile du lanceur, jusqu’au dernier moment avant que le projectile touche quelque chose, comme le sol. Une fois que le projectile touche le sol, le sol exerce une telle force sur le projectile que cela cause un changement radical dans l’accélération du projectile sur une très courte période de temps jusqu’à ce que, dans le cas d’un projectile qui ne rebondit pas, l’accélération et la vélocité deviennent zéro. De prendre cette valeur de vélocité de zéro et de l’intégrer dans les équations d’accélération constante sans renseignement sur l’accélération après le contact avec le sol est une grave erreur.   
En fait, lors de ce dernier moment où les équations d’accélération constante s’appliquent toujours, lorsque le projectile est au niveau du sol, mais n’y a pas encore touché (en supposant que le niveau du sol est l’élévation la plus basse atteinte par le projectile),   
la grandeur de la vélocité du projectile est à sa* ***plus grande*** *valeur, aussi loin de zéro qu’elle ne peut se rendre!*

Pensez à un objet en chute libre avec une vélocité initiale qui n’est pas zéro dans une direction horizontale vers l’avant, ou verticale vers l’avant (que ce soit vers le haut ou vers le bas). L’objet se déplacera vers l’avant, ainsi que vers le haut ou le bas (peut-être vers le haut, puis vers le bas), tout   
en continuant de se déplacer vers l’avant. Dans les cas de chute libre, le mouvement de l’objet (habituellement nommé *projectile* lorsque la chute libre est étudiée) se déroule le long d’un seul plan vertical. Il est possible de définir ce plan comme étant un plan x-y par la définition de la direction vers l’avant comme étant la direction x , et la direction vers le haut, la direction y .

Un des éléments intéressants au sujet du mouvement d’un projectile est que le mouvement horizontal est indépendant du mouvement vertical. Souvenez-vous que, dans une chute libre, un objet subit continuellement une accélération vers le bas de , mais n’a aucune accélération horizontale. Cela signifie que, si vous lancez un projectile de manière à ce qu’il se dirige vers   
un mur à une certaine vitesse, il continuera de se diriger vers ce mur à cette vitesse, qu’il se déplace vers le haut ou vers le bas lors de son approche. Une conséquence intéressante de l’indépendance des mouvements vertical et horizontal est le fait que, en oubliant la résistance de l’air, si une balle est tirée horizontalement de la hauteur de l’épaule au-dessus d’un sol de niveau et, qu’au moment où la balle sort du pistolet, vous laissez tomber une deuxième balle de la même hauteur, les deux balles toucheront le sol en même temps. Le mouvement vers l’avant de la balle tirée n’a aucun effet sur son mouvement vertical.

*L’erreur la plus courante dans les problèmes de mouvement de projectile est que les gens combinent les mouvements x et y en une seule équation standard d’accélération constante. Ne faites pas ça. Traitez le mouvement x et le mouvement y de manière séparée.*

Dans les problèmes de mouvement de projectile, il faut tirer profit de l’indépendance du mouvement horizontal (x) et du mouvement vertical (y) en les traitant séparément. Seul le temps est commun pour le mouvement x et le mouvement y. L’élément essentiel de la solution de nombreux problèmes de mouvement de projectile est de trouver le temps total du « vol. » Voici un exemple de problème :

**Exemple 13-1 :** Un projectile est lancé à une vélocité de 11 m/s à un angle de 28° par rapport à un sol de niveau et horizontal, et à une hauteur de 2,0 m au‑dessus du sol. Quelle distance le projectile parcourt-il avant de toucher   
le sol? (En supposant que la résistance de l’air est négligeable.)

Avant de commencer, il faut établir clairement ce qu’il faut déterminer. La direction vers l’avant est définie comme étant la direction x , il faut donc trouver la valeur de *x*. Plus précisément, il faut trouver la distance, mesurée au sol, du point au sol directement sous le point où le projectile quitte le lanceur, jusqu’au point au sol que le projectile touche. Cette distance est connue comme étant la portée du projectile. Elle est aussi connue comme étant la portée du lanceur pour l’angle de lancement donné et la distance parcourue par le projectile.

Maintenant, puisque nous savons ce que nous devons chercher, commençons. La vélocité initiale est de 11 m/s à 28° au-dessus de la ligne horizontale. Oh non! Il y a un problème. L’élément essentiel pour résoudre les problèmes de mouvement de projectile est de traiter le mouvement x et le mouvement y de manière séparée. Toutefois, puisque la vélocité initiale donnée est , cela signifie que c’est un mélange des deux. Il faut alors décomposer la vélocité initiale pour obtenir ses composantes x et y.

*x*

*y*

** = 11 m/s

*θ* = 25°

** x

** y

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Nous pouvons maintenant commencer. Commencez par un croquis qui définit le système de coordonnées, établissant ainsi l’origine et les directions positives de *x* et *y*.

**ox = 9,97 m/s

**o = 4,65 m/s

**o

0

1

2

3

0

2

4

6

8

10

12

**y [m]**

**x [m]**

Souvenez-vous que, dans les problèmes de mouvement de projectile, il faut traiter les mouvements x et y séparément. Commençons par le mouvement x. C’est la partie la   
plus facile puisqu’il n’a pas d’accélération.

***Mouvement x***

0

0

(13-1)

Il est à noter que, pour le mouvement *x*, il faut commencer par l’équation de l’accélération constante qui donne la position en fonction du temps. (Imaginez un chronomètre actionné au moment où le projectile n’est plus en contact avec le lanceur. La variable de temps *t* représente la lecture sur le chronomètre.) Comme vous pouvez le voir, puisque l’accélération dans la direction *x* est de zéro, l’équation se simplifie rapidement à . Nous sommes alors « coincés » puisque nous avons *deux* variables inconnues, *x* et *t*, et *une* seule équation. Il faut donc passer au mouvement y.

Il est évident que le mouvement y comporte la variable de temps, puisque le projectile commence à une élévation connue (y**= 2,0 m) et le mouvement du projectile se termine   
lorsque celui-ci atteint une autre élévation connue, soit *y*= 0.

***Mouvement y***

(13-2)

L’équation dit que la valeur *y*  à tout temps *t* est la valeur *y*  initiale en plus de quelques autres termes qui dépendent de *t*. Elle est valide à tout temps *t*, en commençant par le moment de lancement *t*= 0, alors que l’objet suit un mouvement de projectile. Plus particulièrement, elle s’applique à ce temps *t* spécial, le dernier moment avant que l’objet ne touche le sol, le moment qui vous intéresse le plus, soit le moment où *y* = 0. Ce qu’il est possible de faire est d’insérer 0 pour *y*, puis de chercher ce moment *t*  spécial qui, une fois intégré dans l’équation 13-2, fait en sorte que *y* est égal à 0. Lorsque l’équation 13-2 est réécrite où *y*  est de 0, le symbole *t* signifie autre chose complètement. Au lieu d’être une variable, il devient un temps spécial, le moment où *y* dans l’équation 13-2 () équivaut à zéro.

(13-3)

Pour souligner que le moment dans l’équation 13-3 est un moment précis dans le temps plutôt que la variable de temps au moment du lancement, inscrivez , que l’on nomme « *t* étoile. » L’ensemble de l’équation 13-3 est donné à l’exception de , il est donc possible de résoudre l’équation 13-3 pour obtenir . Comme l’équation 13-3 est une équation quadratique de , il faut d’abord la réécrire sous la forme d’une équation quadratique standard, soit , ce qui donne :

Puis, il faut utiliser la forme quadratique  qui, dans le cas présent, devient ceci :

qui se simplifie alors pour devenir

En remplaçant les valeurs avec des unités, on obtient :

qui devient

 et 

Nous ignorons la réponse négative puisque nous savons que le projectile touche le sol après le lancement, et non avant.

Souvenez-vous que  est la lecture sur le chronomètre lorsque le projectile touche le sol. Il est à noter que, lors de ses mouvements vers le haut et vers le bas, le projectile se déplace vers l’avant selon l’équation 13-1, . Il ne nous reste donc qu’à insérer  dans l’équation 13-1 et à la résoudre :



*x* = 13 m

C’est la réponse. Le projectile se déplace de 13 m vers l’avant avant de toucher le sol.

# 14 Première loi de Newton : Utilisation des diagrammes de corps libre

*Vous lancez une roche dans les airs en présence d’une autre personne. Au moment où la roche quitte votre main, mais avant qu’elle n’atteigne son plus haut point, vous demandez à cette autre personne : « Qu’est-ce qui fait en sorte que la roche poursuit sa montée? » Elle pourrait répondre, incorrectement, que c’est la force de votre main. Cet exemple illustre une idée fausse courante, selon laquelle la force est quelque chose donné par la main à la roche, et que la roche la « possède » alors qu’elle est dans les airs. Ce n’est pas le cas. Une force est ce qui est subi par un objet. La force a été définie comme étant une poussée ou une traction continue. C’est quelque chose dont l’objet est la victime, jamais quelque chose que l’objet possède. Lorsqu’une force agit sur un objet, le mouvement de l’objet respecte l’action de la force sur celui-ci. Une fois que la force n’agit plus sur l’objet, il n’y a plus de force. Le mouvement   
de l’objet respecte donc l’absence de force. (Comme on le verra dans le présent chapitre, la bonne réponse à la question « Qu’est-ce qui fait en sorte que la roche poursuit sa montée? » est « rien. » Cette roche monte d’elle-même si elle suit déjà un mouvement vers le haut. Vous n’avez besoin de rien pour qu’elle poursuive ce mouvement. En fait, la seule raison pour laquelle la roche ne continue pas à monter indéfiniment est qu’elle est soumise à une force descendante. Lorsqu’une force vers le bas est la seule force exercée sur un objet, celui-ci subit une accélération vers le bas. Ainsi, la montée de la roche ralentit, puis le mouvement s’inverse et devient un mouvement vers le bas allant de plus en plus vite.)*

Imaginez que les étoiles sont fixes dans l’espace, de manière à ce que la distance entre une étoile et une autre ne change jamais. (Elles ne sont pas fixes. Les étoiles se déplacent les unes par rapport aux autres.) Maintenant, imaginez que vous créez un système de coordonnées cartésiennes, un ensemble de trois axes mutuellement orthogonaux que vous nommez x, y et z. Votre système de coordonnées cartésiennes est un cadre de référence. Tant que votre cadre de référence ne tourne pas et qu’il est soit fixe, soit en mouvement à une vélocité constante par rapport aux étoiles (fictivement) fixes, votre cadre de référence est alors un *système de coordonnées inertielles*. Il est à noter que la vélocité dispose d’une grandeur et d’une direction et, lorsque vous présumez que la vélocité de votre cadre de référence doit être constante pour qu’il soit un système de coordonnées inertielles, vous ne présumez donc pas que seule la grandeur est constante, mais la direction également. La grandeur de la vélocité est la vitesse. Donc, pour que la grandeur de la vélocité soit constante, la vitesse doit être constante. Pour que la direction soit constante, le cadre de référence doit se déplacer selon une trajectoire en ligne droite. Donc, un système de coordonnées inertielles est soit fixe, soit en mouvement selon une vitesse constante le long d’une trajectoire en ligne droite par rapport   
aux étoiles (fictivement) fixes.

Le concept d’un système de coordonnées inertielles est important dans l’étude de la physique, parce que c’est grâce aux systèmes de coordonnées inertielles que les lois du mouvement, connues sous le nom des lois du mouvement de Newton, s’appliquent. Voici les trois lois du mouvement de Newton, observées comme étant respectées par toute particule de matière   
dans un système de coordonnées inertielles :

**I. Si aucune force nette n’agit sur une particule, la vélocité de cette particule ne change pas.**

**II. Si une force nette s’exerce sur une particule, celle-ci subit une accélération directement proportionnelle à la force, la constante de proportionnalité étant l’inverse de la masse de la particule.**

**III. Chaque fois qu’un objet exerce une force sur un second objet, ce dernier exerce sur le premier une force égale et opposée.**

### Discussion sur la première loi de Newton

Malgré son nom, c’est en fait Galilée qui a établi la première loi. Il a laissé une balle rouler le long d’une rampe devant laquelle se trouvait une autre rampe orientée en sens inverse. Ainsi, lorsque la balle descendait une rampe, elle remontait sur l’autre. Il a noté que la balle montait sur la deuxième rampe, ralentissant de manière constante jusqu’à ce qu’elle atteigne la même élévation que sur la rampe à partir de laquelle la balle a été lâchée à l’origine. Il a alors réduit à plusieurs reprises l’angle de la deuxième rampe à partir de l’horizontale, puis lâchait la balle de la position d’origine chaque fois que la deuxième rampe était inclinée à nouveau. Plus l’angle était petit, plus la balle prenait du temps à ralentir sur la deuxième rampe, et plus la balle se déplaçait loin sur la surface de celle-ci avant d’atteindre l’élévation de départ. Lorsqu’il a finalement réglé l’angle à zéro, la balle ne semblait pas ralentir sur la deuxième rampe. Il n’avait pas de rampe infiniment longue, mais il a déduit que, si c’était le cas, avec la deuxième rampe à l’horizontale, la balle continuerait de rouler à l’infini sans ralentir, puisque peu importe la distance parcourue, elle ne monterait plus, donc elle n’atteindrait jamais l’élévation de départ. Il a conclu que, si un objet est en mouvement et que rien n’influence son mouvement, l’objet continuerait de se déplacer selon la même vitesse et la même direction. Alors, qu’est-ce qui maintient l’objet en mouvement? La réponse est « rien. » C’est toute la question. Un objet n’a besoin de rien pour continuer son mouvement. S’il est déjà en mouvement, à une vélocité constante, c’est ce qu’il fait tant qu’aucune autre force n’agit sur cet objet. En fait, une  *force* est nécessaire pour *changer* la vélocité d’un objet.

On comprend bien pourquoi il aura fallu autant de temps à l’humanité pour que quelqu’un réalise qu’en l’absence de force nette qui déplace un objet, celui-ci poursuit son trajet à une vélocité constante, puisqu’il y a une force nette inévitable sur un objet en mouvement sur la surface de la Terre. Vous lancez un objet vers le haut, puis la Terre le tire vers le bas tout au long de son vol. Il ne va pas continuer à voyager en ligne droite vers le haut, pas avec la Terre qui exerce une traction sur lui. Même si vous tentez de faire glisser un objet sur la surface lisse d’un étang gelé où la traction vers le bas du champ gravitationnel de la Terre est neutralisée par la glace qui se presse contre l’objet, vous constaterez que ce dernier ralentit en raison de la force de friction et de la résistance de l’air qui le poussent dans la direction opposée à sa vélocité. Avec ces forces omniprésentes, il a fallu beaucoup de temps à l’humanité pour réaliser qu’en l’absence de force, un objet en mouvement poursuivrait sa trajectoire sur une ligne droite, à une vitesse constante,   
et qu’un objet immobilisé resterait immobilisé.

### Discussion sur la deuxième loi de Newton

Galilée a obtenu un autre résultat intéressant de ses expériences avec la balle sur une rampe en portant son attention sur la première rampe, comme décrit ci-dessus. L’observation d’une balle en mouvement lui a permis de constater qu’elle prenait de la vitesse en descendant la rampe. Essayez l’expérience. Tant que votre rampe n’est pas trop inclinée, vous pouvez *voir* que la balle ne fait pas que rouler vers le bas à une vitesse constante, mais plutôt qu’elle accélère tout le long de sa descente. Galilée avait noté par ailleurs que plus l’inclinaison de la rampe était forte, plus la balle prenait de la vitesse dans sa descente. Il a fait essai sur essai, en commençant par une pente légèrement inclinée, puis en l’accentuant graduellement. Chaque fois qu’il accentuait la pente, la balle accélérerait encore davantage dans sa descente, jusqu’au point où la pente est devenue tellement raide qu’il ne pouvait plus observer cette accélération : elle était tout simplement trop rapide. Toutefois, Galilée a constaté qu’à mesure qu’il amplifiait la pente, la même chose se produisait, c’est-à-dire que la vitesse de la balle augmentait toujours dans sa descente sur la rampe, et que plus l’angle de la pente était grand, plus la balle descendait vite. En fait, il avait observé que s’il fixait l’inclinaison à l’angle définitif de 90°, la balle accélérerait tout le long de la descente sur la rampe plus rapidement que si l’angle était plus faible, mais qu’elle continuerait d’accélérer dans sa descente. Cela dit, lorsque l’angle de la pente est de 90°, la balle tombe au lieu de rouler sur la pente. Galilée conclut donc que lorsqu’on échappe un objet (pour lequel la résistance de l’air est insignifiante), celui-ci accélère tout le long   
de sa descente, jusqu’à ce qu’il touche la Terre.

Galilée a beaucoup fait pour préparer la voie pour Sir Isaac Newton, qui est né l’année même de la mort de Galilée.

C’est Newton qui avait compris la relation entre la force et le mouvement. Il est le premier à avoir réalisé le lien entre la force et l’accélération, plus précisément le fait qu’un objet qui subit une force nette accélère son mouvement dans la même direction que la force. Cela dit, certains objets sont davantage affectés par la force que d’autres. On peut dire que chaque objet a sa propre sensibilité : plus elle est importante, plus l’accélération de l’objet pour une force donnée est importante.   
Le facteur de sensibilité est la valeur réciproque de la masse de l’objet. On peut donc écrire :

 (14-1)

où  est l’accélération de l’objet et *m*, sa masse, et où  est la somme vectorielle de toutes les forces qui agissent sur l’objet, c’est-à-dire que  est la force nette qui agit sur l’objet.

### Discussion sur la troisième loi de Newton

En réalisant que lorsqu’un objet exerce une force sur un second objet, ce dernier renvoie toujours une force égale et opposée au premier objet, Newton a pris conscience d’un aspect naturel qui semble à première vue bien simple, mais qui mène rapidement à des conclusions qui, aussi justes qu’elles puissent être, sont plutôt contre-intuitives. La troisième loi de Newton est une constatation du fait que toute force n’est que la moitié d’une interaction, où une *interaction* dans ce sens est la poussée ou l’attraction mutuelle souvent produite lorsqu’un objet est à proximité d’un autre.

Dans certains cas, où l’effet est manifeste, la validité de la troisième loi de Newton est plutôt évidente. Par exemple, si deux personnes avec la même masse roulent en patins à roulettes et se font face, et qu’une des personnes pousse l’autre, on observe que les deux personnes reculent et s’éloignent l’une de l’autre. Il peut être initialement difficile d’accepter le fait que le deuxième patineur répond en poussant sur les mains du premier patineur, mais on peut dire que le patineur qu’on pense être le pousseur est également poussé, car on voit qu’il subit une accélération vers l’arrière. En fait, lorsqu’il y a une force de poussée, la force exercée sur le patineur doit être aussi importante que la force qu’elle exerce sur l’autre patineur, car sa vitesse vers l’arrière   
est aussi importante que celle de l’autre personne (de même masse).

Mais qu’en est-il des cas où l’effet d’au moins une des forces dans la paire d’interactions n’est pas aussi évident? Supposez par exemple qu’un balai repose sur un mur glissant. Outre notre connaissance des lois de Newton, comment pouvons-nous nous convaincre que le balai met une pression sur le mur, c’est-à-dire qu’il exerce continuellement une force sur le mur et que le mur renvoie une force sur lui? Nous pourrions nous en convaincre en donnant à notre main le rôle du mur. Substituez votre main au mur et appuyez le balai contre votre paume au même angle qu’il avait lorsqu’il reposait contre le mur. La paume devrait faire directement face à l’extrémité du manche. Vous sentirez que l’extrémité du manche pousse contre la paume de votre main. En fait, vous verrez qu’il laisse une marque sur la paume. Vous pouvez sentir la force du manche à balai sur votre main et en déduire qu’il doit exercer la même force sur le mur positionné à la même place que votre main par rapport au balai.

Qu’en est-il de la force exercée par le mur (poussée) sur l’extrémité du manche à balai? Encore une fois, remplacez le mur par votre main. Ensuite, écartez rapidement votre main du chemin. Évidemment, le balai tombe. Avant de la déplacer, votre main devait appliquer une force sur le balai, ou celui-ci serait autrement déjà tombé. Vous rétorqueriez peut-être que votre main n’exerçait pas nécessairement une force, mais qu’elle se trouvait plutôt « sur le chemin ». Se trouver « sur le chemin » est l’application d’une force. Lorsque le balai repose en fait contre le mur et qu’il ne tombe pas, c’est en raison d’une force que le mur exerce sur lui qui annule les autres forces. En réalité, si le mur n’était pas suffisamment solide pour exercer une telle force, il s’effondrerait. Il serait tout de même bien d’avoir une idée instinctive de la force exercée par le mur sur le balai. Faites jouer à votre main le rôle du mur, mais placez cette fois-ci le balai à peu près contre l’extrémité de votre petit doigt. Pour maintenir la même orientation du balai qu’il avait lorsqu’il reposait contre le mur, vous sentirez peut-être que vous devez exercer une force sur l’extrémité du manche à balai. En fait, si vous augmentez la force juste un peu, le manche s’incline vers le haut, et si vous réduisez la force, il s’incline vers le bas. Encore une fois, vous sentez que vous poussez sur l’extrémité lorsque vous maintenez le manche dans la même position qu’il avait lorsqu’il reposait contre le mur, et vous pouvez supposer que le mur à la place de votre main par rapport au balai doit exercer la même force sur le manche à balai. Notez que la force éloigne le balai du mur à des angles droits de celui-ci.   
Une telle force est exercée contre tout objet qui est en contact avec une surface solide. Cette force de contact exercée par une surface solide sur un objet en contact avec elle est appelée « force normale », car elle est perpendiculaire à la surface et le mot « normal » signifie perpendiculaire.

### Utilisation des diagrammes de corps libre

Pour résoudre avec succès un problème lié à la deuxième loi de Newton, il faut dessiner un diagramme de corps libre de l’objet dont on étudie le déplacement, puis d’utiliser ce diagramme pour étendre la loi, c’est-à-dire remplacer  par une somme réelle des forces, terme par terme. Notez que la deuxième loi de Newton  est une équation vectorielle et qu’elle est donc, dans le cas le plus général (trois dimensions), équivalente en réalité à trois équations scalaires, une pour chacune des trois directions mutuellement orthogonales possibles dans l’espace. (Le scalaire est un nombre exprimé seulement par sa grandeur, à l’opposé du vecteur, qui a une grandeur et une direction.) Dans le cadre de vos cours de physique, vous travaillerez normalement avec des forces qui se trouvent sur le même plan et obtiendrez donc généralement deux équations à partir de .

Remarque concernant les diagrammes de corps libre : La difficulté consiste à créer un diagramme à partir d’une description du processus physique considéré. La partie facile est de l’utiliser. Dans le reste de ce chapitre, nous nous attarderons sur la partie facile. À l’aide du diagramme de corps libre donné, trouvez une ou plusieurs forces inconnues et utilisez-les pour trouver l’accélération de l’objet.

Par exemple, dans ce diagramme de corps libre

*F*P = 31 newtons

*F* = 19,6 newtons

Vers la droite

Vers le haut

Vers la gauche

*a*

Vers le bas

*F*kf = 13 newtons



pour un objet dont la masse est de 2,00 kg, trouvez la valeur de la force normale , puis celle de l’accélération *a*. (Notez que nous définissons les symboles que nous utilisons pour représenter les éléments des forces et de l’accélération *dans le diagramme de corps libre.* Nous faisons cela en dessinant une flèche dont la tige représente une ligne tout au long de laquelle se trouve la force, et dont la pointe est définie comme une direction positive pour cet élément de force. Nous apposons ensuite notre symbole voulu sur la flèche. Un symbole de valeur négative signifie simplement que la force ou l’accélération correspondante est dans la direction opposée à la direction vers laquelle pointe la flèche.)

Solution : Remarquez que l’accélération et toutes les autres forces qui se trouvent sur l’une ou l’autre de deux lignes imaginaires (l’une horizontale et l’autre verticale) sont perpendiculaires l’une par rapport à l’autre. L’accélération sur une ligne est indépendante de toute force perpendiculaire sur cette ligne, et nous pouvons donc considérer une ligne à la fois. Commençons par la ligne horizontale. Nous écrivons la deuxième loi de Newton pour la ligne horizontale de la   
manière suivante :

 (14-2)

dans laquelle les tiges des flèches indiquent la ligne le long de laquelle nous totalisons les forces (les tiges dans l’équation 14-2 sont horizontales, et nous devons donc totaliser les forces sur la ligne horizontale) et la pointe de la flèche indique la direction que nous estimons positive   
(toute force dans la direction opposée est saisie dans la somme avec un signe négatif).

La prochaine étape est de remplacer  avec le symbole que nous avons utilisé dans le diagramme pour représenter l’accélération vers la droite et  avec une somme réelle des forces, terme par terme, qui comprend seulement les forces horizontales et dans laquelle les forces vers la droite sont saisies avec un « + », tandis que les forces vers la gauche sont saisies avec un « - ». Cela donne :



En remplaçant les valeurs avec des unités et en faisant l’évaluation, on obtient :



Portons maintenant notre attention sur la direction verticale. Pour plus de commodité, nous avons reproduit le diagramme de corps libre ci-dessous :

*F*P = 31 newtons

*F* = 19**,**6 newtons

Vers la droite

Vers le haut

Vers la gauche

*a*

Vers le bas

*F*kf = 13 newtons



Commençons encore une fois par la deuxième loi de Newton, écrite cette fois-ci pour la   
direction verticale :



Remplaçons  par ce qu’il est et remplaçons  par la somme des forces, terme par terme, avec un « + » pour les forces vers le bas et un « *−* » pour les forces vers le haut. Notez que le seul *a* dans le diagramme de corps libre est horizontal. Quiconque a inventé ce diagramme de corps libre nous dit qu’il n’y a pas d’accélération dans la direction verticale, c’est-à-dire que   
= 0. Par conséquent :



En résolvant la variable *F*N*, on obtient*

*F*N = *F*

Le remplacement des valeurs avec des unités mène à la réponse finale suivante :

*F*N = 19,6 newtons.

# 15 Deuxième loi de Newton : Types de forces, création de diagrammes de corps libre

*Aucune « force de mouvement » n’agit sur un objet. Une fois que vous avez la ou les forces exercées sur l’objet par tous les éléments (y compris tout champ de force par masse à l’emplacement de l’objet) qui touchent l’objet, vous avez toutes les forces. N’ajoutez pas de fausse « force de mouvement » à votre diagramme de corps libre. Il est particulièrement tentant d’ajouter une fausse force lorsqu’il n’y a aucune force réelle dans la direction dans laquelle un objet se dirige. Gardez toutefois en tête qu’un objet n’a pas besoin de subir de force pour poursuivre son chemin. Il se déplace à une vélocité constante en l’absence de force nette.*

Maintenant que vous avez une certaine expérience de l’utilisation des diagrammes de corps libre, il est temps de voir comment les créer. Lorsque vous dessinez un diagramme de corps libre, vous devez garder deux éléments à l’esprit :

(1) Il ne faut inclure que les forces qui agissent SUR l’objet dont vous dessinez le diagramme de corps libre. Toute force exercée PAR l’objet sur un autre objet appartient au diagramme de corps libre de l’*autre* objet.

(2) Toutes les forces sont des forces de contact et chaque force a un agent. L’agent est « celui qui exerce la force ». Autrement dit, l’agent est la forme de vie ou l’élément qui pousse ou qui tire l’objet. Aucun agent n’exerce de force sur un objet sans être en contact avec lui. (Nous utilisons le point de vue du champ plutôt que le point de vue de l’action à distance pour les forces fondamentales de la nature. Il s’agit, par exemple, du champ gravitationnel de la Terre à l’emplacement de l’objet qui exerce la force gravitationnelle sur un objet plutôt que la Terre physique elle-même.)

Nous allons utiliser des exemples pour introduire les différents types de force. Voici le   
premier exemple :

Exemple 15-1

Une personne jette une pierre en l’air. Dessinez un diagramme de corps libre de la pierre pendant qu’elle est en l’air. (Votre diagramme de corps libre s’applique à tout moment après que la pierre quitte la main du lanceur, jusqu’au dernier instant avant d’entrer en contact avec sa destination.) Ignorez toute force qui risque d’être exercée par l’air sur la pierre.

Si vous observez la pierre dans les airs, il peut sembler que rien ne la touche. Toutefois, le champ gravitationnel de la Terre se trouve partout autour de la planète. On ne peut ni le bloquer ni l’atténuer. Il est dans l’air, dans l’eau, et même dans le sol. Il est en contact direct avec tout ce qui se trouve à proximité de la Terre et exerce une force sur chaque objet près de la surface de la Terre. Nous appelons cette force la force gravitationnelle. Vous l’avez déjà étudiée.   
Voici un bref résumé.

|  |
| --- |
| **La force gravitationnelle exercée sur les objets près de la surface de la Terre**  Vu qu’elle a une masse, la Terre a un champ de gravitation. Le champ de gravitation  est un champ de force par masse. Il est invisible et n’est pas fait de matière. Il s’agit d’un ensemble infini de vecteurs de force par masse, un à chaque point dans l’espace à proximité de la surface de la Terre. Chaque vecteur de force par masse est dirigé vers le bas (vers le centre de la Terre) et a une ampleur près de la surface de la Terre de . Le symbole utilisé pour représenter le vecteur de champ gravitationnel de la Terre à tout point où il existe est . Donc, . Le champ gravitationnel de la Terre a pour effet d’exercer une force sur tout objet qui se trouve à l’intérieur de celui-ci. Il s’agit de la force gravitationnelle, qui est égale au produit de la masse d’un objet et du vecteur de champ de gravitation de la Terre : . L’ampleur de la force gravitationnelle est donnée par  *F* = *mg* (15-1)  où est l’ampleur du vecteur de champ gravitationnel de la Terre. La direction de la force gravitationnelle près de la surface de la Terre est vers le bas, jusqu’au centre de la planète. |

Voici le diagramme de corps libre et le tableau correspondant des forces pour l’exemple 15-1 :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tableau des forces** | | | |
| ***Symbole = ?*** | ***Nom*** | ***Agent*** | ***Victime*** |
| *F* *= m* | Force gravitationnelle | Champ gravitationnel de la Terre | La pierre |

*a*

*F*

Remarques :

1) La seule chose qui touche l’objet pendant qu’il est en l’air (en ignorant l’air lui-même) est le champ gravitationnel de la Terre. Il n’y a donc qu’une seule force sur l’objet, à savoir la force gravitationnelle. La flèche représentant le vecteur de force est dessinée pour que sa queue touche l’objet, et elle s’éloigne de l’objet dans la direction de la force.

2) Sauf indication et marquage contraires sur le diagramme, « vers le haut » signifie vers le haut de la page et « vers le bas » signifie vers le bas de la page.

3) La flèche représentant l’accélération doit se situer près de l’objet, mais sans le toucher.   
(Si elle le touche, on pourrait la confondre avec une force.)

4) Il n’y a aucune information par rapport à la vélocité dans un diagramme de corps libre.

5) Il n’y a aucune force de la main qui agit sur l’objet, car au moment en question, la main ne le touche plus. Lorsque vous dessinez un diagramme de corps libre, vous ne devez inclure que les forces qui agissent sur l’objet au moment représenté sur le diagramme. L’accélération de l’objet dépend seulement des forces qui agissent sur l’objet en ce moment. La force de la main n’offre qu’un intérêt historique.

6) À propos du tableau des forces :

a) Assurez-vous d’être capable de créer un tableau des forces complet pour chaque diagramme de corps libre que vous dessinez. Vous n’avez pas à en fournir un pour chaque diagramme de corps libre que vous dessinez, mais vous devriez vous attendre à devoir le faire à plusieurs reprises.

b) Dans le tableau des forces, l’agent est la forme de vie ou l’élément qui exerce la force, et la victime est l’objet qui la subit. Assurez-vous que, dans chaque cas, la victime est l’objet pour lequel vous dessinez le diagramme de corps libre.

c) Dans le cas présent, il n’y a qu’une force, donc une seule entrée dans le tableau des forces.

d) Pour tout objet près de la surface de la Terre, l’agent de la force gravitationnelle est le champ gravitationnel de la Terre. Il est acceptable d’abréger ce phénomène à la « Terre », car le champ gravitationnel de la Terre peut être considéré comme une partie invisible   
de la Terre, mais il N’EST PAS acceptable de l’appeler « gravité ». La gravité est un   
mot-sujet correspondant à la nature de la force gravitationnelle. Ce n’est pas un agent.

Exemple 15-2

Une balle dont la masse *m* est immobile, suspendue par un fil. Dessinez le diagramme de corps libre pour la balle et créez le tableau des forces correspondant.

Pour régler ce problème, vous aurez besoin des renseignements suivants à propos des fils :

|  |
| --- |
| **La force exercée par un fil tendu sur un objet auquel il est attaché**  (S’applique aussi aux cordes, aux câbles, aux chaînes et aux objets semblables.)  La force exercée par un fil sur un objet auquel il est attaché est toujours dans une direction opposée à l’objet, le long de la longueur du fil.  Notez que la force en question est exercée par le fil, et non, par exemple, par une personne qui tire sur l’autre extrémité du fil.  La force exercée par un fil sur un objet s’appelle la « force de tension », et son amplitude est normalement représentée par le symbole *F*T.  Remarque : Aucune formule ne vous donne la valeur de la force de tension. Si elle  n’est pas fournie, la seule façon de l’obtenir est d’utiliser la deuxième loi de Newton. |

Voici le diagramme de corps libre de la balle, et le tableau des forces correspondant pour l’exemple 15-2 :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tableau des forces** | | | |
| ***Symbole = ?*** | ***Nom*** | ***Agent*** | ***Victime*** |
| *F*T | Force de tension | Le fil | La balle |
| *F**=m* | Force  gravitationnelle | Champ gravitationnel de la Terre | La balle |

*F*

*a* = 0

*F*T

Exemple 15-3

Un traîneau de masse *m* est tiré vers l’avant sur une surface horizontale sans friction au moyen d’une corde horizontale attachée à l’avant du traîneau. Dessinez le diagramme de corps libre du traîneau et fournissez le tableau des forces correspondant.

Mis à part la corde et le champ gravitationnel de la Terre, le traîneau est en contact avec une surface solide. La surface exerce une sorte de force que nous devons comprendre pour créer   
le diagramme de corps libre pour cet exemple.

|  |
| --- |
| **La force normale**  Un objet qui est en contact avec une surface subit une force de celle-ci. La surface pousse sur l’objet. La force exercée sur l’objet s'éloigne de la surface et est perpendiculaire à celle-ci. Elle est dite « normale », car cela signifie perpendiculaire. Comme mentionné, la force est perpendiculaire à la surface. Nous utilisons le symbole  pour représenter l’ampleur de la force normale.  Remarque : Aucune formule ne vous donne la valeur de la force normale. Si elle n’est pas fournie, la seule façon de l’obtenir est d’utiliser la deuxième loi de Newton. |

Voici le diagramme de corps libre du traîneau ainsi que le tableau des forces correspondant.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tableau des forces** | | | |
| ***Symbole = ?*** | ***Nom*** | ***Agent*** | ***Victime*** |
| *F*N | Force normale | La surface horizontale | Le traîneau |
| *F*T | Force de tension | La corde | Le traîneau |
| *F**=m* | Force gravitationnelle | Champ gravitationnel de la Terre | Le traîneau |

*a*

*F*T

*F*N

*F*

Remarque : Le mot « libre » dans « diagramme de corps libre » renvoie au fait que l’objet est dessiné hors de son environnement. Ne dessinez pas l’environnement (comme la surface horizontale sur laquelle glisse le traîneau dans le cas en question) dans   
votre diagramme de corps libre.

Exemple 15-4

Un bloc de masse *m* repose sur une surface horizontale sans frottement. Le bloc est situé à l’ouest d’un mur orienté vers l’ouest. Le bloc est attaché au mur par un ressort idéal sans masse non comprimé/non tendu idéal, dont la constante de force est *k*. Le ressort est perpendiculaire au mur. Une personne tire le bloc à une distance *x* directement dans la direction opposée du mur, puis le relâche. Dessinez le diagramme de corps libre adéquat du bloc pour le premier moment après que la personne l’a relâché. Fournissez le tableau des forces correspondant.

Pour la première fois, nous observons un ressort qui exerce une force sur l’objet pour lequel nous dessinons le diagramme de corps libre. Nous devons donc en apprendre davantage sur la force exercée par un ressort.

|  |
| --- |
| **La force exercée par un ressort**  La force exercée par un ressort idéal sans masse sur un objet qui en touche l’extrémité est dirigée le long du ressort.   * La force est dans la direction opposée à l’objet si le ressort est étiré et * dans la direction de l’objet si le ressort est comprimé.   Pour que le ressort exerce une force sur l’objet dans le cas d’un ressort étiré, l’objet doit être attaché à l’extrémité du ressort. Ce n’est pas le cas d’un ressort comprimé, qui peut pousser un objet, peu importe s’il y est attaché ou non.  La force dépend du montant  d’étirement ou de compression du ressort et d’une mesure de sa rigidité, connue comme la constante de force du ressort, ou constante de rappel, et représentée par le symbole *k*. La grandeur de la force du ressort est généralement représentée par le symbole . La force du ressort est directement proportionnelle au degré d’étirement . La constante de rappel *k* est la constante de proportionnalité. Par conséquent,  *F*S = *k* (15-2) |

Voici le diagramme de corps libre du bloc et le tableau des forces correspondant pour l’exemple 15-4 :

*MISE EN GARDE : Par le fruit du hasard,   
la force normale est vers le haut dans les exemples fournis dans ce chapitre. Ne supposez jamais que c’est toujours le cas. La force normale est perpendiculaire à la surface qui l’exerce et s’en éloigne. Il se trouve qu’elle est ascendante dans les présents exemples, car l’objet est en contact avec la partie supérieure d’une surface horizontale. Si la surface était un mur, la force normale serait horizontale. Dans le cas d’un plafond, elle serait descendante et perpendiculaire au plafond, et s’en éloignerait.* ***Ne supposez jamais que la force normale est vers le haut.***

VERS LE HAUT

*a*

*m*

*F*N

À L’EST



*F*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tableau des forces** | | | |
| ***Symbole = ?*** | ***Nom*** | ***Agent*** | ***Victime*** |
| *F*N | Force normale | La surface horizontale | Le bloc |
|  | La force du ressort | Le ressort | Le bloc |
| *F**=m* | Force  gravitationnelle | Le champ gravitationnel de la Terre | Le bloc |

Exemple 15-5

De votre point d’observation, une caisse de masse *m* glisse vers la droite sur un plancher en béton plat. La caisse ne touche à rien de solide sauf le plancher. Dessinez un diagramme de corps libre de la caisse. Fournissez le tableau des forces correspondant.

Selon notre expérience avec les objets qui glissent sur les planchers en béton, nous savons   
que la caisse ralentit au moment examiné, ce qui est dû à la friction cinétique .

|  |
| --- |
| **Friction cinétique**  Une surface sur laquelle glisse un objet exerce une force de ralentissement sur lui (en plus de la force normale). La force de ralentissement va dans la direction opposée à celle de la vélocité de l’objet. Dans le cas d’un objet qui glisse sur la surface sèche d’un corps solide (comme un plancher), la force de ralentissement est une force de friction cinétique (aussi appelé frottement dynamique). Cinétique signifie « relatif au mouvement », un adjectif qu’on ajoute pour préciser qu’il est question d’un objet en mouvement.  La formule de friction cinétique fournie ci-dessous est un résultat empirique.Cela signifie qu’elle est directement tirée de résultats expérimentaux. Elle ne s’applique |

|  |
| --- |
| que dans le cas d’un objet qui glisse sur une surface sèche .Elle ne s’applique pas dans le cas, par exemple, d’un objet qui glisse sur une surface graissée.  On utilise le symbole *F*k  f pour la force de friction cinétique. La formule de friction cinétique est la suivante :  *F*k  f = *μ*K *F*N (15-3)  *F*N est la grandeur de la force normale. Sa présence dans la formule indique que plus la surface pousse contre l’objet, plus la force de frottement est intense.  (mu-indice-K) est appelé le coefficient de friction cinétique. Sa valeur dépend des matériaux de l’objet et de la surface, ainsi que du caractère lisse des deux surfaces de contact. Il n’a pas d’unité, juste un nombre. La grandeur de la force de friction cinétique est une fraction de la grandeur de la force normale. La fraction est . Les valeurs de  pour différentes paires de matériaux se trouvent dans les manuels portant sur ces matériaux. Elles se situent généralement entre 0 et 1. La valeur réelle d’une paire de matériaux donnée dépend de l’aspect lisse de la surface et est normalement indiquée par un seul chiffre significatif.  **IMPORTANT :**  est un coefficient (sans unité) utilisé dans le calcul de la force de friction. Il ne s’agit pas d’une force en soi. |

Voici le diagramme de corps libre et le tableau des forces correspondant pour le cas en question. La caisse bouge vers la droite et ralentit : elle a une accélération vers la gauche.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tableau des forces** | | | |
| ***Symbole*** | ***Nom*** | ***Agent*** | ***Victime*** |
| *F*N | Force normale | Le plancher en béton | La caisse |
| *F*k f = *μ* K *F*N | Force de friction cinétique | Le plancher en béton | La caisse |
| Fg*= mg* | Force gravitationnelle | Le champ gravitationnel de la Terre | La caisse |

*F*N

*a*

*m*

*F*k f

*F*g

Exemple 15-6

*Remarque : Ce n’est pas chaque objet qui subit une force normale (« perpendiculaire à   
la surface »). Si un objet ne touche pas une surface, il n’y a pas de force normale   
agissant sur l’objet.*

Une personne a poussé une brique sur un plancher carrelé vers un mur orienté vers l’est, coinçant un ressort d’une longueur non étirée  et d’une force constante *k* entre le mur et l’extrémité de la brique qui fait face au mur. Cette extrémité de la brique est à distance *d* du mur. La personne relâche la brique, mais le ressort n’arrive pas à la bouger : la brique reste figée exactement là où la personne l’a relâchée. Dessinez le diagramme de corps libre de la brique et fournissez le   
tableau des forces correspondant.

Une force de frottement agit sur un objet immobile. De façon générale, un objet *immobile* adhère davantage à la surface avec laquelle il est en contact que le même objet qui *glisse*sur la même surface. Il s’agit d’un cas de frottement statique.

|  |  |
| --- | --- |
| **Force de frottement statique**  Une surface avec frottement peut exercer une force de frottement statique sur un objet  qui la touche. Cette force est parallèle à la surface. Elle va dans la direction opposée à la direction du mouvement imminent de l’objet fixe. La direction du déplacement imminent est celle de l’accélération de l’objet en l’absence de frottement statique.  En général, il n’y a pas de formule pour calculer le frottement statique – on a recours à la deuxième loi de Newton pour trouver cette force. La force de frottement statique est la valeur nécessaire pour rendre nulle la force nette parallèle à la surface.  Nous utilisons le symbole *F*sf pour représenter la grandeur de la force de frottement statique.   |  | | --- | | CAS PARTICULIER : Imaginez que vous essayez de pousser un réfrigérateur sur le plancher. Vous le poussez horizontalement et vous montez graduellement la force de poussée. Au début, plus vous poussez, plus la force de frottement statique est importante, mais elle ne peut croître indéfiniment. Il y a une grandeur possible maximale de frottement statique dans tous les cas. Une fois que la grandeur de votre force dépassera ce seuil, le réfrigérateur commencera à glisser. Voici comment obtenir la grandeur possible maximale de frottement statique :  (15-4)  La quantité sans unité  est le coefficient de frottement statique propre au type et à la nature de la surface sur laquelle l’objet glisse. Les valeurs de  se situent généralement entre 0 et 1. Pour une paire particulière de surfaces,   est au moins aussi importante, et typiquement plus importante, que . | |

|  |  |
| --- | --- |
| |  | | --- | | Il est évident que cette formule () s’applique seulement lorsqu’il est question de la force possible maximale de frottement statique Vous pouvez utiliser cette formule si l’objet est sur le point de glisser, ou si vous cherchez à connaître la force nécessaire pour déplacer un objet. La formule est également utile si vous cherchez à déterminer si un objet bougera ou pas. Dans ce cas, vous utiliseriez la deuxième loi de Newton pour trouver la grandeur de la force de frottement statique nécessaire pour empêcher l’objet d’accélérer. Vous compareriez ensuite cette grandeur à la grandeur possible maximale de la force de frottement statique. | |

Voici le diagramme de corps libre de la brique et le tableau des forces correspondant pour l’exemple 15-6 :

Vers le haut

*F*N

Vers l’Est

**

*a = 0*

*m*

*F*sf

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tableau des forces** | | | |
| ***Symbole = ?*** | ***Nom*** | ***Agent*** | ***Victime*** |
| *F*N | Force normale | Le plancher carrelé | La brique |
| *F*sf | Force de frottement statique | Le plancher carrelé | La brique |
| *F* *= mg* | Force  gravitationnelle | Le champ gravitationnel  de la Terre | La brique |
|  | La force  du ressort | Le ressort | La brique |

*F*g

# 16 Troisième loi de Newton : Composantes, friction, rampes, poulies et fils

*Lorsque, dans le cas de coordonnées en plan incliné, vous décomposez le vecteur de   
force gravitationnelle en ses vecteurs composants, assurez-vous que le vecteur de force gravitationnelle forme lui-même l’hypoténuse du triangle droit dans votre diagramme   
de composantes du vecteur. Trop souvent, on représente l’hypoténuse par une des composantes du vecteur de force gravitationnelle, de sorte que celui-ci est beaucoup   
plus grand que le vecteur de force gravitationnelle dont il est censé faire partie. La composante d’un vecteur n’est jamais plus grande que le vecteur lui-même.*

Maintenant que vous avez appris comment utiliser et créer les diagrammes de corps libre, vous êtes à même de résoudre un très grand nombre de problèmes liés à la deuxième loi de Newton. La compréhension des notions abordées dans ce chapitre vous permettra de résoudre une catégorie encore plus importante de problèmes. Nous transmettons encore une fois   
l’information à l’aide d’exemples.

Exemple 16-1

Un professeur pousse un bureau avec une force de grandeur *F*, à un angle aigu *θ* sous l’axe horizontal. Le bureau est sur un plancher carrelé plat horizontal, et il ne bouge pas. Dessinez un diagramme de corps libre pour le bureau qui facilite l’application simple et directe de la deuxième loi du mouvement de Newton. Fournissez le tableau des forces.

Bien que la solution ne l’exige pas, un croquis facilite souvent la création du bon diagramme de corps libre. Assurez-vous simplement de ne pas combiner le croquis avec le diagramme. Dans ce problème, un croquis permet de clarifier ce que signifie « à un angle aigu *θ* sous l’axe horizontal ».

En poussant avec une force dirigée à un certain angle aigu sous l’axe horizontal, on pousse horizontalement et vers le bas en même temps.

Voici le premier diagramme de corps libre et le tableau des forces correspondant.

*a* = 0

*F*N

*θ*

*F*P

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tableau des forces** | | | |
| ***Symbole = ?*** | ***Nom*** | ***Agent*** | ***Victime*** |
| *F*N | Force normale | Le plancher | Bureau |
| *F*sf | Force de frottement statique | Le plancher | Bureau |
| *F*g *= mg* | Force gravitationnelle | Le champ gravitationnel de la Terre | Bureau |
| *F*P | Force du professeur | Mains du professeur | Bureau |

*F*g

*F*sf

Notez qu’il n’y a pas deux lignes mutuellement perpendiculaires auxquelles toutes les forces sont parallèles. Le meilleur choix de lignes mutuellement perpendiculaires serait une ligne verticale et une ligne horizontale. Trois des quatre forces se situent le long de l’une ou de l’autre de ces lignes. Mais, ce n’est pas le cas de la force du professeur. Nous ne pouvons donc pas utiliser ce diagramme de corps libre directement. Dans le cas présent, nous avons besoin d’un deuxième diagramme de corps libre.

|  |
| --- |
| **Cas nécessitant un deuxième diagramme de corps libre dans lequel une ou plusieurs des forces qui se trouvaient dans le premier diagramme de corps libre sont remplacées par leurs composantes**  Établissez une paire de lignes mutuellement perpendiculaires de sorte que la plupart des vecteurs se trouvent le long de l’une ou de l’autre des deux lignes. Après avoir fait cela, scindez chacun des autres vecteurs (ceux qui ne se trouvent le long d’aucune des lignes – appelons-les « vecteurs renégats ») selon leurs composantes le long des deux lignes. (Le morcellement des vecteurs selon leurs composantes implique de dessiner un diagramme des composantes de vecteur.) Dessinez un deuxième diagramme de corps libre identique au premier, mais remplacez les vecteurs renégats par leurs composantes de vecteur. Dans le nouveau diagramme de corps libre, dessinez les composantes vectorielles dans la direction vers laquelle elles pointent et étiquetez-les selon leur grandeur (aucun signe négatif). |

Pour le cas en question, la force du professeur est la force renégate. Nous la scindons en composantes, comme suit :

|*F* Py |

*F*Px

*θ*

*x*

y

*F*P

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Nous dessinons un deuxième diagramme de corps libre identique au premier, sauf que *F*P est remplacé par ses composantes de vecteur.

*a* = 0

*F*N



*F*

*F*sf



Exemple 16-2

Un bloc en bois de masse *m* glisse vers le bas sur une rampe métallique plate qui forme un accent aigu *θ* avec l’axe horizontal. Le bloc ralentit. Dessinez le diagramme de corps libre directement utilisable du bloc. Fournissez un tableau des forces.

Pour résoudre ce problème, nous commençons par dessiner un croquis. Le croquis facilite la création du diagramme de corps libre, mais il ne le remplace en aucun cas.

m

**

*θ*

Puisque le bloc glisse le long du plan incliné, la force de friction doit forcément être dans la direction opposée. Comme la vélocité du bloc est dans la direction descendante de la rampe   
et qu’elle ralentit, l’accélération doit se faire en montant.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tableau des forces** | | | |
| ***Symbole = ?*** | ***Nom*** | ***Agent*** | ***Victime*** |
| *F*N | Force normale | La rampe | Le bloc |
|  | Force de friction cinétique | La rampe | Le bloc |
| *F*g *=mg* | Force gravitationnelle | Le champ gravitationnel de la Terre | Le bloc |

*F*N

*a*

*F*k f

*θ*

*F*g

Peu importe la paire d’axes de coordonnées que nous choisissons, nous ne pouvons pas rendre tous les vecteurs du diagramme de corps libre parallèles à l’un ou à l’autre des axes. Au mieux, les paires de lignes, l’une parallèle à la force de friction et l’autre perpendiculaire à la rampe, laissent un vecteur renégat, à savoir le vecteur de force gravitationnelle. Un tel système de coordonnées est incliné sur la page.

|  |
| --- |
| **Cas comportant des systèmes de coordonnées inclinés**  Pour communiquer de manière efficace, les étudiants qui dessinent des diagrammes représentant un phénomène qui a lieu près de la surface de la Terre doivent utiliser la convention selon laquelle « vers le bas » signifie vers le bas de la page (correspondant à une vue latérale) ou dans la page (correspondant à une vue du dessus). Une personne qui souhaite représenter un système de coordonnées pour un cas où la direction vers le bas n’est parallèle à aucun des axes de coordonnées doit s’assurer que le système de coordonnées qu’elle dessine est incliné sur la page. |

Dans le cas d’un système de coordonnées incliné nécessitant un deuxième diagramme de corps libre du même objet, il est souhaitable de définir le système dans le premier diagramme de corps libre. Utilisez des lignes pointillées pour distinguer les axes de coordonnées des vecteurs de forces. Nous redessinons ici le premier diagramme de corps libre. (Lorsque *vous* vous rendez à cette étape du problème, ajoutez simplement les axes de coordonnées à votre diagramme existant.)

*y*

*F*N

*θ*

*a*

*F*kf

*F*g

*x*

Nous divisons maintenant  selon ses composants vectoriels x et y. Dessinez un diagramme de composantes vectorielles.

*y*

Ligne horizontale

*θ*

*θ*

*θ*

90° − *θ*

*F*g

*x*

**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Ensuite, nous dessinons à nouveau le diagramme de corps libre, mais en remplaçant le vecteur de force gravitationnelle par ses composantes de vecteur.

*θ*

*a*



*F*N

Exemple 16-3

Un cylindre en laiton massif de masse *m* est suspendu par une corde sans masse attachée à l’extrémité supérieure du cylindre. La corde s’allonge à partir de ce point vers le haut en ligne droite jusqu’à une poulie idéale sans masse. La corde est engagée dans la poulie et descend à la verticale à un angle aigu thêta jusqu’à la main d’une personne qui la tire avec une force *F*T. La poulie et le segment entier   
de corde, du cylindre à la main, se situent dans une seule et même dimension. Le cylindre accélère vers le haut. Fournissez un diagramme de corps libre et un tableau des forces pour le cylindre.

Un croquis vous aiderait dans ce cas :

Pour résoudre ce problème, nous avons besoin de certains renseignements sur l’effet d’une poulie idéale sans masse sur une corde qui y est engagée.

|  |
| --- |
| **Effet d’une poulie idéale sans masse**  Une poulie idéale sans masse a pour effet sur une corde qui y passe de changer la direction dans laquelle elle s’étend sans affecter sa tension. |

En tirant sur le bout de la corde avec une force de grandeur *F*T, la personne provoque une tension *F*T dans la corde. (La force que la main de la personne applique sur la corde et la force de tension de la corde qui tire sur la main sont l’interaction d’une paire de forces selon la troisième loi de Newton. Elles ont une grandeur égale, mais une direction opposée. Nous utilisons un seul et même symbole *F*T pour la grandeur de ces deux forces. Les directions sont opposées l’une à l’autre.) La tension est la même sur toute la longueur de la corde. Ainsi, au point où elle est attachée au cylindre en laiton massif, la corde exerce, tout au long de sa longueur, une force de grandeur *F*T dans la direction opposée au cylindre. Voici le diagramme   
de corps libre et le tableau des forces correspondant pour le cylindre :

*F*T

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tableau des forces** | | | |
| ***Symbole = ?*** | ***Nom*** | ***Agent*** | ***Victime*** |
| *F*T | Force de tension | La corde | Le cylindre |
| *F*g*= mg* | Force gravitationnelle | Le champ gravitationnel de la Terre | Le cylindre |

*a*

*F*g

Exemple 16-4

Un chariot de masse  est sur une voie horizontale sans frottement. Une des extrémités d’une corde idéale sans masse est attachée au milieu de la partie avant du chariot. La corde s’étend horizontalement vers l’avant et s’éloigne du chariot, en parallèle à la ligne médiane de la voie jusqu’à une poulie verticale. La corde s’engage dans la poulie et descend jusqu’à un bloc en métal massif de masse . La corde est attachée au bloc. Une personne maintient le chariot immobile. Le bloc est suspendu au repos par une corde, bien au-dessus du sol. La personne relâche le chariot. Le chariot accélère alors vers l’avant et le bloc accélère vers le bas. Dessinez un diagramme de corps libre pour chaque objet.

Un croquis vous aidera à obtenir la bonne réponse à ce problème.





Rappelez-vous dans le dernier exemple que la corde n’a qu’une tension. Appelez-la *F*T.   
D’après nos connaissances de la force exercée par une corde sur un objet, perçue d’une manière correspondant à l’appareil dans le croquis, la corde exerce une force *F*T vers la droite sur le chariot et une force de grandeur *F*T sur le bloc.

Il y a une relation entre chacune des différentes variables de mouvement d’un objet attaché à une corde en tension, qui demeure tendue tout au long du mouvement de l’objet et les variables correspondantes de mouvement du deuxième objet. Les relations sont si simples que vous pourriez les considérer comme étant insignifiantes, mais elles sont essentielles à la résolution   
des problèmes qui comprennent des objets liés par un ressort sous tension.

|  |
| --- |
| **La relation entre les variables en mouvement pour deux objets, un à chaque extrémité d’un ressort non extensible toujours sous tension**  Regardez le diagramme suivant.  2  1  Étant donné que les deux objets sont liés par une corde de longueur fixe, si l’objet 1 descend de 5 cm, l’objet 2 doit bouger de 5 cm vers la droite. Ainsi, un déplacement vers le bas de 5 cm/s de l’objet 1 entraîne un déplacement vers la droite de 5 cm/s de l’objet 2. En fait, peu importe la vitesse de descente de l’objet 1, l’objet 2 se déplacera à la même vitesse vers la droite (tant que la corde ne cède pas, ne s’étire pas ou ne perd sa tension). Pour que les vitesses demeurent toujours les mêmes, les accélérations doivent être pareilles. Si l’objet 1 accélère dans sa direction descendante à 5 cm/s2 par exemple, alors l’objet 2 doit accélérer vers la droite à 5 cm/s2. La grandeur des accélérations est pareille. Pour résoudre ce problème, il faut utiliser un seul et même symbole pour la grandeur de l’accélération de chacun des objets. Les idées qui s’appliquent à ce simple exemple sont valables à tous les cas qui impliquent deux objets, chacun à une extrémité d’un ressort non extensible, tant et aussi longtemps que les objets se déplacement seulement sur une ligne colinéaire avec la partie de la corde à laquelle l’objet est attaché. |

Retournons à l’exemple du chariot et du bloc. Voici les deux diagrammes de corps libre :

*F*N

*F*gC

*F*T

*a*

*m*c



*a*

*F*T

*F*gB

Notez qu’il est important d’utiliser le même symbole *F*T dans les deux diagrammes, tout comme le même symbole *a*.

# 17 La loi universelle de la gravitation

*Prenons l’exemple d’un objet qui est relâché à un diamètre de lune entière au-dessus de la surface de cette lune. Supposez que vous devez calculer la vitesse à laquelle l’objet frappe la* lune*. Ce problème est caractéristique des problèmes où les étudiants utilisent la loi universelle de la gravitation pour obtenir la force exercée par le champ gravitationnel de   
la lune sur l’objet, pour ensuite utiliser à tort une ou plusieurs des équations d’accélération constante pour obtenir la vélocité finale. Le problème, c’est que l’accélération n’est pas constante. Plus l’objet se rapproche de la lune, plus la force gravitationnelle est forte, et donc plus l’accélération de l’objet est importante. L’erreur consiste non pas à utiliser la deuxième loi de Newton pour déterminer l’accélération de l’objet à un moment précis dans l’espace, mais plutôt à utiliser cette valeur d’accélération, adéquate pour une distance de l’objet à la lune, en assumant qu’elle est valide pour tout le trajet de l’objet. Ce problème nécessite plutôt un recours à la conservation de l’énergie.*

Au chapitre 12, nous avons discuté du champ gravitationnel près de la surface de la Terre. Nous avions parlé du fait que tout objet avec une masse crée un champ invisible de force par masse dans la région de l’espace qui l’entoure. Nous avions appelé ce phénomène le champ gravitationnel. Parlons-en plus longuement. Souvenez-vous que lorsqu’on dit qu’un objet crée un champ gravitationnel, on veut dire qu’il crée un vecteur invisible de force par masse à tous   
les points dans la région de l’espace qui l’entoure. L’effet du champ gravitationnel sur toute particule (la victime) qui se trouve dans la région de l’espace où le champ gravitationnel existe exerce une force sur la victime équivalente au vecteur de la force par la masse à l’emplacement de la victime, fois la masse de la victime.

Discutons maintenant des caractéristiques quantitatives du champ gravitationnel. (*Quantitatif* signifie qu’on tient compte de formules, de calculs et peut-être de nombres, comparativement à *qualitatif*, qui parle du descriptif ou du conceptuel.) Nous commençons avec la notion idéalisée d’une particule ponctuelle de matière. Vu qu’elle est faite de matière, elle a une masse, et puisqu’elle a une masse, elle a un champ gravitationnel dans la région qui l’entoure. La direction du champ gravitationnel d’une particule au point  P, à une distance de **  de la particule, est *vers la particule*, et sa grandeur est donnée par :

(17-1)

où :

*G* est la constante universelle de gravitation :

*m* est la masse de la particule;

** est la distance du point P par rapport à la particule.

À ce point P, on peut trouver tout point vide (ou occupé) dans l’espace. Cette formule donne la grandeur du champ gravitationnel de la particule à tous les points dans l’espace. L’équation 17-1 est la forme d’équation de la loi universelle de la gravitation de Newton[[10]](#footnote-10).

### Le vecteur du champ gravitationnel total à un point vide dans l’espace

Supposez que vous avez deux particules. Chacune a son propre champ gravitationnel à tous les points dans l’espace. Prenons un seul point vide dans l’espace. Chacune des deux particules a son propre vecteur de champ gravitationnel à ce point vide dans l’espace. On peut dire que chaque particule fait sa propre contribution vectorielle au champ gravitationnel total au point vide dans l’espace en question. Comment déterminez-vous donc le champ gravitationnel total   
au point vide dans l’espace? Vous l’aurez deviné! Il suffit d’additionner les contributions individuelles. Vu que la contribution due à chaque particule est un vecteur, les deux contributions s’additionnent comme des vecteurs[[11]](#footnote-11).

### L’effet du champ gravitationnel sur une particule à l’intérieur de celui-ci

Supposons maintenant la grandeur et la direction du vecteur de champ gravitationnel  à   
un point précis dans l’espace. Le champ gravitationnel exerce une force sur toute particule « victime » qui se trouve à cet endroit dans l’espace. Supposez par exemple qu’une particule   
de masse *m* se trouve à un point dans l’espace où le champ gravitationnel (d’une ou de plusieurs autres particules) est . La particule de masse *m* subit alors une force.

(17-2)

### L’effet de gravitation d’une particule sur une autre

Regroupons les deux idées précédentes. La particule 1 de masse  se trouve, parmi son ensemble infini de vecteurs de champ gravitationnel, à une distance de d’un vecteur de champ gravitationnel, à un point dans l’espace occupé par une autre particule 2 de masse .   
Le champ gravitationnel de la particule 1 exerce une force sur la particule 2. Quelles sont la grandeur et la direction de la force?

Déterminons d’abord l’emplacement de la particule 2 au point P. Le point P est à une distance de de la particule 1. Ainsi, la grandeur du vecteur de champ gravitationnel (de la particule 1) au point P est :

(17-3)

La force qu’exerce le champ gravitationnel de la particule 1 sur la particule 2 est obtenue par l’équation 17-2, . En utilisant pour afin de souligner le fait qu’il est question de la force de 1 sur 2, et en écrivant l’équation liée aux grandeurs des vecteurs, nous avons :

En remplaçant ** par l’expression que nous venons juste de trouver pour la grandeur du champ gravitationnel à cause de la particule 1, nous avons :

qui, avec quelques petits ajustements, peut s’écrire ainsi :

(17-4)

Cette équation fournit la force du champ gravitationnel de la particule 1 sur la particule 2. En ignorant « l’intermédiaire » (le champ gravitationnel), on peut interpréter cela comme la force de   
la particule 1 sur la particule 2. Vous pouvez reprendre tout le raisonnement en inversant les rôles des particules pour constater que la même expression s’applique à la force de la particule 2 sur la particule 1, ou simplement invoquer la troisième loi de Newton pour aboutir à la même conclusion.

### Des objets plutôt que des particules ponctuelles

La somme vectorielle de tous les vecteurs de champ gravitationnel dus à la présence d’une distribution sphérique symétrique de particules ponctuelles (par exemple, un objet solide sphérique symétrique) à un point à l’extérieur de la distribution (à l’extérieur de l’objet) est   
la même que le vecteur de champ gravitationnel causé par une seule particule, au centre de la distribution, dont la masse est égale à la somme des masses de toutes les particules. De plus, pour le calcul de la force exercée par le champ gravitationnel d’un objet ponctuel sur une victime de symétrie sphérique, on peut considérer la victime comme un objet ponctuel au centre de la victime. Enfin, en ce qui concerne l’un ou l’autre des objets dans le calcul de la force gravitationnelle exercée sur un objet rigide par un autre objet, si la séparation des objets est très importante par rapport aux dimensions de l’objet en question, on peut traiter l’objet comme une particule ponctuelle située au centre de l’objet qui a la même masse que lui. Il en va de même pour l’énergie potentielle gravitationnelle, dont il est question ci-dessous.

### Quel est le lien avec g = 9,80 N/kg?

Lorsque nous avons abordé le champ gravitationnel près de la surface de la Terre, nous avons utilisé une seule valeur pour sa grandeur, à savoir 9,80 N/kg et avons dit que sa force était toujours orientée vers le bas, jusqu’au centre de la Terre. La valeur 9,80 N/kg est en fait une valeur moyenne au niveau de la mer. ** varie d’environ un demi pour cent de cette valeur au-dessus de   
la surface de la Terre, et la valeur dans le manuel ajoute une minuscule contribution au champ de pseudo-force centrifuge par masse (ayant une incidence sur la grandeur et la direction) qui est due à la rotation de la Terre. Alors, quel est le lien entre la valeur 9,80 N/kg pour la grandeur du champ gravitationnel près de la surface de la Terre et la loi universelle de la gravitation de Newton?

De toute évidence, la direction est compatible avec notre compréhension de ce qu’elle devrait être. La terre est une sphère à peu près symétrique. Pour calculer le champ gravitationnel à l’extérieur de la Terre, nous pouvons donc la considérer comme une particule ponctuelle située au centre de   
la Terre. La direction du champ gravitationnel d’une particule ponctuelle est vers cette particule. Ainsi, à tout endroit à l’extérieur de la Terre, y compris tout point *tout juste* à l’extérieur d’elle (près de sa surface), le champ gravitationnel de la Terre, selon la loi universelle de la gravitation, doit être dirigé vers le centre de la planète, ce qu’on appelle une direction vers le bas.

Qu’en est-il de la grandeur? Ne devrait-elle pas varier en fonction de l’élévation selon la loi universelle de la gravitation? Tout d’abord, comment la grandeur calculée à l’aide de se compare-t-elle, par exemple, à 9,80 N/kg au niveau de la mer? Un point au niveau de la mer est à une distance de du centre de la Terre. La masse de la Terre est de . En remplaçant ces valeurs dans notre expression par **  (l’équation 17-4 qui dit ), nous trouvons :

qui ne correspond pas à la valeur de 9,80 N/kg à 0,3 % près. (La différence est en partie due au champ de pseudo-force centrifuge par masse associé à la rotation de la Terre.) En réalité, nous pouvons voir, simplement par la façon dont la valeur du rayon de la Terre, , est écrite, qu’en augmentant l’élévation, même par un mile (1,61 km), on ne change pas la valeur de ** lorsqu’on l’arrondit à trois chiffres significatifs. Nous augmenterions ** de à , qui, arrondi à trois chiffres significatifs, est encore . Ceci amène à se poser la question suivante : « À quelle hauteur de la surface devez-vous vous rendre avant que ne soit plus à l’intérieur d’un certain pourcentage de la valeur obtenue au moyen de la loi universelle de la gravitation? » Analysons cette question dans le cas d’une différence de 1 %. En d’autres termes, à quelle hauteur au-dessus du niveau de la mer devrions-nous aller pour obtenir g = 99 % de g au niveau de la mer, c’est-à-dire : g = (0,99)(9,80 m/s2) = 9,70 m/s2? Supposons **  = **E + *h*, où **E est le rayon de la Terre, et en utilisant ** = 9,70 N/kg afin de trouver *h* qui donne 9,70 N/kg, nous avons :

La résolution de cette équation pour *h* donne :

C’est dire qu’à toute altitude supérieure à 40 km au-dessus de la surface de la Terre, vous devriez utiliser la loi universelle de la gravitation de Newton directement pour obtenir de bons résultats à 1 % près.

En résumé, *g* = 9,80 N/kg pour la grandeur du champ gravitationnel près de la surface de la Terre est une approximation de la loi universelle de la gravitation qui est valable à environ 1 % près de 40 km de la surface de la Terre. Dans cette région, la valeur est à peu près constante, car les changes d’élévation représentent une fraction si petite de la distance totale du centre   
de la Terre à sa surface qu’ils sont insignifiants.

### L’énergie potentielle gravitationnelle universelle

Jusqu’à ce point dans le cours, vous en avez appris davantage sur deux types d’énergie potentielle : l’énergie potentielle gravitationnelle près de la surface de la Terre   
 et l’énergie potentielle d’un ressort . Nous vous présentons maintenant une autre expression de l’énergie potentielle gravitationnelle. Celle-ci est pertinente aux situations dans lesquelles la loi universelle de la gravitation est adéquate.

(17-5)

Voici l’énergie potentielle gravitationnelle d’une paire de particules, une de masse *m*1 et l’autre de masse *m*2, qui sont séparées par une distance de **12. Notez que pour une paire de particules donnée, l’énergie potentielle gravitationnelle peut prendre des valeurs allant du négatif infini à zéro. Zéro est la valeur possible la plus élevée, et est la valeur de l’énergie potentielle gravitationnelle à une distance de séparation infinie. Autrement dit .   
La valeur concevable la plus faible est l’infini négatif, et il s’agirait de la valeur d’énergie potentielle gravitationnelle de la paire de particules si on pouvait les rapprocher à tel point qu’elles se trouveraient au même endroit dans l’espace. En notion mathématique : .

### Problèmes de conservation de l’énergie mécanique impliquant l’énergie potentielle gravitationnelle universelle pour le cas spécial où le montant total d’énergie mécanique ne change pas

Vous avez résolu des problèmes comportant un montant fixe d’énergie mécanique qui comprennent l’énergie potentielle gravitationnelle universelle, ainsi que des problèmes qui comprennent d’autres formes d’énergie potentielle dans les chapitres 2 et 3. Faites un croquis « avant et après », écrivez une équation qui indique que l’énergie dans le croquis « avant » est égale à l’énergie dans le croquis « après », puis passez aux prochaines étapes. Pour revoir la marche à suivre, consultez l’exemple sur la prochaine page :

Exemple 17-1: Quelle devrait être la vélocité initiale d’un pistolet sur la surface de la Lune pour tirer une balle à une altitude de 101 km?

Solution : Nous aurons besoin des données lunaires suivantes :

Masse de la Lune : ; Rayon de la Lune :

Lune

** = ?

** = **m

** = 1,74 × 106m

Lune

** ′ = 0

*′* = **m + *h*

*′* = 1,74 × 106m +

1,01 × 105m

*′* = 1,841 × 106m

*h*

**m

*′*

(*m* m est la masse de la Lune et *m* est la masse de la balle.)

# 18 Mouvement circulaire : Accélération centripète

*On a tendance à croire que si un objet se déplace à vitesse constante, il n’a pas d’accélération. Cette affirmation est effectivement vraie dans le cas d’un objet qui se déplace sur une trajectoire rectiligne. D’un autre côté, une particule qui se déplace sur une trajectoire incurvée accélère, que la vitesse change ou non. La vélocité a à la fois une grandeur et une direction. Pour une particule qui se déplace sur une trajectoire incurvée, la direction de la vélocité change constamment, et la particule a donc une accélération.*

Nous portons maintenant notre attention sur le cas d’un objet dans un mouvement circulaire. Nous commencerons par le cas le plus simple du mouvement circulaire, dans le cadre duquel   
la vitesse de l’objet est une constante qu’on appelle mouvement circulaire uniforme. Imaginez pour l’instant que vous êtes l’objet. Supposez que vous êtes dans une voiture qui se déplace dans le sens contraire des aiguilles d’une montre, à environ 40 mi/h, lorsqu’on regarde d’au-dessus, autour d’une petite piste relativement circulaire. Vous vous déplacez dans un cercle. Votre vélocité n’est pas constante. Votre vélocité ne change pas (vitesse constante), mais sa direction varie constamment et vous ne cessez de tourner à gauche. Maintenant, si vous tournez sans cesse vers la gauche, vous devez sans cesse acquérir de la vélocité vers la gauche. En fait, votre accélération doit être précisément positionnée dans la direction gauche, à angles droits de votre vélocité, car si votre vitesse ne change pas, mais que votre vélocité varie constamment, ce qui signifie que vous avez une certaine accélération , alors pour chaque changement infinitésimal sur l’indicateurde *d/t*, le changement de vélocité  qui a lieu durant cet intervalle de temps infinitésimal doit être perpendiculaire à la vélocité elle-même. (S’il n’est pas perpendiculaire, alors la vitesse augmenterait ou diminuerait.) Alors, peu importe où vous vous trouvez sur le cercle (autour duquel vous roulez dans le sens contraire des aiguilles d’une montre, comme indiqué ci-dessus), vous avez une accélération orientée directement vers la gauche, perpendiculaire à la direction de votre vélocité. Maintenant, qu’est-ce qui se situe toujours à gauche de vous lorsque vous vous déplacez dans le sens contraire des aiguilles d’une montre autour d’un cercle? Exactement! Le centre du cercle est toujours directement à gauche de vous. Votre accélération est donc toujours dirigée vers le centre. L’accélération dirigée vers le centre qui est associée à un mouvement circulaire est centripète, car ce mot signifie « qui tend à s’approcher du centre ». Notez que si vous vous déplacez autour du cercle dans le sens des aiguilles d’une montre, lorsqu’on regarde d’au-dessus, vous tournez constamment à droite et votre accélération est dirigée vers la droite, directement vers le centre du cercle. Ces considérations s’appliquent à tout objet : un objet qui tourne autour d’un cercle a une accélération centripète (s’approche du centre).

Il y a quelques manières de définir le mouvement d’une particule qui tourne autour d’un cercle. Nous le qualifions d’abord par rapport à la distance parcourue par la particule sur le cercle. Si nous avons besoin de variable de position, nous établissons un point de départ sur le cercle et une direction positive. Par exemple, pour un cercle centré au point d’origine d’un plan x-y, vous pouvez définir comme point de départ le point où le cercle croise l’axe des x positifs, et comme direction positive la direction que la particule doit suivre dans le sens contraire des aiguilles d’une montre autour du cercle. Le nom donné à cette variable de position est *s*. La position *s* est la distance totale, mesurée autour du cercle, que la particule a parcourue. La vitesse de la particule est alors le taux de changement de *s*, , et la direction de la vélocité est tangente au cercle. Le cercle lui-même est défini par son rayon. La deuxième façon de définir le mouvement d’une particule est de le décrire selon un segment de ligne imaginaire qui s’étend du centre d’un cercle jusqu’à la particule. Pour utiliser cette méthode, on a besoin de définir un segment de ligne de référence. On choisit d’habitude l’axe des x positifs pour un cercle dont le centre est l’origine d’un système de coordonnées x-y. Ensuite, tant que vous connaissez le rayon ** du cercle, l’angle *θ* que forme la ligne à la particule avec la ligne de référence précise totalement l’emplacement de la particule.

**

**

*s*

*θ*

En géométrie, la variable de position *s* définit la longueur de l’arc sur le cercle. Rappelez-vous que, par définition, l’angle *θ* en radians est le ratio de la longueur de l’arc au rayon.

Pour trouver *s*, nous avons :

(18-1)

où nous interprétons *s* comme la position de la particule sur le cercle et *θ* comme l’angle qu’un segment de ligne imaginaire forme du centre du cercle jusqu’à la particule avec un segment de ligne de référence, comme l’axe des x positifs. De toute évidence, plus la particule se déplace rapidement, plus l’angle thêta change rapidement, et nous pouvons en effet obtenir une relation entre la vitesse de la particule et le taux de changement de *θ* simplement en prenant la dérivée de temps des deux côtés de l’équation 18-1. Faisons cela.

En commençant avec l’équation 18-1 :

nous prenons la dérivée de temps des deux côtés :

puis nous réécrivons le résultat comme suit :

juste pour vous habituer à l’idée que nous représentons la dérivée de temps d’une variable,   
c’est-à-dire le taux de changement de cette variable, en ajoutant un point au-dessus du symbole de la variable. Nous réécrivons ensuite le résultat comme suit :

(18-2)

pour souligner le fait que le taux de changement de la position sur le cercle est la vitesse de la particule (la grandeur de la vélocité de la particule). Enfin, nous définissons la variable ** (« oméga ») comme le taux de changement de l’angle, ce qui veut dire que ** est  et ** est . Il devrait être clair que **  est le taux de rotation de la ligne imaginaire du centre du cercle à la particule. Nous appelons ce taux de rotation la grandeur de la vélocité angulaire du segment de ligne. (L’expression *vélocité angulaire*, **, est plus souvent utilisée pour décrire la vitesse de rotation et la direction d’un *corps rigide* que pour une ligne imaginaire.) En réécrivant en remplaçant  par **, on obtient :

(18-3)

### Comment l’accélération centripète dépend de la vitesse de la particule et de la taille du cercle

Nous pouvons maintenant dériver une expression pour l’accélération centripète dont nous avons parlé au début de ce chapitre. Prenons un intervalle de temps court Δ*t*. (Nous tiendrons compte de la limite, puisque Δ*t* atteint zéro avant la fin de ce chapitre.) Durant cet intervalle de temps court, la particule parcoure une distance de Δ *s* le long du cercle, et l’angle que la ligne du centre du cercle jusqu’à la particule forme avec la ligne de référence change d’une quantité de Δ*θ*.

*′*

Δ*s*

Δ*θ*

**

**

*s*

*θ*

En outre, durant ce temps Δ*t*, la vélocité de la particule change de à, un changement défini par =, illustré dans le diagramme vectoriel suivant (dans lequel les flèches représentant les vecteurs et ont été copiées à partir du dessin ci-dessus sans changement d’orientation ou de longueur). Notez que le petit angle Δ*θ* qui apparaît sur le diagramme d’addition des vecteurs est le même Δ*θ* que celui qui s’affiche sur le diagramme ci-dessus.

*Δ*

Δ*θ*

**

*′*

Bien que soit le nouveau vecteur, différent de , nous avons dit que la vitesse de la particule est constante. Le vecteur a donc la même grandeur que le vecteur , soit . Nous redessinons le diagramme d’addition des vecteurs en marquant les deux vecteurs de vélocité du même symbole .

Δ*θ*

*Δ*

**

**

La grandeur de l’accélération centripète est définie de la manière suivante :

Regardez le triangle dans le diagramme d’addition des vecteurs ci-dessus. Il s’agit d’un triangle isocèle. Les deux angles non étiquetés du triangle sont égaux. En outre, à l’intérieur de la limite, à mesure que Δ*t* s’approche de 0, que Δ*θ* s’approche de 0 et que Δ*θ* approche de 0, les deux autres angles doivent chacun s’approcher de 90° pour que la somme des angles demeure 180°, comme l’exige la règle, qui stipule que la somme des angles intérieurs d’un triangle est de 180°. Ainsi, dans la limite, quand Δ*t* s’approche de 0, le triangle est droit, et nous pouvons écrire :

En remplaçant cette valeur dans notre expression par *a*c, nous avons :

(18‑4)

Nous invoquons maintenant l’approximation des petits angles des mathématiques de la géométrie plane, qui devient une équation réelle à l’intérieur de la limite à mesure que Δ*θ* s’approche de zéro.

|  |
| --- |
| **L’approximation des petits angles**  Pour tout angle qui est très petit par rapport aux radians π (plus l’angle est petit, plus l’approximation est meilleure), la tangente de l’angle est environ égale à l’angle  lui-même, exprimé en radians, et le sinus de l’angle est approximativement égal à  l’angle lui-même, exprimé en radians. En fait,  , et  où est exprimé en radians. |

L’approximation des petits angles nous permet d’écrire

[où nous avons remplacé  dans l’équation 18‑4 ci-dessus par Δ*θ* ]

La constante * *peut se trouver à l’extérieur de la limite, ce qui donne  . Toutefois, est le taux de changement de l’angle*θ*, qui est, par définition, la vélocité angulaire **. Par conséquent,

Selon l’équation 18-3, . En résolvant ce problème pour **  , nous trouvons que . En remplaçant cette valeur dans notre expression par *a*c, on obtient :

(18-5)

Roulement de tambour! Voici le résultat que nous cherchions. Notez qu’en remplaçant ** **  par **, nous pouvons également écrire notre résultat comme suit :

(18-6)

Il convient de souligner que, malgré le fait que notre attention se soit portée sur le cas de la particule qui se déplace autour du cercle à une vitesse constante, celle-ci a une accélération centripète, peu importe si la vitesse change ou pas. Si elle change, l’accélération centripète à tout moment est (encore) donnée par 18-5, avec ** qui est la vitesse de la particule à ce moment (et, en plus de l’accélération centripète, la particule connaît une certaine accélération en long de la trajectoire circulaire qui est appelée accélération tangentielle). Le cas que nous avons examiné est toutefois   
le cas exceptionnel. Même si sa vitesse est constante, la particule a une certaine accélération simplement parce que la direction de sa vélocité change sans cesse. Qui plus est, l’accélération centripète n’est pas constante, car sa direction change continuellement. Visualisez-la. Si vous conduisez dans le sens contraire des aiguilles d’une montre (lorsqu’on regarde d’au-dessus) autour d’une trajectoire circulaire, la direction dans laquelle vous voyez le centre du cercle change sans arrêt (et il s’agit de la direction de l’accélération centripète). Quand vous êtes au point le plus à l’est du cercle, le centre se situe à l’ouest de vous. Quand vous êtes au point le plus au nord du cercle, le centre se situe au sud de vous. Quand vous êtes au point le plus à l’ouest du cercle, le centre se   
situe à l’est de vous. Enfin, quand vous êtes au point le plus au sud du cercle, le centre se situe au nord de vous.

# 19 Variables de mouvement de rotation, accélération tangentielle et accélération angulaire constante

*En raison des grands efforts que nous consacrons à régler les problèmes d’angles impliquant des angles aigus, lorsqu’on examine des scénarios à l’extrême opposé (soit des angles de milliers de degrés, comme il est souvent le cas d’objets qui tournent avec une accélération angulaire constante), une des erreurs les plus courantes qu’on a tendance à faire est de simplement manquer de reconnaître qu’on cherche le nombre de tours ou de rotations qu’un objet fait, à compter d’un temps zéro, pour trouver le déplacement angulaire* Δ*θ. On calcule généralement*Δ*θ en radians. Il faut donc convertir le résultat en révolutions avant de donner la réponse définitive, mais le nombre de révolutions est simplement la valeur de* Δ*θ.*

Dans le chapitre précédent, nous avions trouvé qu’une particule en mouvement circulaire uniforme a une accélération centripète fournie par les équations 18-5 et 18-6 :

Il est important de noter que toute particule en mouvement circulaire a une accélération centripète, pas juste celle en mouvement circulaire uniforme (vitesse constante). Si la vitesse de la particule (la valeur de ** dans ) change, alors la valeur de l’accélération centripète change clairement. On peut toujours la calculer à tout moment où on connaît la vitesse de la particule.

Outre son accélération due seulement à son mouvement autour d’un cercle, si la particule voit sa vitesse changer, elle a aussi une certaine accélération dans le sens de sa vélocité (ou exactement dans le sens opposé). Puisque la vélocité est toujours tangente au cercle sur lequel se déplace la particule, cette composante de l’accélération est appelée accélération tangentielle de la particule. La grandeur de l’accélération tangentielle d’une particule en mouvement circulaire est simplement la valeur absolue du taux de changement de la vitesse de la particule .   
Elle va dans la même direction que la vélocité, si la particule accélère, et dans la direction opposée, si la particule ralentit.

N’oubliez pas qu’en ce qui a trait à notre équation liée à la position *s* de la particule le long du cercle par rapport à la position angulaire *θ*  d’une particule, nous avions pris la dérivée de temps pour obtenir la relation . Si nous prenons une deuxième dérivée de temps, nous obtenons :

À gauche, nous avons l’accélération tangentielle  de la particule. à la droite est le taux de changement de temps de la vélocité angulaire de l’objet. La vélocité angulaire est le taux de rotation, donc une valeur de autre que zéro signifie que le segment de ligne imaginaire qui s’étend du centre du cercle à la particule accélère ou ralentit sa rotation avec le temps. En fait, est le taux auquel le taux de rotation change. Nous l’appelons accélération angulaire et utilisons le symbole  (la lettre grecque alpha) pour la représenter. Par conséquent, la relation peut s’exprimer comme suit :

(19-1)

### Un corps rigide en rotation

La caractérisation du mouvement d’un corps rigide en rotation a beaucoup en commun avec celle d’une particule qui se déplace autour d’un cercle. En fait, chaque particule qui compose un corps rigide en rotation se déplace sur une trajectoire circulaire. Cependant, le corps comprend des particules différentes qui bougent autour de cercles de différent rayon et qui ont donc des vitesses et des accélérations différentes les unes des autres. Par exemple, chaque fois que l’objet fait un tour une fois, chacune de ses particules complète un tour complet autour de son cercle une fois, mais une particule qui est loin de l’axe de rotation va autour d’un cercle plus grand que celui d’une particule qui se trouve à proximité de l’axe. Pour ce faire, la particule éloignée doit être plus rapide que celle à proximité de son axe. En une rotation de l’objet, la ligne, du centre du cercle sur lequel se trouve toute la particule de l’objet jusqu’à ladite particule, fait exactement une rotation. En fait, les variables de mouvement angulaire que nous avons utilisé pour décrire le mouvement d’une ligne qui va du centre du cercle jusqu’à une particule qui se déplace sur ce cercle permet de décrire le mouvement d’un corps rigide en rotation dans son ensemble. Il n’y a qu’un taux de rotation pour tout l’objet, la vélocité angulaire **, et il n’y a qu’un taux de changement du taux de rotation, soit l’accélération angulaire . Pour préciser la position angulaire d’un corps rigide en rotation, nous devons établir une ligne de référence sur celui-ci, qui part d’un point sur l’axe de rotation dans une direction perpendiculaire au corps. Cette ligne de référence pivote avec l’objet et son déplacement est le mouvement angulaire de l’objet. Nous avons aussi besoin d’un segment de ligne de référence   
fixé dans l’espace, qui part du même point sur l’axe dans une direction perpendiculaire à l’axe.   
Ce segment ne tourne pas avec l’objet. Imaginez que les deux lignes avaient déjà été à un moment donné colinéaires. L’angle net sur lequel la première ligne sur le corps rigide a tourné par rapport   
à la ligne fixe est la position angulaire *θ* de l’objet.

***Les équations d’accélération angulaire constante***

Bien qu’il y a une différence physique énorme entre le mouvement rotationnel d’un corps rigide et le mouvement en ligne droite d’une particule, mathématiquement parlant, ils sont identiques. Comme dans le cas d’un mouvement linéaire, nous devons définir une direction positive. Nous pouvons définir la direction positive que nous souhaitons pour un problème donné, mais devons la garder tout au long du problème. Nous établissons ici un point de vue à une certaine distance du corps rigide en rotation, mais sur l’axe de rotation, et déclarons, de ce point de vue, soit que le sens contraire des aiguilles d’une montre est la direction positive de la rotation soit que le sens des aiguilles d’une montre est la direction positive de la rotation. La direction positive que nous choisissons sera le   
sens de rotation positif pour le déplacement angulaire (changement de position angulaire), la vélocité angulaire, l’accélération angulaire et la position angulaire par rapport à la ligne de référence qui est fixée dans l’espace. Ensuite, nous établissons un zéro pour la variable de temps. Imaginons un chronomètre qui démarre à un certain moment défini comme le temps zéro. Nous appelons les valeurs de position et de vélocité angulaires à ce moment donné les valeurs initiales de ces quantités.

Compte tenu de ces critères, nous avons le tableau de quantités correspondantes suivant. Notez qu’une quantité de mouvement rotationnel n’est d’aucune façon équivalente à son mouvement linéaire homologue. Elle joue simplement un rôle dans le mouvement de rotation qui est mathématiquement semblable à son mouvement linéaire homologue.

|  |  |
| --- | --- |
| Quantité de  mouvement linéaire | Quantité de mouvement  angulaire correspondant |
| *x* | *θ* |
| ** | ** |
| *a* |  |

La seule variable que les deux différents types de mouvement ont en commun est la lecture de *t* sur le chronomètre.

N’oubliez pas que, par définition,

et

Bien qu’il est certainement possible pour  d’être une variable, dans beaucoup de cas,  est une constante. Un tel cas est spécial. L’ensemble suivant d’équations d’accélération angulaire constante s’applique au cas spécial d’accélération angulaire constante : (La dérivée de ces équations est mathématiquement équivalente à la dérivée des équations d’accélération linéaire constante. Plutôt que de les dériver à nouveau, nous présentons simplement les résultats.)

(19-2)

*Les équations d’accélération angulaire constante*

(19-3)

(19-4)

(19-5)

Exemple 19-1

Le taux de rotation d’une tête d’extincteur autour d’un axe vertical accélère progressivement pour les deux premières secondes de son activation, de sorte que la tête réalise 15 révolutions dans le sens des aiguilles d’une montre (vue de dessus) durant cet intervalle de temps. Un bec sur la tête de l’extincteur situé à une distance de 11 cm de l’axe de rotation de la tête est orienté vers l’ouest de l’axe de rotation. Trouvez la direction et la grandeur de l’accélération du bec au moment où la tête   
de l’extincteur termine sa deuxième rotation (arrondie à trois chiffres significatifs).

**Solution :** On sait que le taux de rotation de la tête de l’extincteur augmente *progressivement*, ce qui veut dire qu’il s’agit d’un problème d’accélération angulaire constante. Nous pouvons donc utiliser les équations d’accélération angulaire constante. Le fait qu’il y a une accélération angulaire supérieure à zéro signifie que le bec aura une certaine accélération tangentielle . Également, la tête de l’extincteur tourne durant le moment en question, ce qui veut dire que le bec a une certaine accélération centripète . Nous devrons trouver  et , et les ajouter comme vecteurs pour obtenir l’accélération totale du bec. Commençons par trouver l’accélération angulaire . Nous commencerons par la première équation d’accélération angulaire constante (équation 19-2) :

0

0

La vélocité angulaire initiale  donnée est zéro. Nous avons défini la position angulaire initiale comme étant zéro. Cela veut dire qu’au moment *t* = 2,00 s, la   
position angulaire *θ*  est 15 rev = 94,25 rad.

À partir de la solution de l’équation 19-2 ci-dessus pour , nous obtenons :

En remplaçant ce résultat dans l’équation 19-1:

nous donne



qui devient

 .

Nous devons maintenant trouver la vélocité angulaire de la tête de l’extincteur au moment où elle réalise deux révolutions. L’accélération angulaire  que nous trouvons est constante pour les quinze premières révolutions, donc la valeur que nous trouvons pour les deux premiers tours est certainement bonne. Nous pouvons l’utiliser dans la quatrième équation d’accélération angulaire constante (équation 19-5) :

0

où

(au moment où la tête de l’extincteur termine son deuxième tour)

Maintenant que nous avons la vélocité angulaire, pour obtenir l’accélération centripète, nous pouvons utiliser l’équation 18-6 :

Vu que le bec est initialement situé à un point franc ouest de l’axe de rotation, il se trouvera à nouveau au même point après deux révolutions.

NORD

*a*t

EST

*a*c

Il suffit maintenant d’ajouter l’accélération tangentielle et l’accélération centripète par vecteur pour obtenir l’accélération totale. Il s’agit d’un des types de problèmes d’addition de vecteurs les plus faciles, puisque les vecteurs à additionner sont à des angles droits de chacun.

*a*

*a*t = 5**,**18 m/s2

Est

Nord

*θ*

*a*c = 260**,**6 m/s2

En s’appuyant sur le théorème de Pythagore, on obtient :





*a* = 261 m/s2

À partir de la définition de la tangente d’un angle comme l’opposé de l’adjacente :









Par conséquent,

*a* = 261 m */* s2 à 1,14° nord-est

### Lorsque l’accélération angulaire n’est pas constante

La position angulaire d’un corps en rotation qui subit une accélération angulaire constante est fournie en tant que fonction de temps par notre première équation d’accélération angulaire constante, l’équation 19-2:

En prenant la deuxième dérivée de ceci par rapport au temps, nous obtenons la constante . (N’oubliez pas que la première dérivée produit la vélocité angulaire **  et .) L’expression du côté droit de contient trois termes : une constante, un terme avec *t* porté à la première puissance, et un terme avec *t* porté à la deuxième puissance.   
Si vous avez *θ* en termes de *t*, et que vous ne pouvez pas le réarranger pour qu’il apparaisse comme l’un de ces termes ou la somme de deux des termes ou les trois termes, alors  n’est pas une constante, et vous ne pouvez pas utiliser les équations d’accélération angulaire constante.   
En effet, si on vous demande de trouver la vélocité angulaire à un moment précis, vous voudriez prendre la dérivée  et évaluer le résultat à la lecture sur le chronomètre au moment donné. Autrement, si on vous demande de trouver l’accélération angulaire à un moment précis, vous voudriez prendre la deuxième dérivée  et évaluer le résultat à la lecture sur le chronomètre au moment en question. Des arguments correspondants peuvent être faits dans le cas de **.   
Si on vous donne ** en tant que fonction de  *t* et que l’expression ne peut pas « imiter » l’équation d’accélération angulaire constante , alors ce n’est pas une situation d’accélération angulaire constante, et vous ne devriez pas utiliser les équations d’accélération angulaire constante.

# 20 Mouvement de couple et mouvement circulaire

*L’erreur qui survient dans l’application de la deuxième loi de Newton pour le mouvement rotationnel implique le remplacement de la somme des couples sur des axes précis,  , par une somme de termes qui ne sont pas tous des couples. Souvent la somme vagabonde comprendra des forces sans bras de moment (une force multipliée par un bras de moment est un couple, mais une force en soi n’est pas un couple), et dans d’autres cas la somme vagabonde comprendra un terme composé d’un couple multiplié par un bras de moment (un couple est déjà un couple, et sa multiplication par un bras de moment produit quelque chose d’autre qu’un couple). Si on a l’habitude de valider les unités, on remarquera l’erreur dès qu’on essaie de saisir les valeurs avec des unités et qu’on les évalue.*

o

Nous avons étudié le mouvement d’objets en rotation sans discuter de couple. Il est temps de parler du lien entre le mouvement de couple et de rotation. Examinons d’abord le lien entre la force et le mouvement translationnel. (Le mouvement translationnel renvoie au mouvement d’une particule dans l’espace. Il s’agit du mouvement ordinaire avec lequel vous avez déjà beaucoup travaillé. Avant de parler du mouvement de rotation, nous appelions le mouvement translationnel simplement « mouvement ». Pour le distinguer maintenant du mouvement rotationnel, nous l’appelons mouvement translationnel.) Quelle est la vraie réponse à la question qui cherche à savoir ce qui permet la persistance d’un mouvement? Rien. Une particule en mouvement qui ne subit aucune force poursuit son chemin à une vélocité constante. Toutefois, lorsque la vélocité de la particule change, il y a une force. Le lien direct entre la force et le mouvement est une relation entre la force et l’accélération, connue comme la deuxième loi   
de Newton sur le mouvement qui, sous forme d’équation, s’écrit comme suit 14-1 :



où :

 est l’accélération de l’objet, c.-à-d. la rapidité et la direction de changement de sa vélocité.

*m* est la masse, c.-à-d. l’inertie de l’objet.  peut être perçu comme un facteur de lenteur. Plus la masse *m* est importante, plus la valeur de  est petite, et donc plus l’accélération de l’objet pour une force nette donnée est petite (« nette » dans ce contexte signifie « totale »).

 est la somme vectorielle des forces qui agissent sur l’objet, la force nette.

Nous trouvons une situation complètement pareille dans le cas d’un mouvement de rotation. Le lien dans le cas du mouvement rotationnel est entre l’accélération angulaire d’un corps rigide et le couple exercé sur lui.

(20-1)

où :

est l’accélération angulaire du corps rigide, c’est-à-dire la rapidité et la direction de changement de la vélocité angulaire.

 est le moment d’inertie, c.-à-d. l’inertie rotationnelle (non pas simplement l’inertie, qui   
est la masse) du corps rigide. Il s’agit de la résistance inhérente du corps rigide à un changement de rapidité de sa rotation (« inhérente » signifie « de lui-même » ou « qui lui appartient »). peut être perçu comme un facteur de lenteur. Plus l’inertie rotationnelle  est importante, plus la valeur de est petite, et donc plus l’accélération angulaire de l’objet pour un couple net donné est petite.

 est le couple net agissant sur l’objet. (Par exemple, lorsque vous essayez d’ouvrir une bouteille ou un bocal, vous exercez un couple sur le bouchon ou le couvercle.)

### La nature vectorielle du couple et de la vitesse angulaire

Vous aurez certainement remarqué les flèches au-dessus des lettres utilisées pour représenter   
le couple, l’accélération angulaire et la vélocité angulaire. Comme vous le savez, les flèches indiquent que les quantités représentées sont des quantités vectorielles. Par conséquent, elles ont une grandeur et une direction. Il convient ici d’apporter quelques explications sur la direction. Commençons avec le couple. Comme évoqué précédemment, il s’agit d’une action de torsion similaire à celle exercée sur un bouchon de bouteille pour le desserrer ou le resserrer. Il existe deux façons de caractériser la direction associée au couple. La première consiste à identifier l’axe de rotation autour duquel s’applique le couple, puis à établir un point de vue, c’est-à-dire une position sur l’axe, à un emplacement éloigné de l’objet dans l’une ou l’autre des directions. Depuis ce point de vue, on peut déterminer si le couple est dans le sens des aiguilles d’une montre ou dans le sens contraire. Notons qu’il ne suffit pas d’identifier l’axe pour déterminer le sens de rotation : le point de vue est essentiel. En effet, un couple étant dans le sens des aiguilles d’une montre depuis l’un des deux points de vue se trouve dans le sens contraire des aiguilles d’une montre pour l’autre point de vue. La deuxième méthode permettant d’identifier la direction consiste à établir la direction du vecteur couple. Pour le vecteur couple, la convention est la suivante : l’axe de rotation est la ligne suivie par le vecteur couple. La direction est donnée par la « règle de la main droite pour les courbes et les droites ».

Cette règle est la suivante : si vous recourbez les doigts de la main droite et levez le pouce dans la direction du vecteur couple, vos doigts seront recourbés dans la direction correspondant au sens de rotation du couple (soit le sens contraire des aiguilles d’une montre si l’on regarde vers   
le bas depuis l’extrémité supérieure du vecteur couple).

Le vecteur d’accélération angulaire et le vecteur de vélocité angulaire sont régis par le même principe. Ces vecteurs, qui s’appliquent le long de l’axe sur lequel se produit la rotation qu’ils représentent, sont appelés des vecteurs axiaux.

### Le couple induit par une force

Quand vous exercez une force sur un corps rigide, vous lui appliquez également un couple. Imaginez un objet pouvant tourner librement autour d’un axe fixe. Visualisez cet objet à partir d’un point sur l’axe situé à une certaine distance de l’objet. Depuis ce point de vue, l’axe est vu comme un point. Sur le schéma ci-dessous, on nommera « point O » la position où apparaît l’axe de rotation. Pour faciliter toute référence ultérieure, ce point porte la mention « *O* » sur le schéma. Une force  agit sur l’objet.

*O*

**Axe de rotation**

F

La grandeur du couple induit par une force est la grandeur de la force multipliée par le bras de moment **⊥ (lire « r perp ») de la force. Le bras de moment**⊥ est la distance perpendiculaire entre l’axe de rotation et la ligne d’action de la force. La ligne d’action de la force est la ligne contenant le vecteur de force. Voici le même schéma auquel nous avons intégré la ligne   
d’action de la force.

**Ligne d’action de la force**

F

Axe de rotation

*O*

Ensuite, nous traçons un segment reliant l’axe de rotation à la ligne d’action de la force, de façon à former un angle droit avec la ligne d’action de la force. La longueur du segment est le bras   
de moment **⊥.

**Bras de moment**

Ligne d’action de la force

**⊥

F

Axe de rotation

*O*

La grandeur du couple autour de l’axe de rotation défini correspond au produit du bras de moment et de la force.

*τ*  = **⊥*F* (20-2)

### Application de la deuxième loi de Newton pour la rotation à axe fixe

À partir du paragraphe suivant, nous expliquerons quelles sont les étapes (et les schémas) nécessaires à la résolution d’un problème relevant de la « deuxième loi de Newton pour la rotation » dans le cas d’un axe fixe au moyen d’un exemple.

Exemple 20-1 : Une plaque métallique rectangulaire plate de 293 mm × 452 mm est posée sur une surface plane horizontale et sans friction avec (à l’instant en question) un angle situé à l’origine d’un système de coordonnées *x*-y, et l’angle opposé situé sur le point P qui se trouve à (293 mm, 452 mm). La plaque est **fixée à la surface horizontale au moyen d’une goupille[[12]](#footnote-12)** située à (10,0 cm, 10,0 cm). Un couple de 15,0 N⋅m est appliqué à la plaque dans le sens contraire des aiguilles d’une montre par rapport à la goupille (vu d’en haut). Une force de 21,0 N est appliquée dans la direction –y au coin de la plaque situé sur le point P. Le moment d’inertie de la plaque par rapport à la goupille est de 1,28 kg⋅m2. Déterminez l’accélération angulaire de la plaque à l’instant où les conditions mentionnées sont réunies.

Nous commençons par dessiner un pseudodiagramme de corps libre vu d’en haut (vers le bas, donc « vers la page ») :

y

**0,100 m**

0,193 m



*x*

0,293 m

**F = 21,0 N**

**τ**1 **= 15,0 N⋅m**

*O*

Nous considérons ce diagramme, non pas comme un diagramme de corps libre, mais comme un pseudodiagramme de corps libre, car :

1. Nous omettons les forces parallèles à l’axe de rotation (car elles n’affectent pas la rotation de l’objet autour de l’axe). Dans ce cas, nous avons omis les forces exercées sur la plaque par le champ gravitationnel terrestre (qui serait représenté « vers la page » sur le diagramme), ainsi que la force normale exercée par la surface sans friction sur la plaque (« à l’opposé de la page »).
2. Nous ignorons les forces exercées sur la plaque par la goupille. (N’ayant pas de bras de moment, ces forces n’affectent pas la rotation de la plaque autour de l’axe de rotation. Notons toutefois que la goupille peut exercer un couple avec friction; mais, sauf mention contraire, nous le considérons comme nul.)

Ensuite, nous annotons le pseudodiagramme de corps libre pour faciliter le calcul du couple induit par la force *F*:

**0,100 m**

0,193 m

******⊥ **= 0,193 m**



*x*

y

**τ**1 **= 15,0 N⋅m**

**F = 21,0 N**

*O*

0,293 m

Ligne d’action de la force

Nous appliquons désormais la deuxième loi de Newton pour la rotation, selon l’équation 20-1 :

Comme dans la deuxième loi de Newton (pour le mouvement de translation), cette équation est en réalité trois équations scalaires en une : une équation pour chacun des trois axes mutuellement perpendiculaires autour desquels la rotation, selon les circonstances les plus générales, est susceptible de se produire. Ici, l’objet est limité à une rotation autour d’un axe unique. Dans notre solution, nous devons indiquer que nous additionnons des couples autour de cet axe, mais nous devons aussi indiquer quel est le sens de rotation considéré positif parmi les deux sens possibles. Pour ce faire, nous utilisons l’indice (lire « dans le sens contraire des aiguilles d’une montre autour du point O »). D’après la deuxième loi de Newton pour la rotation autour de l’axe vertical (perpendiculaire à la page et représenté par le point nommé « O » sur le schéma) :

o

(20-3)

o

o

À présent, si nous remplaçons l’expression par la somme réelle terme par terme des couples, nous constatons que *τ* 1 est effectivement contraire au sens des aiguilles d’une montre telle que vue d’en haut (et, par conséquent, positive). En revanche, la force  a tendance, sur son point d’application, à provoquer une rotation de la plaque dans le sens des aiguilles d’une montre, ce qui signifie que le couple associé à la force  est dans le sens des aiguilles d’une montre et qu’il doit, par conséquent, intégrer le calcul de la somme avec une valeur négative.

o

En remplaçant les valeurs avec des unités :

Nous obtenons la réponse finale par évaluation et arrondissement de la réponse à trois chiffres significatifs :

(sens contraire des aiguilles d’une montre tel qu’il est vu d’en haut)

En ce qui concerne les unités, nous avons :

où nous avons tiré parti du fait qu’un newton est 1  et du fait que le radian n’est pas une véritable unité, mais plutôt un indicateur pouvant être inséré selon le besoin.

# 21 Vecteurs : Le produit vectoriel et le couple

*N’utilisez pas votre main gauche pour appliquer la règle de la main droite au produit vectoriel de deux vecteurs (abordée dans ce chapitre), ni pour la « règle de la main   
droite pour les courbes et les droites » (évoquée dans le chapitre précédent).*

Il existe un **opérateur relationnel[[13]](#footnote-13)** pour les vecteurs nous permettant de contourner le calcul du bras de moment. Cet opérateur relationnel est appelé « produit vectoriel ». Il est représenté par le symbole « × » (lire « croix »). Le couple  peut être exprimé comme le produit vectoriel du vecteur de position pour le point d’application de la force et du vecteur de force  lui-même :

(21-1)

Avant de commencer notre exposé mathématique sur la définition du produit vectoriel, nous devons introduire le vecteur . Il est important que vous sachiez faire la distinction entre le vecteur de position pour la force d’une part, et le bras de moment d’autre part. Nous les représentons   
ci-dessous sur le même schéma. Nous utilisons le même exemple que précédemment :

*O*

F

Axe de rotation

Position du point d’application de la force

Ici, nous regardons directement le long de l’axe de rotation (qui apparaît donc comme un point). La force apparaît sur un plan perpendiculaire à cet axe de rotation. Nous utilisons la convention schématique selon laquelle le point où la force est appliquée au corps rigide est le point où l’extrémité de la flèche est en contact avec le corps rigide. Nous ajoutons ensuite la ligne d’action de la force et le bras de moment **⊥ sur le schéma, ainsi que le vecteur de position   
 du point d’application de la force.

Bras de moment

**⊥

*O*

Ligne d’action de la force

F

Vecteur de position du point d’application de la force

Le bras de moment peut être défini par le vecteur de position pour le point d’application de la force. Pour cela, prenons un système de coordonnées *x*-y sur un plan incliné ayant pour origine l’axe de rotation, avec un axe parallèle à la ligne d’action de la force et un axe perpendiculaire à la ligne d’action de la force. Nous nommons l’axe des *x* **┴**  pour « perpendiculaire », et l’axe des y|| pour « parallèle ».

**┴**

||



*O*

F

Ensuite, nous décomposons le vecteur de position selon ses composantes le long des axes **⊥** et .

||

****┴**

******

**┴**



*O*

F

Sur le schéma, il apparaît clairement que le bras de moment ****┴** correspond exactement, dans la direction perpendiculaire à la force, à la grandeur du vecteur de la composante du vecteur de position du point d’application de la force.

Étudions à présent le produit vectoriel en termes généraux. Prenons deux vecteurs,  et ****, qui ne sont ni parallèles ni **antiparallèles[[14]](#footnote-14)** entre eux. Ces deux vecteurs définissent un plan.

Considérons que le plan est celui de la page, et que *θ* est le plus petit des deux angles entre les deux vecteurs lorsque les vecteurs sont représentés avec un point de contact entre les deux extrémités inférieures.

A

B

*θ*

La magnitude du produit vectoriel  est donnée par

 (21-2)

La direction du vecteur du produit vectoriel  est donnée par la règle de la main droite pour le produit vectoriel de deux **vecteurs[[15]](#footnote-15).** Pour appliquer cette règle, tendez les doigts de la main droite de façon à les orienter à l’exact opposé de votre coude droit. Levez votre pouce de façon à ce qu’il forme un angle droit avec vos doigts.

En gardant vos doigts alignés avec votre avant-bras, pointez-les dans la direction du premier vecteur (celui qui apparaît avant « × » dans l’expression mathématique du produit vectoriel, à savoir le  de ).

B

A

Faites ensuite tourner votre main autour d’un axe imaginaire s’étendant le long de votre avant‑bras et de votre majeur, jusqu’à ce que votre main soit orientée de telle sorte que,   
si vous fermiez vos doigts, vos doigts pointeraient dans la direction du deuxième vecteur.

B

Le pouce est dirigé directement vers l’extérieur de la page (droit vers vous).

A

Votre pouce pointe désormais dans la direction du vecteur du produit vectoriel .   
Le vecteur du produit vectoriel  est toujours perpendiculaire aux deux vecteurs inclus dans le produit vectoriel (ici, il s’agit de  et de ). Par conséquent, si vous les dessinez de façon à ce que les deux vecteurs inclus dans le produit vectoriel soient sur le plan de la page, le vecteur du produit vectoriel sera toujours perpendiculaire à la page (soit directement vers l’intérieur de la page, soit directement vers l’extérieur). Ici, il est dirigé vers l’extérieur de la page.

Quand on utilise le produit vectoriel pour calculer le couple induit par une force  dont le point d’application a un vecteur de position , par rapport au point à partir duquel on calcule le couple, on obtient un vecteur de couple axial . Pour déterminer le sens de rotation d’un tel vecteur de couple autour de l’axe défini par le vecteur de couple lui-même, on utilise la règle de la main droite pour les courbes et les droites. Remarque : On calcule le couple en fonction d’un point et non d’un axe. En effet, l’axe autour duquel agit le couple est obtenu dans la réponse.

### Calcul du produit vectoriel des vecteurs donnés dans la notation , , 

Les vecteurs unitaires se prêtent à un simple calcul du produit vectoriel de deux vecteurs, y compris dans les circonstances les plus générales (c’est-à-dire lorsque chacun des deux vecteurs est dirigé dans une direction arbitraire sur un plan tridimensionnel). Pour utiliser cette méthode, on doit connaître le produit vectoriel des vecteurs unitaires de l’axe des coordonnées cartésiennes,  et  entre eux.

Tout d’abord, notons que tout produit vectoriel d’un vecteur avec lui-même est nul.   
L’équation 21-2 met cela en évidence :

,

car si A et B sont dans la même direction, alors *θ* = 0°, et puisque sin 0° = 0, on obtient . En ce qui concerne les vecteurs unitaires, cela signifie que :

On remarque ensuite que la grandeur du produit vectoriel de deux vecteurs perpendiculaires l’un à l’autre correspond simplement au produit ordinaire de la grandeur des vecteurs. Là encore, l’équation 21-2 met cela en évidence :

,

car si  est perpendiculaire à **B**, alors *θ* = 90° et sin 90° = 1, donc



Maintenant, si  et  sont des vecteurs unitaires, alors leur grandeur respective est de 1. Par conséquent, le produit de leurs grandeurs est également égal à 1. De plus, les vecteurs unitaires,  et  sont tous perpendiculaires entre eux, de sorte que la *grandeur* du produit vectoriel de n’importe lequel d’entre eux avec un autre est le produit de leurs grandeurs respectives, soit 1.

Qu’en est-il de la direction? Appliquons la règle de la main droite pour obtenir la direction de  :

z

y







*x*

**Figure 1**

Si les doigts de la main droite sont dirigés à l’opposé du coude droit et dans la même direction que  (le *premier* vecteur de « »), alors la paume doit être orientée dans la direction +y pour que, si l’on referme les doigts, ceux-ci soient dirigés dans la même direction que . Dans ce cas, le pouce doit être tendu dans la direction +z. Par association des informations sur la grandeur (la grandeur de chaque vecteur unitaire étant égale à 1) et la direction (+z), on **constate[[16]](#footnote-16)** que   
. De la même façon, **, , ,** , et . Pour s’en souvenir, on écrira , ,  deux fois consécutives :

, , , , , 

Ensuite, en calculant le produit vectoriel de n’importe lequel des trois premiers vecteurs avec le vecteur situé immédiatement à sa droite, on obtient le vecteur suivant sur la droite. À l’inverse, calculer le produit vectoriel de n’importe lequel des trois derniers vecteurs avec le vecteur situé immédiatement à sa gauche aboutit à la *négative* du vecteur suivant sur la gauche (« + » de gauche à droite, mais « − » de droite à gauche).

Nous pouvons désormais nous pencher sur le cas général. Tout vecteur  peut être exprimé en termes de vecteurs unitaires :

En appliquant le même principe à un vecteur , on peut écrire le produit vectoriel comme suit :

L’utilisation de la loi distributive pour la multiplication donne :

L’utilisation, pour chaque terme, des lois commutative et additive pour la multiplication donne :

Évaluons désormais le produit vectoriel apparaissant dans chaque terme :

Par élimination des termes nuls et regroupement respectif des termes avec , des termes avec  et des termes avec , on obtient :

La factorisation des vecteurs unitaires donne :

qui peut s’écrire en une ligne de la manière suivante :

(21-3)

C’est notre résultat final. Nous pouvons parvenir à la même conclusion beaucoup plus rapidement en empruntant un outil de la branche des mathématiques appelée « algèbre linéaire » (mathématiques des matrices).

Nous formons la matrice 3×3

en écrivant en première ligne , , , puis, en deuxième ligne, les composantes du *premier* vecteur apparaissant dans le produit vectoriel, et enfin, en dernière ligne, les composantes du deuxième vecteur apparaissant dans le produit vectoriel. Il s’avère que le produit vectoriel est égal au *déterminant* de cette matrice. Sur l’ensemble de la matrice, les signes de valeur absolue indiquent « le déterminant de la matrice ». Nous avons donc :

(21-4)

Pour obtenir le déterminant d’une matrice 3×3, descendez progressivement depuis la ligne du haut. Pour chaque élément de cette ligne, prenez le produit des éléments de la diagonale allant de haut en bas vers la droite, et retirez le produit des éléments de la diagonale allant de haut en bas vers la gauche. Additionnez les trois résultats (un pour chaque élément de la ligne supérieure). Si la diagonale considérée ne compte qu’un seul élément, reportez-vous de   
l’autre côté de la matrice (voir ci-dessous) pour compléter la diagonale.

Pour le premier élément de la première ligne, le , calculez le produit dans la diagonale allant de haut en bas vers la droite,

(ce qui donne )

soustrayez le produit de la diagonale allant de haut en bas vers la gauche

(ce produit est ).

Pour le premier élément de la première ligne, on obtient par conséquent : , qui peut s'écrire comme suit : . En répétant ce procédé pour les deuxième et troisième éléments de la première ligne (le  et le ), on obtient respectivement et . Ajoutons les trois résultats pour former le déterminant de la matrice :

(21-3)

comme nous l’avions déjà obtenu plus haut par la méthode longue.

# 22 Centre de masse, moment d’inertie

*Dans le calcul des moments d’inertie, une erreur courante implique le théorème de l’axe parallèle. Cette erreur consiste, lors de l’application du théorème de l’axe parallèle, à intervertir le moment d’inertie de l’axe passant par le centre de masse avec l’axe qui lui est parallèle. Pour éviter cette erreur, notons que, dans ce théorème, l’exposant « CM » représente le « centre de masse ». Pour repérer cette erreur, vérifiez votre réponse de façon à vous assurer que la valeur du moment d’inertie de l’axe passant par le centre de masse est inférieure à l’autre moment d’inertie.*

### Centre de masse

Prenons deux particules dotées de la même masse *m*, chacune se trouvant sur une position différente de l’axe des x d’un système de coordonnées cartésiennes.

y

x

#1

#2

*m*

*m*

Le bon sens vous porte à penser que la position moyenne de la matière composant les deux particules se trouve à mi-chemin entre les deux particules. Vous avez raison. On nomme « centre de masse » la position moyenne de la matière composant une certaine répartition.   
Le centre de masse d’une paire de particules de la même masse se trouve effectivement à   
mi-chemin entre ces deux particules.

Que se passe-t-il si l’une des particules est plus massive que l’autre? Par intuition, on s’attend à ce que le centre de masse soit alors plus proche de la particule la plus massive; une fois de plus, c’est correct. Dans ce cas, pour déterminer la position du centre de masse de la répartition de la matière, nous calculons la somme pondérée des positions des particules dans la répartition, dans laquelle le facteur de pondération d’une particule donnée correspond à la fraction d’une masse totale égale à la masse de la particule. Par conséquent, pour deux particules de l’axe des x, l’une de masse *m*1 située sur *x*1, et l’autre de masse *m*2, située sur *x*2,

y

x

*m*1

*m*2

( *x*1 *, 0* )

( *x*2 *, 0* )

On trouve la position  du centre de masse de la façon suivante :

 (22-1)

On remarque que chaque facteur de pondération est une fraction propre et que la somme de ces facteurs est toujours égale à 1. On remarque également que si *m*1, par exemple, est supérieure à *m*2 , alors la position  *x*1 de la particule 1 aura plus d’importance dans la somme, confirmant ainsi que le centre de masse est plus proche de la particule la plus massive (comme nous savons qu’il doit l’être). Enfin, on remarque que si *m*1 = *m*2  , chaque facteur de pondération est , ce qui est mis en évidence par la substitution de *m*1 et *m*2 par *m* dans l’équation 22-1 :







Il s’avère alors que le centre de masse se trouve à mi-chemin entre les deux particules, exactement là où nous l’avait désigné notre bon sens.

### Centre de masse d’une tige mince

Souvent, quand on recherche la position du centre de masse d’une certaine répartition de particules, cette répartition représente l’ensemble des particules composant un corps rigide.   
Le corps rigide donnant lieu au calcul du centre de masse le plus facile est la tige mince, car elle s’étend dans une seule dimension. (Nous parlons ici d’une tige mince idéale. Une tige mince physique a un diamètre obligatoirement différent de zéro. Toutefois, la tige mince idéale donne une estimation plutôt fidèle de la tige mince physique, à condition que le diamètre de la tige soit minime comparé à sa longueur.)

Dans le cas le plus simple, le calcul de la position du centre de masse est trivial. Le cas le plus simple implique une tige mince *uniforme.* Pour une tige mince uniforme, la densité de masse linéaire *μ*, soit la masse linéique de la tige, a la même valeur sur tous les points de la tige. Le centre de masse de la tige uniforme est au centre de la tige. Ainsi, par exemple, le centre de masse d’une tige uniforme s’étendant le long de l’axe des x de *x* = 0 à *x* = *L* est situé sur le point déterminé par ( *L*/2, 0 ).

La *densité de masse linéaire μ*, généralement appelée *masse linéique ou densité linéaire* lorsque le contexte est clair, est une mesure du degré d’entassement des particules élémentaires composant la tige. Lorsque la densité linéaire est élevée, les particules sont proches les unes des autres.

Pour illustrer ce que l’on entend par « tige non uniforme », c’est-à-dire une tige dont la densité linéaire est fonction de la position, imaginons une tige mince constituée d’un alliage de plomb et d’aluminium. Imaginons en outre que le pourcentage de plomb dans la tige varie régulièrement de 0 % à une extrémité de la tige à 100 % à l’autre extrémité. La densité linéaire d’une telle tige serait fonction de la position sur le long de la tige. Un segment d’un millimètre à une position donnée aura une masse différente de celle d’un même segment à une autre position.

Les personnes ayant des notions en calcul ont plus de facilité à comprendre ce qu’est la densité linéaire que celles qui n’en ont pas, car la densité linéaire est simplement le rapport entre la quantité de masse contenue dans un segment de tige et la longueur du segment, dans la limite   
où la longueur du segment est égale à zéro. Prenons une tige qui s’étend de 0 à *L* le long de l’axe des *x*. Supposons maintenant que *ms(x)* est la masse du segment de la tige s’étendant de 0 à *x* où *x*≥ 0 mais *x*<  *L*. Alors, la densité linéaire de la tige en tout point *x* le long de la tige est simplement  évaluée à la valeur de *x* en question.

Maintenant que vous comprenez ce que nous entendons par densité de masse linéaire, nous allons illustrer la façon dont on détermine la position du centre de masse d’une tige mince non uniforme à l’aide d’un exemple.

Exemple 22-1

Trouvez la position du centre de masse d’une tige mince qui s’étend de 0 à 0,890 m le long de l’axe des x d'un système de coordonnées cartésiennes et dont la densité linéaire est donnée par .

Afin de pouvoir déterminer la position du centre de masse d’une tige d’une longueur donnée et d’une densité linéaire donnée en fonction de la position, il faut d’abord pouvoir trouver la masse de cette tige. Pour ce faire, on pourrait envisager d’utiliser une méthode qui ne fonctionne que pour le cas particulier d’une tige uniforme, à savoir essayer d’utiliser *m = μ L* en indiquant que la longueur de la tige est *L*. Le problème est que *μ* varie sur toute la longueur de la tige. Quelle valeur utiliser pour *μ* ? On pourrait essayer d’évaluer le *μ* donné à *x*= *L* et d’utiliser cette valeur, mais cela reviendrait à faire comme si la densité linéaire était constante à *μ = μ* (*L*). Ce n’est pas le cas. En réalité, dans le cas présent, *μ* (*L*) est la densité linéaire maximale de la tige. Elle n’a cette valeur qu’en un seul point de la tige.

Ce que nous pouvons faire, c’est dire que la quantité infinitésimale de masse *dm* dans un segment *d x* de la tige est *μ d x.* À une certaine position *x* sur la tige, la quantité de masse dans la longueur infinitésimale *d*x de la tige est la valeur de *μ* à cette valeur *x*, multipliée par la longueur infinitésimale *d x*. Nous n’avons pas à nous préoccuper du fait que *μ* change avec la position puisque le segment *d x* est de longueur infinitésimale, ce qui signifie essentiellement qu’il a une longueur nulle, de sorte que le segment entier est essentiellement à une position *x* et que la valeur de *μ* à cette position *x* est bonne pour l’ensemble du segment *d x*.

*dm* = *μ* (*x*) *d x* (22-2)

z

y

x

•

*dm* = *μ* *d x*

(*L*, 0)

x

*d x*

Cette situation est vraie pour toute valeur de *x*, mais ne couvre qu’un segment infinitésimal de la tige à *x*. Pour obtenir la masse de la tige entière, nous devons additionner toutes ces composantes à la masse.

Bien entendu, comme chaque *dm* correspond à une longueur infinitésimale de la tige, nous aurons un nombre infini de termes dans la somme de toutes les *dm.* Une somme infinie de termes infinitésimaux est une intégrale.

 (22-3)

où les valeurs de *x* doivent être comprises entre 0 et *L* pour couvrir la longueur de la tige, d’où les limites à droite. Les mathématiciens nous ont fourni un riche ensemble d’algorithmes pour évaluer les intégrales. Nous devrons puiser dans cette boîte à outils pour évaluer l’intégrale de droite, mais pour évaluer celle de gauche, nous ne pouvons pas, nous ne devrions pas et nous ne nous tournerons pas vers un tel algorithme. Nous faisons plutôt appel au bon sens et à notre compréhension conceptuelle de la signification de l’intégrale de gauche. Dans le contexte du problème qui nous occupe,  signifie « la somme de tous les éléments de masse infinitésimaux qui composent la tige ». Si l’on additionne tous les éléments de masse infinitésimaux qui composent la tige, on obtient sa masse. Donc,  est simplement la masse de la tige, que nous allons appeler *m*. L’équation 22-3 devient alors

 (22-4)

En remplaçant *μ* (*x*) par l’expression donnée pour la densité linéaire , que j’ai choisi d’écrire comme  avec *b* étant défini par , nous obtenons



En factorisant la constante, on obtient



Lors de l’intégration de la variable d’intégration élevée à une puissance, il suffit d’augmenter la puissance de 1 et de diviser par la nouvelle puissance, ce qui donne



L’évaluation aux limites inférieure et supérieure permet d’obtenir







La valeur de *L* est de 0,890 m et nous avons défini *b* comme étant la constante  dans l’expression donnée pour *μ*, , donc





Cette valeur sera utile lorsque nous calculerons la position du centre de masse.

Lorsque nous calculons le centre de masse d’un ensemble de particules discrètes (une particule discrète étant une particule autonome, par opposition, par exemple, à une particule faisant partie d’un corps rigide), nous effectuons simplement une somme pondérée dans laquelle chaque terme correspond à la position d’une particule multipliée par son facteur de pondération. Le facteur de pondération est la fraction de la masse totale représentée par la masse de la particule. Nous procédons de la même manière pour une distribution continue de masse comme celle qui constitue la tige en question. Commençons par écrire un seul terme de la somme. Nous considérerons une longueur infinitésimale *d x* de la tige à une position *x* le long de la longueur de la tige. La position, comme nous venons de le dire, est *x*, et le facteur de pondération est la fraction de la masse totale *m* de la tige que représente la masse *dm* de la longueur infinitésimale *d x*. Cela signifie que le facteur de pondération est . Un terme dans notre somme pondérée des positions ressemble donc à :

*x*

Comme *dm* peut être exprimé comme *μ d x*, nous pouvons réécrire notre expression pour le terme de la somme pondérée comme suit



C’est l’un des termes de la somme pondérée des positions, la somme qui donne la position du centre de masse. Comme la valeur de *x* n’est pas précisée, ce terme est donc bon pour n’importe quel segment infinitésimal de la tige. Chaque terme de la somme ressemble à celui-ci. Nous avons donc une expression pour chaque terme de la somme. Bien entendu, comme l’expression concerne une longueur infinitésimale *d x* de la tige, il y aura un nombre infini de termes dans la somme. Nous avons donc à nouveau une somme infinie de termes infinitésimaux, soit une autre intégrale. Notre expression de la position du centre de masse est la suivante :



En remplaçant l’expression donnée  pour *μ*, que nous écrivons à nouveau comme  avec *b* défini par , on obtient



En réorganisant et en factorisant les constantes, on obtient



Nous procédons ensuite à l’intégration.







Nous remplaçons maintenant les valeurs par des unités : la masse *m* de la tige que nous avons trouvée plus tôt, la constante *b* que nous avons définie pour simplifier l’apparence de la fonction de densité linéaire et la longueur *L* de la tige :





Voilà notre réponse finale pour la position du centre de masse. Notez qu’il est plus proche de l’extrémité la plus dense de la tige, comme on pouvait s’y attendre. Il convient également de noter que si nous avions substitué l’expression  que nous avons dérivée pour la masse, plutôt que la valeur que nous avons obtenue lorsque nous avons évalué cette expression, notre expression pour  aurait été simplifiée à qui s’évalue à , le même résultat que celui obtenu ci-dessus.

### Moment d’inertie, aussi appelé inertie de rotation

Vous savez déjà que le moment d’inertie d’un objet rigide, par rapport à un axe de rotation donné, dépend de la masse de cet objet et de la façon dont cette masse est répartie par rapport à l’axe de rotation. En fait, vous savez que si la masse est serrée près de l’axe de rotation, l’objet aura un moment d’inertie plus faible que si la même masse était plus étalée par rapport à l’axe de rotation. Quantifions ces idées. (Dans ce contexte, quantifier signifie mettre en équation.)

Nous commençons par construire, dans notre esprit, un objet idéalisé pour lequel la masse est concentrée en un seul endroit qui n’est pas sur l’axe de rotation : Imaginez un disque sans masse tournant à la vélocité angulaire **  autour d’un axe passant par le centre du disque et perpendiculaire à ses faces. Supposons qu’une particule de masse *m* soit encastrée dans le disque à une distance ** de l’axe de rotation. Voici ce que cela donne d’un point de vue situé sur l’axe de rotation, à une certaine distance du disque :

*O*

Disque sans masse

**

Particule de masse *m*

**

où l’axe de rotation est marqué d’un *O*. Le disque est sans masse, nous considérons que le moment d’inertie de la construction est le moment d’inertie d’une particule, par rapport à la rotation autour d’un axe dont la particule se trouve à distance **.

Sachant que la vélocité de la particule peut être exprimée par ** = **, vous pouvez déterminer par vous-même comment  doit être défini pour que l’expression de l’énergie cinétique de l’objet, considéré comme un corps rigide en rotation, soit la même que l’expression de l’énergie cinétique de la particule se déplaçant en cercle dans l’espace. Les deux points de vue sont valables et doivent donc produire la même énergie cinétique. Déduisez ce que  doit être, puis revenez lire la dérivation ci-dessous.

Voici la dérivation :

Étant donné que , nous remplaçons **  par **, ce qui donne

qui peut s’écrire comme suit

Pour que cela soit équivalent à

nous devons avoir

 = *m*2 (22-5)

C’est notre résultat pour le moment d’inertie d’une particule de masse *m*, par rapport à un axe de rotation dont la particule se trouve à une distance **.

Supposons maintenant que nous ayons deux particules encastrées dans notre disque sans masse, l’une de masse *m1* à une distance **1 de l’axe de rotation et l’autre de masse *m2* à une distance **2 de l’axe de rotation.

*O*

Disque sans masse

**

*m*1

**1

*m*2

**2

Le moment d’inertie de la première particule serait de

1 = *m* 1 **12

et le moment d’inertie de la deuxième particule serait de

Le moment d’inertie total des deux particules encastrées dans le disque sans masse est simplement la somme des deux moments d’inertie pris individuellement.

 = 1 + 2

Ce concept peut être appliqué à n’importe quel nombre de particules. Pour chaque particule supplémentaire, il suffit d’inclure un autre terme *m*i**i2 dans la somme, où *m*i est la masse de la particule supplémentaire et **i est la distance entre la particule supplémentaire et l’axe de rotation. Dans le cas d’un objet rigide, nous subdivisons l’objet en un ensemble infini d’éléments de masse infinitésimaux *dm*. Chaque élément de masse apporte une quantité de moment d’inertie

(22-6)

au moment d’inertie de l’objet, où **  est la distance entre l’élément de masse en question et l’axe de rotation.

Exemple 22-2

Trouvez le moment d’inertie de la tige à l’exemple 22-1 par rapport à la rotation autour de l’axe z.

Dans l’exemple 22-1, la densité linéaire de la tige était donnée comme étant . Pour réduire le nombre de fois où nous devons écrire la valeur dans cette expression, nous l’écrirons comme , où *b* est défini comme .

Le moment d’inertie total de la tige est la somme infinie des contributions infinitésimales

(22-6)

de chaque élément de masse *dm* composant la tige.

*d x*

x

(*L*, 0)

*dm* = *μ d x*

•

x

y

z

Dans le diagramme, nous avons indiqué un élément infinitésimal *d x* de la tige à une position arbitraire sur la tige. L’axe z, l’axe de rotation, ressemble à un point dans le diagramme et la distance **  dans , la distance entre l’élément de masse considéré et l’axe de rotation, est simplement l’abscisse *x* de la position de l’élément de masse. Par conséquent, l’équation   
22-6 peut être écrite comme suit que nous reproduisons ici

Selon la définition de la densité de masse linéaire *μ* , la masse infinitésimale *dm* peut être exprimée par . En faisant la substitution dans notre expression pour , on obtient

Or, *μ* a été donné comme *b x2* (*b* étant en fait le symbole choisi pour représenter la constante donnée ). En indiquant *b x*2 à la place de *μ*  dans notre expression pour , cela donne

Cette expression de la contribution d’un élément *d x* de la tige au moment d’inertie total de celle-ci est bonne pour chaque élément *d x* de la tige. La somme infinie de toutes ces contributions infinitésimales est donc l’intégrale

Comme pour notre dernière intégration, à gauche, nous ignorons les limites de l’intégration – la somme infinie de toutes les contributions infinitésimales au moment d’inertie est simplement le moment d’inertie total.

À droite, nous utilisons les limites d’intégration de 0 à *L* pour inclure chaque élément de la tige qui s’étend de *x* = 0 à *x* = *L*, *L* étant égal à 0,890 m. En factorisant la constante *b*, on obtient

Nous procédons maintenant à l’intégration :

En remplaçant les valeurs données de *b* et de *L*, on obtient :



### Théorème de l’axe parallèle

Nous énonçons, sans preuve, le théorème de l’axe parallèle :

(22-7)

dans lequel :

 est le moment d’inertie d’un objet par rapport à un axe dont le centre de masse de l’objet est situé à une distance *d*.

CM est le moment d’inertie de l’objet par rapport à un axe parallèle au premier axe et passant par le centre de masse.

*m*  *est la masse de l’objet.*

*d* est la distance entre les deux axes.

Le théorème de l’axe parallèle relie le moment d’inertie CM d’un objet, par rapport à un axe passant par le centre de masse de l’objet, au moment d’inertie  du même objet, par rapport à un axe parallèle à l’axe passant par le centre de masse et situé à une distance *d* de l’axe passant par le centre de masse.

Selon le théorème de l’axe parallèle, le moment d’inertie d’un objet par rapport à un axe passant par le centre de masse est plus petit que le moment d’inertie autour de n’importe quel axe parallèle à celui-ci. Comme vous le savez, plus la masse est « tassée » près de l’axe de rotation, plus le moment d’inertie est faible. Pour un objet donné, selon la définition du centre de masse, la masse est tassée le plus près de l’axe de rotation lorsque l’axe de rotation passe par le centre de masse.

Exemple 22-3

Trouvez le moment d’inertie de la tige des exemples 22-1 et 22-2, par rapport à un axe perpendiculaire à la tige et passant par le centre de masse de celle-ci.

Rappelons-nous que la tige en question s’étend le long de l’axe des *x* de *x* = 0 à *x* = *L*, où est *L* = 0,890 m, et que la tige a une densité linéaire donnée par , où b ≡ .

L’axe en question peut être parallèle à l’axe *z*, l’axe autour duquel, dans l’exemple de résolution 22-2, nous avons trouvé le moment d’inertie comme étant . Dans l’exemple de résolution 22-1, nous avons trouvé que la masse de la tige était    
et que le centre de masse de la tige était à une distance *d* = 0,668 m de l’axe *z*. Voici la solution au problème :

•

z

Centre de masse de la tige

*d*

y

x

•

# 23 Statique

*Il faut le répéter : Assurez-vous que toute force entrant dans l’équation d’équilibre du couple est multipliée par un bras de moment, et que tout couple direct (comme τo dans la solution de l’exemple* ***23-2*** *de la page 151) entrant dans l’équation d’équilibre du couple N’EST PAS multiplié par un bras de moment.*

Pour tout corps rigide, à tout moment, la deuxièmeloi de Newton pour le mouvement de translation

et la deuxième loi de Newton pour le mouvement de rotation

s’appliquent. Dans ce chapitre, nous aborderons les corps rigides en équilibre. Ce sujet, l’étude des objets en équilibre, est appelé *statique*. L’équilibre signifie que l’accélération et l’accélération angulaire d’un corps rigide sont toutes deux nulles. Lorsque , la deuxième loi de Newton pour le mouvement de translation se résume à

 (23-1)

et lorsque , la deuxième loi de Newton pour le mouvement de rotation devient

 (23-2)

Ces deux équations vectorielles sont appelées équations d’équilibre, ou conditions d’équilibre. Comme chacun des vecteurs a trois composantes, les deux équations vectorielles représentent en fait un ensemble de six équations scalaires :

Bien souvent, toutes les forces se situent dans un seul et même plan, et s’il existe des couples autres que ceux résultant des forces, ces couples s’exercent autour d’un axe perpendiculaire à ce plan. Dans les cas où le plan dans lequel se situent les forces se définit comme étant le plan x-y, on passe des six équations scalaires à trois équations scalaires (les trois autres étant des identités triviales 0=0) :

(23-3)

(23-4)

(23-5)

Les problèmes de statique représentent un sous-ensemble des problèmes liés à la deuxième loi de Newton. Vous savez déjà comment résoudre les problèmes liés à la deuxième loi de Newton. Il n’y a donc rien de nouveau à apprendre. Toutefois, quelques précisions sur la manière dont les objets sont pris en charge vous seront utiles.

De nombreux problèmes de statique portent sur des poutres et des colonnes. Les poutres et les colonnes sont désignées collectivement sous le terme d’« éléments ». L’analyse de l’équilibre d’un élément comporte généralement des approximations qui supposent d’ignorer certaines courtes distances. Tant que ces distances sont petites par rapport à la longueur de la poutre, les approximations sont très bonnes. L’une de ces approximations consiste à ignorer, sauf indication contraire, les dimensions de la section transversale de l’élément (par exemple, la largeur et la hauteur d’une poutre). Nous n’ignorons pas la longueur de l’élément.

### Éléments fixés à une goupille

Une goupille est un axe court. Un élément fixé à une extrémité par une goupille peut pivoter librement autour de la goupille. La goupille est perpendiculaire à la direction dans laquelle l’élément s’étend. En pratique, dans le cas d’un élément fixé à une extrémité par une goupille , la goupille n’est pas vraiment à l’extrémité de l’élément. Toutefois, si la distance entre la goupille et l’extrémité de l’élément (l’extrémité qui est très près de la goupille) n’est pas indiquée, nous ignorons cette distance. De plus, le mécanisme par lequel une poutre est fixée par une goupille à un mur, par exemple, fait que l’extrémité de la poutre se trouve très près du mur. Sauf indication contraire, nous devons également ignorer cette distance. Une goupille exerce une force sur l’élément. La force se situe dans le plan qui contient l’élément et est perpendiculaire à l’axe. Par ailleurs, la direction de la force est inconnue au départ. Sur un diagramme de corps libre de l’élément, on peut inclure la force de la goupille comme étant une force inconnue à un angle inconnu ou on peut inclure les composantes inconnues x et y de la force de la goupille.

Exemple 23-1

L’une des extrémités d’une poutre pesant 6,92 kg et d’une longueur de 2,00 m est fixée à un mur par une goupille. L’autre extrémité de la poutre repose sur un sol sans frottement à un point situé à 1,80 m du mur. La poutre se trouve dans un plan perpendiculaire au mur et au sol. La goupille est perpendiculaire à ce plan. Trouvez la force exercée par la goupille sur la poutre, puis trouvez la force normale exercée sur la poutre par le sol.

*Solution*

Commençons par faire un croquis :

•

*L* = 2**,**00 m

*x* = 1**,**80 m

Maintenant, dessinons le diagramme de corps libre de l’élément :

*F* Py

*F* Px

O

*F*

*F*N

Comme il faut appliquer la condition d’équilibre du couple à la poutre, il faut ajouter des bras de moment au diagramme. Il faut additionner les couples autour du point O, puis représenter les bras de moment par rapport à un axe passant par le point O.

**⊥F N = *x* = 1,80 m

*F* Py

**⊥F = *x*/2

*F* Px

O

*F*N

*F*

Appliquons maintenant les conditions d’équilibre :





Il y a trois valeurs de force inconnues représentées dans le diagramme de corps libre et nous avons déjà trouvé l’une d’entre elles! Appliquons une autre condition d’équilibre :





(23-6)

Cette équation comporte deux inconnues. Nous ne pouvons pas la résoudre, mais elle peut s’avérer utile par la suite. Appliquons la condition d’équilibre du couple.

Voici une copie de la dernière ligne avant de poursuivre :





Nous pouvons utiliser ce résultat () dans l’équation 23-6 (celle qui se lit   
) pour obtenir une valeur pour  :

Comme nous avons déjà trouvé que *F*Px était nul, nous pouvons écrire notre réponse finale :

**** = 32,9 newtons, en ligne droite vers le haut

et

 = 32,9 newtons, en ligne droite vers le haut

### Éléments fixes

Un élément fixe est un élément fixé de manière rigide à une structure (comme un mur) qui est extérieure à l’objet dont l’équilibre est examiné. Par exemple, une tige métallique dont l’une des extrémités est soudée à une paroi métallique. Une telle fixation peut appliquer une force et un couple dans n’importe quelle direction. Lorsque toutes les autres forces se situent dans un plan, la force appliquée par la fixation se situe dans ce même plan. Lorsque tous les autres couples sont parallèles à une ligne donnée, le couple exercé par la fixation sera parallèle à cette même ligne.

**Exemple** **23-2**

Une barre horizontale de longueur *L* et de masse *m* est fixée à un mur. Trouvez la force et le couple exercés sur la barre par le mur.

*Solution*

Commençons par un croquis :

puis un diagramme de corps libre :

*F*oy

*F*ox

O

*τ*o

L/2

*F* = *m*

suivi par l’application des conditions d’équilibre au diagramme de corps libre :





C’était rapide. Voyons ce que donne le fait de fixer la somme des forces verticales à zéro :

Passons maintenant à la condition d’équilibre du couple :

Le mur exerce une force ascendante de magnitude *m* *g* et un couple de magnitude anti-horaire (vu de la position pour laquelle l’extrémité libre de la barre est à droite) sur la barre.

# 24 Travail et énergie

Vous avez résolu de nombreux problèmes à l’aide de concepts énergétiques. Au chapitre 2, nous avons défini l’énergie comme une quantité physique transférable qu’un objet peut être considéré comme possédant et avons vu que si un objet transfère de l’énergie à une particule matérielle initialement au repos, celle-ci acquiert une vitesse qui est un indicateur de la quantité d’énergie transférée. Nous avons vu qu’un objet peut avoir de l’énergie parce qu’il se déplace (énergie cinétique) ou en raison de sa position par rapport à un autre objet (énergie potentielle)[[17]](#footnote-17). Enfin, nous savons que l’énergie est exprimée en joules. Vous avez eu à résoudre des problèmes portant sur l’énergie cinétique de translation , l’énergie cinétique de rotation , l’énergie potentielle des ressorts , l’énergie potentielle gravitationnelle près de la surface de la Terre et l’énergie potentielle gravitationnelle universelle correspondant à la loi universelle de la gravitation. Selon nous, le principe de la conservation de l’énergie est le concept fondamental le plus important de la physique. D’ailleurs, au moins un dictionnaire définit la physique comme l’étude de l’énergie. L’énergie est importante parce qu’elle est conservée. Grâce au principe de la conservation de l’énergie, nous pouvons utiliser des pratiques de calcul simples pour faire des prédictions sur les résultats des processus physiques qui n’ont pas encore eu lieu et pour comprendre ceux qui se sont déjà produits. Selon le principe de la conservation de l’énergie, tout changement dans la quantité totale d’énergie   
d’un système peut être expliqué par le transfert d’énergie de l’environnement immédiat vers le système ou du système vers l’environnement immédiat. Les physiciens distinguent deux catégories de processus de transfert d’énergie : le travail et le flux de chaleur. Dans ce chapitre, nous aborderons le travail.

En théorie, le travail positif est le fait de pousser un objet ou de le tirer dans la même direction que celle dans laquelle l’objet se déplace. Un travail négatif, quant à lui, est le fait de pousser   
l’objet ou de le tirer dans la direction opposée à celle dans laquelle il se déplace. Un truc mnémotechnique pour se souvenir de la définition du travail et de la façon de le calculer est le suivant : « le travail est la force multipliée par la distance ». Mais ce n’est pas tout. Cette formule ne s’applique que dans le cas d’une force constante agissant sur un objet qui se déplace en ligne droite lorsque la force est exactement dans la même direction que la direction du mouvement.

Une définition plus générale, sans l’être complètement, de la façon de calculer le travail s’applique au cas d’une force constante agissant sur un objet qui se déplace en ligne droite (lorsque la force n’est pas nécessairement dirigée le long de la ligne). Dans ce cas, le travail *W* effectué sur l’objet, lorsqu’il parcourt une certaine distance le long de la trajectoire, est : la composante le long de la trajectoire de la force *F*  multipliée par la longueur du segment de trajectoire Δ**.

*W* = *F* Δ**  (24-1)

D’autres éclaircissements sont de mise : Si le vecteur de la composante de la force le long de la trajectoire est dans la même direction que le vecteur de déplacement de l’objet, *F* est positif, donc le travail est positif. Par contre, si le vecteur de la composante de la force le long de la trajectoire est dans la direction opposée à celle du vecteur de déplacement de l’objet, *F* est négatif, donc   
le travail est négatif. Ainsi, si vous poussez un objet ou le tirez dans une direction qui tend à l’accélérer, vous exercez un travail positif sur l’objet. À l’inverse, si vous poussez sur un objet ou le tirez dans une direction qui tendrait à le ralentir, vous exercez un travail négatif sur l’objet.

Dans le cas de figure le plus général où la composante de la force le long de la trajectoire change continuellement parce que la force change continuellement (comme pour un objet au bout d’un ressort) ou parce que la trajectoire n’est pas rectiligne, notre définition de la façon de calculer le travail devient la suivante : pour chaque segment de trajectoire infinitésimal constituant la trajectoire en question, nous prenons le produit de la composante de la force le long de la trajectoire et la longueur infinitésimale du segment de la trajectoire. Le travail est la somme de tous ces produits. Une telle somme aurait un nombre infini de termes. Nous appelons cette somme une intégrale.

### Relation entre le travail et le mouvement

Revenons au cas le plus simple, celui où une force  est la seule à agir sur une particule de masse *m* qui se déplace d’une certaine distance Δ (pendant que la force agit sur elle) en ligne droite, exactement dans la même direction que la force. L’objectif est de déterminer le lien entre le travail sur la particule et le mouvement de la particule. Nous commencerons par la deuxième loi de Newton.

Diagramme de corps libre

*F*

*m*

*a*



En trouvant la solution de *F*, on obtient :



À gauche, nous avons la grandeur de la force. Si nous la multiplions par la distance Δ, nous obtenons le travail effectué par la force sur la particule lorsqu’elle se déplace sur la distance Δ le long de la trajectoire, dans la même direction que la force. Si nous multiplions le côté gauche de l’équation par Δ , nous devons multiplier le côté droit par la même chose pour maintenir l’égalité.

À gauche, nous avons le travail *W*, donc :

À droite, nous avons deux quantités utilisées pour caractériser le mouvement d’une particule. Nous avons donc certainement atteint notre objectif de relier le travail au mouvement, mais nous pouvons démêler un peu les choses sur la droite si nous comprenons que, puisque nous avons une force constante, nous devons avoir une accélération constante. Ainsi, les équations d’accélération constante s’appliquent, en particulier la suivante (indiquant **  plutôt que *x*) :

En trouvant la solution pour *a* Δ, on obtient

En remplaçant ceci dans notre expression pour *W* ci-dessus (celle qui se lit ),   
nous obtenons

qui peut s’écrire comme suit

Bien sûr, nous reconnaissons le comme l’énergie cinétique de la particule avant le travail effectué sur la particule et le comme l’énergie cinétique de la particule après le travail effectué sur elle. Pour respecter les règles que nous avons utilisées lors de notre étude de la conservation de l’énergie mécanique, nous adoptons une formulation dans laquelle le symbole premier ( ′ ) signifie « après » et aucun exposant ou indice (au lieu de l’indice « o ») représente « avant ». Ainsi, et selon la définition de l’énergie cinétique, notre expression pour *W*  devient :



Puisque l’énergie cinétique « après » moins l’énergie cinétique « avant » est simplement la variation de l’énergie cinétique Δ*K*, nous pouvons écrire l’expression pour *W* comme suit :

 (24-2)

C’est en effet une relation simple entre le travail et le mouvement. La cause, le travail sur une particule, à gauche, est exactement égal à l’effet, un changement dans l’énergie cinétique de la particule. Ce résultat est si important que nous lui avons donné un nom : la *relation travail-énergie*, également appelée le *principe travail-énergie*. Ce principe fonctionne également pour les corps rigides étendus. Dans le cas d’un corps rigide en rotation, c’est le déplacement du point d’application de la force, le long de la trajectoire de ce point d’application, qui est utilisé (en tant que Δ) dans le calcul du travail effectué sur l’objet.

Dans l'expression , le travail est le travail net (le travail total) effectué par toutes les forces agissant sur la particule ou le corps rigide. Le travail net peut être calculé en déterminant le travail effectué par chaque force et en additionnant les résultats ou en déterminant la force nette et en l’utilisant dans la définition du travail.

### Calcul du travail en multipliant la force le long de la trajectoire par la longueur de la trajectoire

Prenons un bloc sur une pente plate sans frottement qui a un angle *θ* avec la verticale. Le bloc se déplace d’un point A près du sommet de l’inclinaison jusqu’à un point B, à une distance *d* de A vers le bas de l’inclinaison. Trouvez le travail effectué par la force gravitationnelle sur le bloc.

*d*

A

*θ*

B

*F*= *mg*

Nous avons dessiné un croquis de la situation (pas un diagramme de corps libre). Nous constatons que la force pour laquelle nous devons calculer le travail ne se trouve pas le long de la trajectoire. Nous définissons donc un système de coordonnées dont l’un des axes est situé dans la direction de la descente et l’autre est perpendiculaire à cet axe et décomposons le vecteur de la force gravitationnelle en ses composantes par rapport à ce système de coordonnées.

**┴**

A

*θ*

B

*F* = *mg*

||

**┴**

*θ*

| *F*g**⊥**|

*F*g||

*F*g= *mg*

||

Nous redessinons maintenant le croquis en remplaçant la force gravitationnelle par ses composantes :

*θ*

*d*

B

A

*F*g||

| *F*g**⊥**|

*F*⊥ *,* étant perpendiculaire à la trajectoire, n’exerce aucun travail sur le bloc lorsque celui-ci se déplace de A à B. Le travail effectué par la force gravitationnelle est donné par

|  |
| --- |
|  |

Bien que cette méthode de calcul du travail effectué par une force soit parfaitement valable, il existe un moyen plus simple. Elle implique un autre opérateur de produit pour les vecteurs (en plus du produit vectoriel), appelé le *produit scalaire*. Pour l’utiliser, il faut comprendre que la longueur de la trajectoire, combinée à la direction du mouvement, n’est autre que le vecteur de déplacement (pour le point d’application de la force). Il suffit alors de trouver le produit scalaire entre le vecteur de force et le vecteur de déplacement.

### Le produit scalaire de deux vecteurs

Le produit scalaire des vecteurs et  s’écrit  et s’exprime comme suit :

 (24-3)

où *θ*, comme dans le cas du produit vectoriel, est l’angle entre les deux vecteurs après qu’ils aient été placés bout à bout.

B

*θ*

A

Le produit scalaire peut être interprété comme *A**B* (la composante de  le long de  fois la magnitude de ) ou *B* *A* (la composante de le long de  fois la magnitude de ), les deux étant évalués à une seule et même valeur. Le produit scalaire est donc parfait pour calculer le travail. Puisque et est *W*, on obtient

(24-4)

Grâce au produit scalaire, nous pouvons résoudre l’exemple de la dernière section beaucoup   
plus rapidement.

Trouvez le travail effectué sur le bloc par la force gravitationnelle lorsque l’objet se déplace du point A au point B.

*θ*

*d*

B

A

*F*= *mg*

Nous définissons le vecteur de déplacement  comme ayant une grandeur égale à la distance entre le point A et le point B et une direction identique à la direction du mouvement (la direction vers le bas de la rampe).

En utilisant notre définition du travail comme le produit scalaire de la force et du déplacement, l’équation 24-4 :



où le vecteur de la force gravitationnelle  étant la force et  étant le déplacement, le travail peut être écrit comme suit :

.

En utilisant la définition du produit scalaire, nous trouvons que :

.

En remplaçant la grandeur de la force gravitationnelle par *m* **, nous obtenons notre réponse finale :

.

C’est la même réponse que celle obtenue avant notre étude du produit scalaire.

Dans les cas où les vecteurs de force et de déplacement sont donnés en notation , ,  , il est facile de trouver le travail.

### Le produit scalaire dans la notation vectorielle unitaire

Les relations simples de produit scalaire entre les vecteurs unitaires permettent d’évaluer facilement le produit scalaire de deux vecteurs exprimés en notation vectorielle unitaire.   
D’après notre définition du produit scalaire, l’équation 24-3 :



nous remarquons qu’un produit scalaire d’un vecteur avec lui-même est simplement le carré de la grandeur du vecteur. Cette affirmation est vraie, car l’angle entre un vecteur et lui-même est 0° et le cos 0° est 1.



Comme les vecteurs unitaires ont tous une grandeur de 1, tout produit scalaire d’un vecteur unitaire avec lui-même donne (1)2 qui est juste 1.

, , et

L’angle entre deux vecteurs différents de l’axe des coordonnées cartésiennes est de 90° et le cos 90° est égal à 0. Par conséquent, le produit scalaire d’un vecteur unitaire de l’axe des coordonnées cartésiennes dans tout autre vecteur unitaire de l’axe des coordonnées cartésiennes est nul.

Ainsi, si

et

alors,  est seulement

Le résultat final est que le produit scalaire de deux vecteurs est simplement la somme du produit des composantes *x*, du produit des composantes *y* et du produit des composantes *z* des deux vecteurs.

### Travail de transfert d’énergie ou pseudo-travail du centre de masse

Le sujet du travail a été présenté en disant qu’il représente une catégorie de transfert d’énergie à un système. En tant que tel, le travail est un travail de transfert d’énergie. Il existe une quantité qui se calcule à peu près de la même manière que le travail, avec une différence subtile. Cette quantité se nomme *pseudo-travail du centre de masse*. Pour distinguer le travail de transfert d’énergie du pseudo-travail du centre de masse, quelques processus spécifiques impliquant une surface horizontale sans frottement, un ressort et un bloc (et dans un cas, un autre bloc) seront utilisés. Supposons que nous fixions le ressort au mur de manière à ce qu’il ressorte horizontalement et que nous poussions le bloc vers le mur de manière à comprimer le ressort. Ensuite, nous relâchons le bloc et commençons nos observations au premier instant suivant le relâchement. Disons que le bloc est notre système. Le ressort repousse le bloc du mur. Il transfère de l’énergie au bloc lorsqu’il est en contact avec celui-ci. Le travail effectué peut être calculé comme l’intégrale du déplacement infinitésimal du vecteur scalaire du vecteur force, qu’on peut définir comme l’intégrale de la force multipliée par la distance. Dans ce cas, la distance est le déplacement (l’ensemble infini des déplacements infinitésimaux) du point d’application de la force. Ce type de travail est un travail de transfert d’énergie. C’est la quantité d’énergie transférée au bloc par le ressort.

Décrochons maintenant le ressort du mur et attachons-le au bloc de manière à ce que le ressort sorte horizontalement du bloc, puis poussons à nouveau le bloc contre le mur, en comprimant le ressort, avant de relâcher de nouveau le bloc. Notre système est le bloc plus le ressort. Le bloc se déplace en glissant comme précédemment, cette fois avec le ressort attaché. Le mur n’effectue aucun travail de transfert d’énergie sur le système, car la partie du mur qui exerce la force sur le système n’est pas en mouvement – il n’y a pas de déplacement. Cependant, nous constatons quelque chose d’utile si nous calculons l’intégrale du déplacement infinitésimal du vecteur scalaire de la force du vecteur (exercée par le mur) du centre de masse du système : en gros, la force multipliée par la distance parcourue par le centre de masse. Ce « quelque chose d’utile » est le pseudo-travail du centre de masse subi par le système. Il est utile, car notre dérivation de la loi de Newton montre que cette quantité est égale à la variation de l’énergie cinétique du centre de masse du système. Dans ce cas, le système a gagné de l’énergie cinétique du centre de masse même si aucune énergie ne lui a été transférée. Comment est‑ce possible? L’énergie qui faisait déjà partie du système, celle stockée dans le ressort, a été convertie en énergie cinétique du centre de masse.

Quelle est donc la nuance? Dans les deux cas, nous calculons, grosso modo, la force multipliée par la distance. Par contre, dans le cas du travail de transfert d’énergie, la distance est celle parcourue   
par l’élément de l’agent de la force qui est en contact avec la victime à l’endroit exact où la force est appliquée, alors que, dans le cas du travail du centre de masse, la distance dans « force multipliée   
par distance » est la distance parcourue par le centre de masse. Pour une particule, il n’y a pas de différence. Pour un corps vraiment rigide soumis à un mouvement purement translationnel (pas de rotation), il n’y a pas de différence. Mais attention, un corps vraiment rigide est un objet idéalisé dans lequel aucune partie du corps ne peut se déplacer par rapport à une autre partie du corps. Même pour un tel corps, s’il y a rotation, il y aura une différence entre le travail de transfert d’énergie et le pseudo-travail du centre de masse effectué sur l’objet. Prenons l’exemple d’un bloc au repos sur une surface horizontale sans frottement. Vous appliquez une force horizontale décentrée au bloc sur une courte distance en appuyant sur le bloc avec votre doigt. Le travail que vous effectuez est la force intégrée multipliée par la distance sur laquelle vous déplacez le bout de votre doigt. Il sera supérieur à la force intégrée multipliée par la distance sur laquelle le centre de masse se déplace. Une partie du travail que vous effectuez sert à augmenter l’énergie cinétique du centre de masse du corps rigide et une autre partie sert à augmenter l’énergie cinétique de rotation du corps rigide. Dans ce cas, le travail de transfert d’énergie est supérieur au pseudo-travail du centre de masse.

### Conclusion

À ce stade, vous connaissez deux façons de calculer le travail effectué sur un objet. Si vous disposez de données sur la force et la trajectoire, vous utiliserez la définition du travail « force multipliée par la distance ». Si vous disposez plutôt de données sur l’effet du travail (la variation de l’énergie cinétique), vous déterminerez la valeur de la variation de l’énergie cinétique et la remplacerez dans la relation travail-énergie, soit l’équation 24-2



afin de déterminer le travail (ou le pseudo-travail du centre de masse, le cas échéant). Il existe encore une autre méthode pour calculer le travail. Comme pour la première méthode, elle convient aux cas où l’on dispose de renseignements sur la force et la trajectoire. Elle ne fonctionne que pour certains types de forces, mais lorsqu’elle fonctionne, pour l’utiliser, la seule chose que vous devez savoir sur la trajectoire est la position des points limites. Cette troisième méthode de calcul du travail fait intervenir l’*énergie potentielle*, sujet principal de notre prochain chapitre.

# 25 Énergie potentielle, conservation de l’énergie, puissance

Le travail effectué sur une particule par une force agissant sur elle lorsque cette particule se déplace d’un point A à un point B sous l’influence de cette force, pour *certaines* forces, ne dépend pas de la trajectoire suivie par la particule. Pour une telle force, il est facile de calculer le travail effectué par la particule lorsqu’elle se déplace du point A au point B. Il suffit d’attribuer une valeur d’énergie potentielle (de la particule[[18]](#footnote-18)) au point A (appelons cette valeur *U*A) et une valeur d’énergie potentielle au point B (appelons cette valeur *U*B). On choisit les valeurs pour que le travail   
effectué par la force en question soit le négatif de la différence entre les deux valeurs.



 (25-1)

 est la variation de l’énergie potentielle subie par la particule lorsqu’elle se déplace du point A au point B. Le signe moins dans l’équation 25-1 garantit qu’une augmentation de l’énergie potentielle correspond à un travail négatif effectué par la force correspondante. Par exemple, dans le cas de l’énergie potentielle gravitationnelle près de la surface de la Terre, la force associée est la force gravitationnelle. Si nous soulevons un objet près de la surface de la Terre, la force gravitationnelle exerce un travail négatif sur l’objet puisque la force (vers le bas) est dans la direction opposée au déplacement (vers le haut). Au même moment, nous augmentons la capacité de la particule à effectuer un travail, donc nous augmentons l’énergie potentielle. Nous avons donc besoin du signe « - » dans l’équation   
 pour nous assurer que la méthode de calcul du travail de la variation de l’énergie potentielle donne le même signe algébrique pour la valeur du travail que la force le long de la trajectoire multipliée par la longueur de la trajectoire.

Il faut noter que pour que cette méthode de calcul du travail soit utile dans tous les cas qui peuvent se présenter, il faut attribuer une valeur d’énergie potentielle à chaque point de l’espace où la force peut agir sur une particule afin que la méthode puisse être utilisée pour calculer le travail effectué sur une particule lorsqu’elle se déplace d’un point A à un point B. En général,   
il nous faut donc une valeur pour chaque point d’un ensemble infini de points dans l’espace.

L’idée d’attribuer une valeur d’énergie potentielle à chaque point d’un ensemble infini de points dans l’espace peut sembler décourageante jusqu’à ce que l’on se rende compte qu’il est possible de le faire au moyen d’une simple expression algébrique. Par exemple, nous avons déjà réalisé l’exercice pour une particule de masse *m2* dans le cas de la force gravitationnelle universelle due à une particule de masse *m1*. C’était l’équation 17-5 :

dans laquelle *G* est la constante gravitationnelle universelle  et **  est la distance de la particule 2 par rapport à la particule 1. Si la particule 1 est à l’origine d’un système de coordonnées, cette équation attribue une valeur d’énergie potentielle à chaque   
point de l’univers!

Pour n’importe quel point, la valeur dépend simplement de la distance entre le point et l’origine. Supposons que nous voulions trouver le travail effectué par la force gravitationnelle due à la particule 1 sur la particule 2 lorsque cette dernière se déplace du point A, à une distance ** A de la particule 1, au point B, à une distance ** B de la particule 1. La force gravitationnelle exercée sur la particule 2 par le champ gravitationnel de la particule 1 effectue un travail, sur la particule 2, donnée par (en commençant par l’équation 25-1) :





### Relation entre une force conservative et le potentiel correspondant

Même si cette façon de calculer le travail effectué sur une particule comme le négatif de la variation de son énergie potentielle facilite grandement le calcul du travail, nous devons définir le potentiel de façon à ce que cette méthode soit équivalente au calcul du travail comme la force le long de la trajectoire multipliée par la longueur de la trajectoire.

Plutôt que de tenter de trouver l’énergie potentielle à tous les points d’une région tridimensionnelle de l’espace pour un type de force dont on sait qu’elle existe à tous les points de cette région, examinons la question plus simple de la recherche du potentiel le long d’une ligne. Nous définissons un système de coordonnées composé d’un seul axe, appelé axe des *x*, avec une origine et une direction positive. Nous plaçons une particule sur la ligne, une particule qui peut se déplacer le long de celle-ci. Nous supposons qu’une force agit sur la particule où qu’elle se trouve sur la ligne et que cette force est dirigée le long de celle-ci. Nous aborderons également le cas d’une force qui a la même valeur en différents points de la ligne, mais, pour l’instant, nous supposons qu’en général, *la force varie en fonction de la position*. 🡨Gardez ce fait à l’esprit afin de trouver le problème décrit ci-dessous. Comme nous voulons définir un potentiel pour cette particule, il est important que le travail effectué sur la particule par la force exercée sur celle-ci, lorsque la particule se déplace du point A au point B, ne dépende pas de la manière dont la particule se rend du point A au point B. Notre objectif est de définir une fonction d’énergie potentielle pour la force afin d’obtenir la même valeur pour le travail effectué sur la particule par la force, que nous utilisions la méthode de la force le long de la trajectoire pour le calculer ou la méthode de la variation négative de l’énergie potentielle. Supposons que la particule subisse un déplacement Δ*x* le long de la ligne sous l’influence de la force. Voyez-vous le problème dans ce qui suit? Nous écrivons  pour le travail effectué par la force, calculé à partir de la force le long de la trajectoire multipliée par la longueur de la trajectoire, puis  pour le travail effectué par la force calculé selon le concept de la variation négative de l’énergie potentielle. En mettant les deux expressions en équivalence, nous obtenons , que nous pouvons réduire à  pour la relation entre l’énergie potentielle et la composante *x* de la force.

Voyez-vous où nous avons fait fausse route? Bien que la méthode fonctionne pour le cas précis où la force est une constante, nous devions trouver une relation qui soit valable pour le cas général où la force varie en fonction de la position. Ainsi, pour chaque valeur de *x* dans la plage de valeurs qui s’étend de la valeur initiale, appelée *x*A, à la valeur à la fin du déplacement *x*A + Δ *x*, la valeur de la force est différente. L’expression  est donc inappropriée. Dans un problème numérique, il n’y a pas de valeur unique à introduire pour *F*, car *F* varie le long de Δ*x*.

Pour arranger les choses, nous pouvons réduire Δ *x* à une taille infinitésimale, si petite que *x*A et *x* A + Δ *x* sont, pratiquement, un seul et même point. Autrement dit, nous prenons la limite comme Δ*x*→ 0. Notre relation devient alors



ce qui est la même chose que



La limite de  qui apparaît à droite n’est autre que la dérivée , donc :

 (25-2)

Pour bien faire ressortir le fait que la force est un vecteur, nous l’écrivons en notation vectorielle unitaire comme suit :

 (25-3)

Rendons le tout encore plus concret en l’utilisant pour déterminer l’énergie potentielle due à une force que vous connaissez bien, la force produite par un ressort.

Imaginons un bloc sur une surface horizontale sans frottement. Le bloc est fixé à l’une des extrémités d’un ressort. L’autre extrémité du ressort est fixée à un mur. Le ressort s’étend à l’horizontale en s’éloignant du mur, perpendiculairement à celui-ci. Définissez un axe des *x*   
dont l’origine est la position d’équilibre de l’extrémité du ressort qui est attachée au bloc. La direction de l’éloignement au mur est la direction *x* positive. On constate que la force exercée par le ressort sur le bloc est donnée par :

 (25-4)

où *k* est la constante de force du ressort. (Remarque : Un *x* positif, correspondant au fait que le bloc a été tiré loin du mur, étirant ainsi le ressort, se traduit par une force dans la direction *x* négative. Un ressort comprimé à *x* négatif produit une force dans la direction +*x*, ce qui est logique.) En faisant une comparaison avec l’équation 25-3 (soit ), nous constatons que la fonction d’énergie potentielle doit être définie pour que



Ce cas est tellement simple que nous pouvons deviner ce que *U* doit être. *U* doit être défini de telle sorte que lorsque nous prenons sa dérivée, nous obtenons une constante (le *k*) multipliée par *x* à la puissance 1. Or, lorsqu’on prend la dérivée de *x* à une puissance, on réduit cette puissance d’une unité. Pour qu’il en résulte une puissance de 1, la puissance d’origine doit être 2. De plus, la dérivée d’une constante multipliée par quelque chose donne cette même constante multipliée par la dérivée. Il doit donc y avoir un facteur *k* dans la fonction d’énergie potentielle. Essayons *U*= *k x2* et voyons où cela nous mène. La dérivée de *k x*2 est 2*k x*. À l’exception du facteur 2 à l’avant, c’est exactement ce que nous voulons. Modifions notre hypothèse en la multipliant par un facteur de , afin d’annuler le 2 qui apparaît lorsque nous prenons la dérivée. Avec  nous obtenons , ce qui est exactement ce dont nous avions besoin.   
Par conséquent,

 (25-5)

est bien l’énergie potentielle de la force due à un ressort. Vous avez utilisé cette expression au chapitre 2. Vous savez maintenant d’où elle vient.

Nous avons abordé deux autres forces conservatives. Pour chacune d’entre elles, trouvons la fonction d’énergie potentielle *U*  qui répond au critère que nous avons écrit comme .

Prenons tout d’abord la force gravitationnelle exercée par la Terre sur un objet de masse *m* près de sa surface. Nous choisissons notre axe unique comme étant dirigé verticalement vers le haut, l’origine se trouvant à une altitude arbitraire, mais clairement précise et fixe pour l’ensemble du problème à résoudre. Par convention, nous appelons cet axe l’axe des *y* plutôt que l’axe des *x*. Nous savons maintenant que la force gravitationnelle est donnée simplement (encore une fois, il s’agit d’un résultat expérimental) par

où *m*  est la grandeur connue de la force gravitationnelle et − est la direction vers le bas.

L’équation 25-3, écrite pour le cas présent, est :

Pour que les deux dernières équations soient cohérentes entre elles, il faut que *U* soit défini pour que

Pour que la dérivée de *U* par rapport à y soit la constante « *m* », *U*  doit être donné par

*U = mgy* (25-6)

ce qui donne l’équation de l’énergie potentielle gravitationnelle de la Terre près de la surface. Assurez-vous que lorsque vous prenez la dérivée de cette force par rapport à y, vous obtenez effectivement la grandeur de la force gravitationnelle, *mg*.

Intéressons-nous maintenant à la loi universelle de la gravitation. La particule 1 de masse *m*1 crée un champ gravitationnel dans la région de l’espace qui l’entoure. Définissons la position de la particule 1 comme étant l’origine d’un système de coordonnées cartésiennes à trois dimensions. Supposons maintenant que la particule 2 se trouve à une certaine position dans l’espace, à une distance ** de la particule 1. Définissons la direction dans laquelle se trouve la particule 2 par rapport à la particule 1 comme la direction +*x*. Les coordonnées de la particule 2 sont donc (**, 0, 0). ** est alors la composante *x* du vecteur de position de la particule 2, une quantité que nous appellerons désormais *x*. Par conséquent, *x* est défini de manière que *x*= **. Dans le système de coordonnées ainsi défini, la force exercée par le champ gravitationnel de la particule 1 sur la particule 2 est   
donnée par :

L’équation est réécrite ici :

Comparez-la à l’équation 25-3 :

En combinant les deux équations, nous constatons que notre expression de l’énergie potentielle *U* en fonction de *x* doit satisfaire à l’équation

Il est plus facile de déduire ce que doit être *U* si nous l’écrivons sous la forme suivante

Pour que la dérivée de *U* par rapport à *x* soit une constante (*G m*1 *m*2 ) multipliée par une puissance (-2) de *x*, il faut que *U* lui-même soit cette même constante (*G m*1 *m*2 ) multipliée par *x* à la puissance immédiatement supérieure (-1), divisée par la valeur de cette dernière puissance.

qui peut s’écrire



Comme nous savons que le *x* du dénominateur est simplement la distance entre la particule 1 et la particule 2, que nous avons également définie comme étant **, nous pouvons l’écrire sous la forme la plus courante :

 (25-7)

C’est en effet l’expression du potentiel gravitationnel que nous vous avons donnée (sans aucune justification) au chapitre 17, le chapitre sur la loi universelle de la gravitation.

### Retour sur la conservation de l’énergie

Commençons par nous rappeler de la relation travail-énergie, soit de l’équation 24-2,   
du dernier chapitre :

,

Cette relation indique que le travail entraîne une variation de l’énergie cinétique. Prenons maintenant le cas où tout le travail est effectué par des forces conservatives, de sorte que le travail peut être exprimé comme la valeur négative de la variation de l’énergie potentielle.



Supposons en outre que nous ayons affaire à une situation dans laquelle une particule se déplace du point A au point B sous l’influence de la force ou des forces correspondant à l’énergie potentielle *U*.

L’expression précédente devient donc :







En passant à une notation dans laquelle nous utilisons des variables primées pour caractériser la particule lorsqu’elle est au point B et des variables non primées au point A, nous obtenons :



En interprétant  comme l’énergie du système à l’instant « avant » et  comme l’énergie du système à l’instant « après », nous constatons que nous avons dérivé l’énoncé de la conservation de l’énergie mécanique pour le cas particulier où il n’y a pas de transfert net d’énergie vers ou depuis l’environnement et où il n’y a pas de conversion d’énergie à l’intérieur du système de l’énergie mécanique vers d’autres formes ou vice versa. Sous forme d’équation, l’énoncé est

 (25-8)

une équation que vous avez étudiée au chapitre 2. Il est recommandé de réviser le chapitre 2 maintenant, car pour le chapitre en cours, vous devez à nouveau résoudre les problèmes du type abordés au chapitre 2 (en n’oubliant pas d'inclure et d'utiliser correctement les diagrammes avant et après) et répondre à toutes les questions connexes.

### Puissance

Dans cette dernière section sur l’énergie, nous abordons un nouveau sujet. En tant que concept distinct et important, il mériterait un chapitre à part entière, si ce n’est qu’il s’agit d’un concept simple. La *puissance* est le taux de transfert d’énergie, de conversion d’énergie et, dans certains cas, le taux auquel le transfert et la conversion d’énergie se produisent simultanément. Lorsque vous effectuez un travail sur un objet, vous lui transférez de l’énergie. Supposons, par exemple, que vous poussiez un bloc sur une surface horizontale sans frottement. Vous faites un travail sur l’objet. L’énergie cinétique de l’objet augmente. Le taux auquel l’énergie cinétique augmente est appelé puissance. Le taux de variation d’une quantité (la vitesse à laquelle cette quantité change) peut être calculé comme la dérivée de cette quantité par rapport au temps. Dans le cas présent, la puissance *P* peut être exprimée comme suit

 (25-9)

la dérivée temporelle de l’énergie cinétique. Étant donné , nous obtenons

(25-10)

où *a* est la composante de l’accélération parallèle au vecteur de vélocité. La composante perpendiculaire modifie la direction de la vélocité, mais pas sa grandeur.

Outre le taux auquel l’énergie cinétique varie, la puissance est le taux auquel un travail est effectué sur l’objet. Dans un intervalle de temps infinitésimal *dt*, vous effectuez une quantité infinitésimale de travail



sur l’objet. En divisant les deux côtés par *dt*, nous obtenons



qui est encore



comme cela doit être le cas puisque, conformément à la relation travail-énergie, le taux auquel vous effectuez un travail sur l’objet doit être le taux auquel l’énergie cinétique de l’objet augmente.

Si vous effectuez un travail à un taux régulier pendant un intervalle de temps fini, la puissance est constante et peut simplement être calculée comme la quantité de travail effectuée pendant l’intervalle de temps divisée par l’intervalle de temps lui-même. Par exemple, lorsque vous montez des escaliers, vous convertissez l’énergie chimique stockée dans votre corps en énergie potentielle gravitationnelle. Le taux auquel vous le faites est la puissance. Si vous montez à un rythme régulier pour une augmentation totale de l’énergie potentielle gravitationnelle de Δ*U* pendant un intervalle de temps Δ*t*, la valeur constante de votre puissance pendant cet   
intervalle de temps est

 (25-11)

Si vous savez que la puissance est constante, que vous connaissez la valeur de la puissance *P,* et que l’on vous demande de trouver la quantité totale de travail effectué, la quantité totale d’énergie transférée ou la quantité totale d’énergie convertie pendant un intervalle de temps particulier Δ*t*, il vous suffit de multiplier la puissance *P* par l’intervalle de temps Δ*t*.

 (25-12)

On pourrait inclure au moins une douzaine de formules sur votre feuille de formule pour la puissance, mais elles sont toutes si simples que, si vous comprenez ce qu’est la puissance, vous pouvez trouver la formule spécifique dont vous avez besoin pour le cas sur lequel vous travaillez. Nous n’incluons donc qu’une seule formule,

 (25-13)

ce qui devrait vous rappeler ce qu’est la puissance. La puissance étant le taux de variation de l’énergie, les unités SI de la puissance doivent être . Cette unité combinée porte un nom, le watt, dont l’abréviation est W.

1 W ≡ 1 

# 26 Impulsion et quantité de mouvement

### Commençons par quelques remarques supplémentaires sur le travail et l’énergie, à des fins de comparaison

Imaginez une gigantesque table de hockey sur coussin d’air avec un tas de rondelles de masses diverses, dont aucune ne subit de frottement avec la surface horizontale de la table. On suppose que la résistance de l’air est négligeable. Supposons maintenant que vous vous approchiez et que vous donniez une poussée à chaque rondelle. La poussée que vous donnez à la première rondelle est spéciale, car pendant tout le temps où vous la poussez, la force a une seule et même valeur. La poussée que vous donnez à chacune des autres rondelles est similaire : vous appliquez à chaque rondelle la même force que vous avez appliquée à la première, sur la même distance exacte. Puisque vous donnez à chacune des rondelles une poussée similaire, vous pourriez vous attendre à ce que le mouvement des rondelles (après la poussée) soit similaire et, en effet, nous constatons que, bien que les rondelles (dont chacune, après la poussée, se déplace à sa propre vélocité constante) aient des vitesses différentes les unes des autres (parce qu’elles ont des masses différentes), elles ont toutes la même valeur du produit *m*2. De plus, si l’on met un ½ devant ce produit et qu’on l’appelle énergie cinétique *K*, la valeur commune de est identique au produit de la grandeur de la force utilisée pendant la poussée et de la distance sur laquelle la force est appliquée. Ce dernier produit est ce que nous avons défini comme étant le travail *W* et nous comprenons que nous avons affaire à un cas particulier du principe de l’énergie de travail , un cas dans lequel, pour chacune des rondelles, l’énergie cinétique initiale est nulle. Nous pouvons modifier notre expérience pour obtenir des résultats plus généraux. Par exemple, une force constante plus faible sur une plus grande distance produit la même énergie cinétique tant que le produit de la grandeur de la force et de la distance sur laquelle elle est appliquée est le même que pour les autres rondelles. Toutefois, il est intéressant d’examiner à quel point cela nous semblerait différent, dans l’expérience originale, lorsque nous passons d’une rondelle de masse élevée à une de faible masse. Imaginez que vous fassiez cela. Vous poussez la rondelle ayant une masse élevée avec une certaine force, sur une certaine distance. Vous passez maintenant à une rondelle de faible masse. Lorsque vous poussez sur la rondelle par l’arrière, avec la même force que celle utilisée sur celle de masse élevée, vous remarquez que celle de masse faible accélère beaucoup plus rapidement. Il est probablement beaucoup plus difficile de maintenir une force constante parce qu’il est tout simplement plus difficile de « suivre » la rondelle de faible masse. Et bien sûr, elle parcourt la distance précisée en un temps beaucoup plus court. Ainsi, bien que vous la poussiez sur la même distance, vous devez pousser celle de faible masse pendant une durée plus courte pour que les deux rondelles aient la même énergie cinétique. En y réfléchissant, vous vous rendez compte que si vous poussez la rondelle de faible masse pendant la même *durée* que celle de masse élevée (avec la même force), la première aura une plus grande énergie cinétique après la poussée, car vous devrez la pousser sur une plus grande distance, ce qui signifie que vous aurez effectué un travail plus important sur elle. Pourtant, vous imaginez que si vous poussiez sur chacune des rondelles pendant la même durée (plutôt que sur la même distance), leurs mouvements respectifs devraient avoir quelque chose en commun, parce que là encore, il y a quelque chose de similaire dans leurs   
poussées respectives.

### Passons maintenant à l’impulsion et à la quantité de mouvement.

Vous décidez de faire l’expérience précédente. Vous placez chacune des rondelles au repos sur   
la surface sans frottement. Vous appliquez une seule et même force constante à chacune d’elles pendant un seul et même laps de temps. Une fois de plus, cela s’avère plus difficile avec les rondelles de masse inférieure. Lorsque vous poussez dessus, une rondelle de faible masse accélère plus vite qu’une de masse élevée. Par conséquent, vous devez continuer à pousser sur une rondelle de faible masse sur une plus grande distance et celle-ci va plus vite lorsque vous le lâchez. Après avoir donné à toutes les rondelles une poussée similaire, vous vous attendez à ce qu’il y ait quelque chose dans le mouvement de chacune qui soit identique à la caractéristique correspondante du mouvement de toutes les autres rondelles. Nous avons déjà établi que plus la masse de la rondelle est faible, plus la vitesse et l’énergie cinétique de celle-ci sont élevées. En faisant l’expérience, nous constatons que toutes les rondelles ont une seule et même valeur du produit , où  est la vélocité de la rondelle après l’avoir poussée. En outre, nous constatons que la valeur de  est égale au produit de la force constante  et de l’intervalle de temps Δ *t* pendant lequel elle a été appliquée.

Soit :



Le produit de la force et de l’intervalle de temps pendant lequel elle est appliquée est une quantité si importante que nous lui avons donné un nom, l’*impulsion*, et un symbole .

 (26-1)

De plus, comme nous l’avons vu au chapitre 4, par définition, le produit de la masse d’un objet et de sa vélocité est la quantité de mouvement  de l’objet.

Par conséquent, les résultats de l’expérience décrite ci-dessus peuvent être exprimés comme suit



L’expérience porte sur un cas particulier, celui où chaque objet est initialement au repos. Si nous réalisons une expérience similaire dans laquelle, au lieu d’être initialement au repos, chaque objet a une vélocité initiale connue, nous constatons en faisant l’expérience que l’impulsion est en fait égale à la variation de la quantité de mouvement.

 (26-2)

Bien entendu, si nous partons d’une quantité de mouvement nulle, la variation de la quantité de mouvement *est* la quantité de mouvement finale.

L’équation 26-2, , est appelée *relation impulsion-quantité de mouvement.* Il s’agit d’une relation de cause à effet. Vous appliquez une impulsion (force multipliée par le temps) à un objet,   
ce qui a pour effet de modifier la quantité de mouvement de l’objet. Le résultat, que nous avons présenté comme un résultat expérimental, peut être dérivé de la deuxième loi du mouvement de Newton. Nous le faisons ici pour le cas où la force agissant sur l’objet est constante pendant l’intervalle de temps considéré. Notez que la force qui figure dans la définition de l’impulsion est la force externe nette agissant sur l’objet. Prenons le cas d’une particule, de masse *m*, sur laquelle agit une seule force constante (qui pourrait en fait être la somme vectorielle de toutes les forces).

Comme toujours, pour appliquer la deuxième loi du mouvement de Newton, nous commençons par dessiner un diagramme de corps libre :

*F*

*m*

*a*

Afin de tenir compte de la nature vectorielle des quantités impliquées, nous appliquons la deuxième loi de Newton sous forme vectorielle (équation 14-1) :



Dans le cas présent, la somme des forces est la seule force , donc :



En trouvant la solution de *F*, on obtient :



en multipliant les deux côtés par Δ*t*, on obtient :

La force étant constante, l’accélération qui en résulte est constante. Dans le cas d’une accélération constante, l’accélération peut s’écrire comme le rapport entre la variation de   
** qui se produit pendant l’intervalle de temps Δ*t*, et l’intervalle de temps Δ*t* lui-même.

En remplaçant ce résultat dans l’expression précédente, on obtient :

Le changement de vélocité peut être exprimé comme la vélocité finale (la vélocité à la fin de l’intervalle de temps pendant lequel la force agit) moins la vélocité initiale (la vélocité au début de l’intervalle de temps) : . En remplaçant ce résultat dans , on obtient

)

qui peut s’écrire comme suit

En sachant que  est la quantité de mouvement finale et que  est la quantité de mouvement initiale, nous réalisons que nous avons

À gauche, nous avons ce qui est défini comme l’impulsion, et à droite, nous avons le changement de quantité de mouvement (équation 26-2) :



Voilà qui conclut notre dérivation de la relation entre l’impulsion et la quantité de mouvement à partir de la deuxième loi de Newton.

### Retour sur la conservation de la quantité de mouvement

En ce qui concerne la conservation de la quantité de mouvement, nous notons tout d’abord que, pour une particule, si la force externe nette sur la particule est nulle, alors l’impulsion, définie par , transmise à cette particule pendant tout intervalle de temps Δ*t*, est égale à 0. Si l’impulsion est nulle, alors à partir de , la variation de la quantité de mouvement doit être égale à 0. Cela signifie que la quantité de mouvement  est une constante, et étant donné , la vélocité doit l’être aussi. Ce constat confirme qu’en l’absence de force, notre relation entre l’impulsion et la quantité de mouvement est conforme à la première loi du mouvement de Newton, qui stipule que si aucune force ne s’exerce sur une particule, la vélocité de cette particule ne change pas.

Prenons maintenant le cas de deux particules sur lesquelles aucune force externe n’est exercée. (Pour un système composé de deux particules, une force interne serait une force exercée par une particule sur l’autre. Une force externe est une force exercée par un élément à l’extérieur du système sur un élément à l’intérieur du système.) La quantité de mouvement totale de la paire de particules est la somme vectorielle de la quantité de mouvement de l’une des particules et de la quantité de mouvement de l’autre particule. Supposons que les particules exercent effectivement des forces l’une sur l’autre pendant un intervalle de temps Δ*t*. Pour simplifier les choses, nous supposerons que la force exercée par l’une sur l’autre est constante pendant l’intervalle de temps. Nommons les deux particules comme étant la particule 1 et la particule 2, puis désignons la force exercée par la particule 1 sur la particule 2 par . Comme cette force est exercée sur la particule 2, elle affecte le mouvement de celle-ci. Nous pouvons écrire la relation entre l’impulsion et la quantité de mouvement comme suit

 (26-3)

La particule 1 ne peut exercer une force sur la particule 2 sans que la particule 2 n’exerce en retour une force égale et opposée sur la particule 1. Autrement dit, la force  exercée par la particule 2 sur la particule 1 est la valeur négative de .



Bien entendu  (« eff de 2 sur 1 ») n’affecte que le mouvement de la particule 1, et la relation impulsion-quantité de mouvement pour la particule 1 est



En remplaçant  par , nous obtenons

 (26-4)

Additionnons maintenant l’équation 26-3 () et l’équation 26-4, ce qui donne :



À droite se trouve la variation totale de la quantité de mouvement pour la paire de particules , ce qui signifie que nous avons trouvé que

0 = 

qui peut s’écrire comme suit

 (26-5)

Récapitulons : Si la force externe nette agissant sur une paire de particules est nulle, la quantité de mouvement totale de cette paire ne change pas. Si l’on ajoute une troisième particule, tout changement de quantité de mouvement qu’elle pourrait subir en raison des forces exercées sur elle par les deux premières particules serait annulé par les changements de quantité de mouvement subis par les deux autres particules en raison des forces d’interaction exercées sur elles par la troisième particule. Nous pouvons étendre ce concept à n’importe quel nombre de particules, et comme les objets sont constitués de particules, le concept s’applique aux objets.   
En d’autres mots, si, pendant un certain intervalle de temps, la force externe nette exercée sur un système d’objets est nulle, la quantité de mouvement de ce système d’objets ne changera pas.

Comme vous l’avez vu au chapitre 4, ce concept est lié à la conservation de la quantité de mouvement pour le cas spécial où il n’y a pas de transfert net de quantité de mouvement au système par l’environnement. Vous l’appliquez dans le cas d’un processus physique, comme une collision, en choisissant un instant avant et un instant après, en dessinant un croquis de la situation à chaque instant et en écrivant le fait que la quantité de mouvement dans l’image d’avant doit être égale à celle dans l’image d’après, sous la forme d’une équation : . Lorsque vous lisez ce chapitre, vous devez à nouveau prendre la responsabilité de résoudre tous les problèmes et de répondre à toutes les questions que vous avez eu à résoudre au chapitre 4.

# 27 Oscillations : Introduction, masse sur un ressort

*Si un simple problème d’oscillation harmonique se déroule sans temps, vous devriez probablement utiliser la conservation de l’énergie pour le résoudre. Une erreur courante dans la résolution de problèmes liés aux oscillations consiste à manipuler les équations donnant la position et la vélocité en fonction du temps, et , au lieu d’appliquer le principe de la conservation de l’énergie. On passe ainsi d’un problème facile à résoudre en cinq minutes à un problème difficile à résoudre en quinze minutes.*

Lorsque quelque chose va et vient, on dit qu’il vibre ou qu’il oscille. Dans de nombreux cas, les oscillations sont produites par un objet dont la position en fonction du temps est bien caractérisée par la fonction sinus ou cosinus du produit d’une constante et du temps écoulé. Ce mouvement est appelé oscillation sinusoïdale, ou mouvement harmonique simple.

### À propos de la fonction cosinus

Jusqu’à présent, vous avez acquis une grande expérience de la fonction cosinus d’un angle en tant que rapport entre le côté adjacent et l’hypoténuse d’un triangle rectangle. Cette définition couvre les angles de 0 radian à  radians (0° à 90°). Pour appliquer la fonction cosinus au mouvement harmonique simple, nous utilisons la définition étendue qui couvre tous les angles. La définition étendue du cosinus de l’angle *θ* est que le cosinus d’un angle est la composante *x* d’un vecteur unitaire dont la queue se trouve sur l’origine d’un système de coordonnées *x-y*; un vecteur unitaire qui pointait à l’origine dans la direction +*x,* mais qui a depuis été tourné dans le sens contraire des aiguilles d’une montre de notre point de vue, de l’angle *θ*, autour de l’origine.

Nous montrons ici que la définition étendue est cohérente avec la définition « côté adjacent sur hypoténuse », pour les angles compris entre 0 radian et  radians.

Pour ces angles, nous avons :

*θ*

*u*





*y*

*x*

dans lequel *u*, étant la grandeur d’un vecteur unitaire, est bien sûr égal à 1, le nombre pur 1 sans unité. Or, selon la définition habituelle du cosinus de *θ* comme le côté adjacent sur l’hypoténuse :



En trouvant la solution pour *u*x, on peut voir que



Comme *u* = 1, cela signifie que



Rappelez-vous que la définition étendue de  dit que la composante *x* du vecteur unitaire , lorsque  fait un angle *θ* avec l’axe des *x*. Ainsi, cette dernière équation dit simplement que, pour le cas présent (*θ* entre 0 et  radians), notre définition étendue de  est équivalente à notre définition ordinaire.

Pour des angles compris entre  et  radians (90° et 270°), on constate que *u*x prend des valeurs négatives (lorsque le *vecteur* de la composante *x* pointe dans la direction *x* négative, la *valeur* de la composante *x* est, par définition, négative). Selon notre définition étendue, cos*θ* prend également des valeurs négatives pour de tels angles.

*θ*

*u*





*y*

*x*

Selon notre définition étendue, valable pour n’importe quel angle *θ*, un graphique  par rapport à *θ* se dessine comme suit :

-1

0

1

**cos *θ***









***θ* [radians]**

### Quelques relations de calcul utilisant le cosinus

La dérivée du cosinus de *θ* par rapport à *θ*:



La dérivée du sinus de *θ* par rapport à *θ*:



### Jargon technique des fonctions sinus et cosinus

Lorsque vous exprimez, définissez ou évaluez la fonction de quelque chose, cette chose est appelée l’argument de la fonction. Par exemple, supposons que la fonction soit la fonction racine carrée et que l’expression en question soit . L’expression est la racine carrée de 3x, alors, dans cette expression, 3x est l’argument de la fonction racine carrée. Lorsque vous prenez le cosinus de quelque chose, cette chose est appelée l’argument du cosinus, mais dans le cas des fonctions sinus et cosinus, nous lui donnons également un autre nom, à savoir la phase. Ainsi, lorsque vous écrivez cos*θ* , la variable *θ* est l’argument de la fonction cosinus, mais elle est également appelée *phase* de la fonction cosinus. Pour qu’une expression impliquant la fonction cosinus ait un sens, la phase du cosinus doit être exprimée en unités d’angle (par exemple, en radians ou en degrés).

### Bloc fixé à l’extrémité d’un ressort

Prenons un bloc de masse *m* sur une surface horizontale sans frottement. Il est fixé à un mur au moyen d’un ressort idéal horizontal sans masse ayant une force constante *k*. Une personne a tiré le bloc, en l’éloignant directement du mur, et le relâche. Le bloc oscille d’avant en arrière (vers et loin du mur), à l’extrémité du ressort. Nous aimerions trouver des équations qui donnent la position, la vélocité et l’accélération du bloc en fonction du temps. Nous commençons par appliquer la deuxième loi de Newton au bloc. Avant de dessiner le diagramme de corps libre, nous réalisons un croquis pour nous aider à trouver notre système de coordonnées unidimensionnel. Nous appellerons la position horizontale du point auquel le ressort est attaché, la position *x* du bloc. L’origine de notre système de coordonnées sera la position à laquelle le ressort n’est ni étiré ni comprimé. Lorsque la position *x* est positive, le ressort est étiré et exerce une force, sur le bloc, dans la direction . Lorsque la position de *x* est négative, le ressort est comprimé et exerce une force sur le bloc dans la direction +*x*.

***k***

***m***

**+x**

**x = 0**

Position d’équilibre

Dessinons maintenant le diagramme de corps libre du bloc :

**+x**

*a*

*F*N

*m*

*F*S= *k x*

*F*= *m*

et appliquons la deuxième loi de Newton :



Cette équation, qui relie l’accélération du bloc à sa position *x*, peut être vue comme une équation reliant la position du bloc au temps si nous la remplaçons par *a* grâce à :

et

donc

qui s’écrit généralement

 (27-1)

et se lit « d carré *x* par *dt* carré » ou « la dérivée seconde de *x* par rapport à *t*  ».

En remplaçant cette expression pour *a* dans  (le résultat que nous avons dérivé de la deuxième loi de Newton ci-dessus), on obtient

 (27-2)

Nous savons que la position du bloc dépend du temps. Donc, *x* est une fonction du temps.   
Cette équation, l’équation 27-2, nous dit que si l’on prend la dérivée seconde de *x* par rapport   
au temps, on obtient *x* lui-même, multiplié par une constante négative (-*k/m*).

Nous pouvons trouver l’expression de *x* en fonction de *t* qui résout 27-2 au moyen de la méthode « deviner et vérifier ». En gros, nous cherchons une fonction dont la dérivée seconde est essentiellement la négative d’elle-même. Deux fonctions répondent à ce critère, le sinus et le cosinus. L’un ou l’autre fonctionnera. Nous choisissons arbitrairement d’utiliser la fonction cosinus. Nous incluons certaines constantes dans notre solution d’essai (notre hypothèse) à déterminer lors de la partie « vérification » de notre procédure. Voici notre solution d’essai :



Voici comment nous sommes parvenus à cette solution d’essai : Après avoir établi que *x* dépend du cosinus d’un multiple de la variable temps, nous nous laissons guider par les unités. Nous avons besoin du temps *t* pour faire partie de l’argument du cosinus, mais nous ne pouvons pas prendre le cosinus de quelque chose si cette chose n’a pas d’unités d’angle. La constante , avec la constante *T* ayant des unités de temps (nous utiliserons les secondes), fait que l’argument du cosinus a des unités de radians. Mais ce n’est pas seulement l’unité qui nous incite à choisir le rapport  comme constante. Pour que l’argument du cosinus soit exprimé en radians, il suffit d’une constante exprimée en radians par seconde. Alors, pourquoi l’écrire comme ? Parce que le bloc va et vient. Il répète son mouvement encore et encore au fil du temps. En partant du bloc à sa distance maximale du mur, le bloc se déplace vers le mur, atteint son point le plus proche du mur, puis revient à sa distance maximale du mur. À ce moment-là, il revient à son point de départ. Nous définissons la valeur constante du temps *T* comme étant le temps nécessaire pour une itération du mouvement.

Examinons maintenant la fonction cosinus. Nous l’avons choisie parce que sa dérivée seconde est la négative d’elle-même, mais elle apparaît de mieux en mieux comme une fonction qui donne la position du bloc en fonction du temps parce qu’elle se répète elle aussi à mesure que sa phase (l’argument du cosinus) augmente continuellement. Supposons que la phase commence à 0 au moment 0. Le cosinus de 0 radian est égal à 1, la valeur la plus élevée que le cosinus puisse atteindre. Nous pouvons faire correspondre cette valeur à la distance maximale entre le bloc et le mur. Au fur et à mesure que la phase augmente, le cosinus devient plus petit, puis négatif, pour finalement atteindre la valeur -1 lorsque la phase est de π radians. Cela pourrait correspondre au bloc le plus proche du mur. Puis, à mesure que la phase continue d’augmenter, le cosinus augmente jusqu’à ce que, lorsque la phase est de 2π, le cosinus remonte à 1, ce qui signifie que le bloc est revenu à son point de départ. À partir de là, lorsque la phase du cosinus continue d’augmenter de 2π à 4π, le cosinus prend à nouveau toutes les valeurs qu’il a prises de   
0 à 2π. La même chose se reproduit lorsque la phase passe de 4π à 6π, de 8π à 10π, etc.

Revenons à cette constante  dont nous avons « deviné » qu’elle devrait se trouver dans la phase du cosinus dans notre solution d’essai pour *x(t)*:



*T* étant défini comme le temps nécessaire pour que le bloc fasse un aller-retour, observez ce qu’il advient de la phase du cosinus lorsque la lecture du chronomètre augmente continuellement.   
En partant de 0, lorsque *t* augmente de 0 à *T*, la phase du cosinus, , augmente de 0 à 2π radians. Ainsi, tout comme le bloc, du temps 0 au temps *T*, effectue un cycle de son mouvement, le cosinus, du temps 0 au temps *T*, effectue un cycle de son schéma. Lorsque la lecture du chronomètre passe de *T* à *2T*, la phase du cosinus passe de 2π rad à 4π rad. Le bloc effectue le deuxième cycle de son mouvement et la fonction cosinus utilisée pour déterminer la position du bloc effectue le deuxième cycle de son schéma. Le principe reste inchangé à tout temps *t*. Alors que la lecture du chronomètre continue d’augmenter, la fonction cosinus continue de répéter son cycle en parfaite synchronisation avec le bloc, comme elle doit le faire pour que sa valeur représente avec précision la position du bloc en fonction du temps. Là encore, ce n’est pas une coïncidence. Nous avons choisi la constante  dans la phase du cosinus pour que les choses se passent ainsi.

Quelques précisions sur la terminologie sont nécessaires avant de poursuivre. Le temps *T* nécessaire au bloc pour effectuer un cycle complet de son mouvement est appelé *période* des oscillations du bloc.

Qu’en est-il de l’autre constante, le « *x*max » dans notre estimation ? Là encore, les unités nous ont servi de guide. Lorsque vous calculez le cosinus d’un angle, vous obtenez un nombre pur, une valeur sans unité. Nous avons donc besoin de la valeur *x*max pour donner à notre fonction des unités de distance (nous utiliserons des mètres). Nous pouvons également relier *x*max au mouvement du bloc. La valeur la plus élevée que le cosinus de la phase puisse atteindre est 1. Par conséquent, la valeur la plus élevée que *x*max multiplié par le cosinus de la phase puisse atteindre est *x*max. Ainsi, dans l’expression , *x* étant la position du bloc à tout moment *t*, *x*max doit être la position maximale du bloc, la position du bloc, par rapport à sa position d’équilibre, lorsqu’il est le plus éloigné possible du mur.

Nous avons donné de nombreuses raisons pour lesquelles  doit bien décrire le mouvement du bloc, mais à moins que cela soit compatible avec la deuxième loi de Newton, c’est-à-dire à moins que cela satisfasse l’équation 27-2 :



que nous avons dérivée de la deuxième loi de Newton, cela est inutile. Alors, introduisons-le dans l’équation 27-2 et voyons si cela fonctionne. Tout d’abord, prenons la dérivée seconde  de notre solution d’essai par rapport à *t* (de sorte que nous puissions l’introduire, ainsi que *x* lui-même, directement dans l’équation 27-2) :

Étant donné que

,

la dérivée première est



la dérivée seconde est alors



Nous pouvons maintenant substituer ce résultat et *x* lui-même, , dans l’équation différentielle  (équation 27-2) découlant de la deuxième loi du mouvement de Newton. La substitution donne :



que nous reproduisons ici par souci de commodité.



Les deux côtés sont identiques, à l’inspection, sauf que lorsque  apparaît à gauche, nous avons  à droite. Ainsi, la substitution de notre hypothèse, , dans l’équation différentielle que nous essayons de résoudre,  (équation 27-2) conduit à une identité si et seulement si . Cela signifie que la période *T* est déterminée par les caractéristiques du ressort et du bloc, plus précisément par la constante de force (le « facteur de rigidité ») *k* du ressort et la masse (l’inertie) du bloc. Trouvons *T* en fonction de ces quantités. De , nous trouvons :





 (27-3)

où nous avons profité du fait qu’un radian est, par définition, 1 m/m en supprimant simplement le « rad » de notre résultat.

La présence du *m* au numérateur signifie que plus la masse est importante, plus la période est longue. C’est logique : nous nous attendons à ce que le bloc soit plus « lent » lorsque la masse est plus importante. En revanche, la présence de *k* au *dénominateur* signifie que plus le ressort est raide, plus la période est courte. Cela est également logique dans la mesure où l’on s’attendrait à ce qu’un ressort rigide produise des oscillations plus rapides. Notez l’absence de *x*max dans le résultat pour la période *T*. Nombreux sont ceux qui s’attendent à ce que plus les oscillations sont importantes, plus il faut de temps au bloc pour réaliser chaque oscillation complète, mais l’absence de *x*max dans notre résultat pour *T* montre que ce n’est pas le cas.   
La période *T* ne dépend pas de la taille des oscillations.

Ainsi, notre résultat final est qu’un bloc de masse *m*, sur une surface horizontale sans frottement, un bloc qui est attaché à un mur par un ressort horizontal idéal sans masse, et relâché, à l’instant *t*= 0, du repos, d’une position *x* = *x*max, à une distance *x*max de sa position d’équilibre; oscillera autour de la position d’équilibre avec une période . En outre, la position du bloc en fonction du temps sera donnée par

 (27-4)

De cette expression pour *x(t)*, nous pouvons dériver une expression pour la vélocité ** (*t*)   
comme suit :

(27-5)

Et à partir de cette expression pour ** (*t*), nous pouvons obtenir l’accélération *a*(*t*) comme suit :

(27-6)

Notez que ce dernier résultat est cohérent avec la relation entre *a* et *x* que nous avons dérivée de la deuxième loi de Newton au début de ce chapitre. En reconnaissant que le est *x* et que le est , il est évident que l’équation 27-6 est la même chose que

 (27-7)

### Fréquence

La période *T* a été définie comme le temps nécessaire à une oscillation complète. En unités SI, nous pouvons considérer qu’il s’agit du nombre de secondes par oscillation. La réciproque de *T* est donc le nombre d’oscillations par seconde. C’est la vitesse à laquelle les oscillations se produisent. Nous lui donnons un nom, la fréquence, et un symbole, **.

(27-8)

Les unités donnent , que nous pouvons considérer comme , puisque l’oscillation, tout comme le radian, est un marqueur plutôt qu’une véritable unité. Un nom spécial a été attribué à l’unité SI de fréquence. est défini comme étant 1 hertz, abrégé 1 Hz. On peut considérer que 1 Hz est soit , soit simplement .

Pour ce qui est de la fréquence, plutôt que d’utiliser une période, nous pouvons utiliser pour exprimer tous nos résultats précédents en termes de ** plutôt que de *t*.

En examinant les expressions de la vélocité et de l’accélération ci-dessus, nous constatons que la plus grande valeur possible pour la vélocité est  et que la plus grande valeur possible pour l’accélération est . En définissant

(27-9)

et

(27-10)

et, en omettant les unités « rad » de la phase (ce qui nous oblige à nous rappeler que les unités de la phase sont des radians tout en rendant les expressions un peu plus concises), on obtient :

(27-11)

(27-12)

(27-13)

### Équation harmonique simple

Lorsque le mouvement d’un objet est sinusoïdal, comme dans , on parle de mouvement harmonique simple. Dans le cas d’un bloc sur un ressort, nous avons constaté que

(27-14)

où la­ |constante| était  et s’est avérée être égale à . Écrit comme

(27-15)

l’équation est une équation tout à fait générale, qui ne s’applique pas uniquement à un bloc sur un ressort. En effet, chaque fois que vous constatez que, pour un système quelconque, la dérivée seconde de la variable de position par rapport au temps est égale à une constante négative multipliée par la variable de position elle-même, vous avez affaire à un cas de mouvement harmonique simple, et vous pouvez assimiler la valeur absolue de la constante à .

# 28 Oscillations : Pendule simple, énergie dans le mouvement harmonique simple

*La période d’oscillation est le temps qu’il faut au pendule pour se balancer jusqu’à sa position la plus haute d’un côté* ***et*** *revenir à sa position la plus haute de l’autre côté. N’oubliez pas le mouvement de retour.*

Par définition, un pendule simple est constitué d’une particule de masse *m* suspendue par une corde sans masse inextensible de longueur *L* dans une région de l’espace où règne un champ gravitationnel constant et uniforme, par exemple près de la surface de la Terre. La particule suspendue est appelée le « poids d’un pendule ». Nous examinons ici le mouvement de ce poids. Bien que les résultats présentés ici soient plus précis dans le cas d’une particule ponctuelle, ils sont valables tant que la longueur du pendule (de l’extrémité supérieure fixe de la corde au centre de masse du poids du pendule) est grande par rapport à une dimension caractéristique (comme le diamètre si le poids est une sphère ou la longueur de l’arête si c’est un cube) du poids. (L’utilisation d’un poids du pendule dont le diamètre est égal à 10 % de la longueur du pendule [par opposition à une particule ponctuelle] introduit une erreur de 0,05 %. Il faut que le diamètre du poids représente 45 % de la longueur du pendule pour que l’erreur atteigne 1 %.)

Si vous tirez le poids du pendule d’un côté et que vous le relâchez, vous constatez qu’il se balance d’un côté à l’autre. Il oscille. À ce stade, vous ne savez pas si le poids effectue ou non un mouvement harmonique simple, mais vous savez qu’il oscille. Pour savoir s’il effectue un mouvement harmonique simple, il suffit de déterminer si son accélération est une constante négative multipliée par sa position. Comme le poids du pendule se déplace sur un arc plutôt que sur une ligne, il est plus facile d’analyser le mouvement à l’aide de variables angulaires.

*θ*

*L*

*m*

Le poids se déplace sur la partie inférieure d’un cercle vertical centré sur l’extrémité supérieure fixe de la corde. Nous nous placerons de manière à voir le cercle de face et adopterons un système de coordonnées basé sur notre point de vue, dont la direction de référence est la ligne droite vers le bas et pour lequel les angles positifs sont mesurés dans le sens contraire des aiguilles d’une montre par rapport à la direction de référence. En nous référant au diagramme   
ci-dessus, nous allons maintenant dessiner un pseudodiagramme de corps libre (le type de diagramme que nous utilisons lorsqu’il s’agit de couples) pour le système composé de la   
corde plus le poids du pendule.

*θ*

*m*

*L*

**O**

*F* = *m*

+ 

**⊥ = *L* sin*θ*

Nous considérons que le sens contraire des aiguilles d’une montre est le sens positif pour toutes les variables du mouvement de rotation. L’application de la deuxième loi de Newton au mouvement de rotation donne :

Ensuite, nous mettons en œuvre l’approximation des petits angles. Cela signifie que notre résultat est approximatif et que plus l’angle maximal atteint pendant les oscillations est petit, meilleure est l’approximation. Selon l’approximation du petit angle, étant entendu que θ doit   
être en radians, . En remplaçant ceci à notre expression pour , nous obtenons :

C’est ici que nous traitons le poids comme une particule ponctuelle. Le moment d’inertie d’une particule ponctuelle, par rapport à un axe situé à une distance *L*, est donné par .   
En remplaçant cela à notre expression pour , nous obtenons :

La simplification de cette équation révèle un élément important. Les masses s’annulent. La masse qui détermine la force motrice du mouvement du pendule (la force gravitationnelle *F* = *m*) au numérateur, est exactement annulée par la masse inertielle du poids au dénominateur. Le mouvement du poids ne dépend pas de sa masse! En simplifiant   
l’expression pour , cela donne :

Comme , nous avons :

(28‑1)

Il s’agit de l’équation du mouvement harmonique simple qui, sous forme générique, se présente comme  (équation 27-14) dans laquelle la | constante | peut être assimilée à où ** est la fréquence des oscillations. La variable de position dans notre équation n’est peut-être pas *x*, mais la dérivée seconde de la variable de position est toujours égale à la valeur négative d’une constante multipliée par la variable de position elle-même. Cela étant, 1) nous sommes bien en présence d’un mouvement harmonique simple et 2) la constante doit être égale à .

En résolvant ce problème pour **, on trouve que la fréquence d’oscillation d’un pendule simple est donnée par

(28‑2)

Il est important de se rappeler que la fréquence ne dépend pas de la masse du poids!

comme dans le cas du bloc sur un ressort. Cette relation entre *T* et ** est une définition   
qui s’applique à tout mouvement oscillatoire (même s’il ne s’agit pas d’un mouvement harmonique simple).

Toutes les autres formules pour le pendule simple peuvent être transcrites à partir des résultats pour le bloc sur un ressort en écrivant

*θ* à la place de *x,*

** à la place de **, et

 à la place de *a*.

Par conséquent,

(28-3)

(28-4)

(28-5)

(28-6)

(28-7)

### Considérations sur l’énergie dans le mouvement harmonique simple

Revenons au bloc sur un ressort. Une personne éloigne le bloc du mur d’une distance *x*max par rapport à la position d’équilibre et relâche le bloc de sa situation de repos. À cet instant, avant que le bloc ne prenne la moindre vitesse (mais lorsque la personne n’affecte plus le mouvement du bloc), le bloc dispose d’une certaine quantité d’énergie *E*. Et comme il s’agit d’un système idéal (pas de frottement, pas de résistance de l’air), le système dispose de la même quantité d’énergie à partir de ce moment-là. En général, lorsque le bloc oscille, l’énergie

*E* = *K* + *U*

est en partie de l’énergie cinétique et en partie de l’énergie potentielle de ressort   
. La quantité de chacun varie, mais le total reste le même. Au temps 0, le *K* dans *E*= *K*+ *U* est nul puisque la vélocité du bloc est nulle. Donc, au temps 0 :

Un point final dans le mouvement du bloc est une position particulièrement facile pour calculer l’énergie totale, puisqu’il s’agit d’une énergie potentielle.

Au fur et à mesure que le ressort se contracte, tirant le bloc vers le mur, la vitesse du bloc augmente, de sorte que l’énergie cinétique augmente tandis que l’énergie potentielle diminue parce que le ressort est de moins en moins étiré. Sur son chemin vers la position d’équilibre, le système dispose d’une énergie cinétique et d’une énergie potentielle.

*E* = *K* + *U*

avec l’énergie cinétique*K* qui augmente et l’énergie potentielle *U* qui diminue. Le bloc finit par atteindre la position d’équilibre. Pendant un instant, le ressort n’est ni étiré ni comprimé et n’a donc pas d’énergie potentielle stockée. Toute l’énergie (le même total qu’au départ) est sous forme d’énergie cinétique, .

0

*E* = *K* + *U*

*E* = *K*

Le bloc continue de bouger. Il dépasse la position d’équilibre et commence à comprimer le ressort. En comprimant le ressort, il ralentit. L’énergie cinétique est convertie en énergie potentielle du ressort. Lorsque le bloc continue à se déplacer vers le mur, la même valeur d’énergie totale représente une combinaison d’énergie cinétique et d’énergie potentielle, l’énergie cinétique diminuant et l’énergie potentielle augmentant. Finalement, à son point d’approche le plus proche du mur, à son déplacement maximal dans la direction -*x* par rapport à sa position d’équilibre, à son point de retournement, le bloc, juste pour un instant, a une vitesse de zéro. À cet instant, l’énergie cinétique est nulle et l’énergie potentielle est à sa valeur maximale :

0

*E* = *K* + *U*

*E* = *U*

Ensuite, le bloc commence à s’éloigner du mur. Son énergie cinétique augmente au fur et à mesure que son énergie potentielle diminue, jusqu’à ce qu’il atteigne à nouveau la position d’équilibre. À ce moment-là, par définition, le ressort n’est ni étiré ni comprimé, de sorte que l’énergie potentielle est nulle. Toute l’énergie est sous forme d’énergie cinétique. En raison de son inertie, le bloc continue à dépasser la position d’équilibre, étirant le ressort et ralentissant au fur et à mesure que l’énergie cinétique diminue et que, dans le même temps, l’énergie potentielle augmente. Finalement, le bloc se retrouve à son point de départ, à nouveau pour un instant, au repos, sans énergie cinétique. L’énergie totale est la même que tout au long du mouvement oscillatoire. À cet instant, l’énergie totale est entièrement sous forme d’énergie potentielle.   
La conversion d’énergie, entre l’énergie cinétique du bloc et l’énergie potentielle stockée dans le ressort, se répète à l’infini tant que le bloc continue d’osciller (sans perte d’énergie mécanique – il s’agit bien d’une idéalisation).

Une description similaire, sur le plan de l’énergie, peut être donnée pour le mouvement d’un pendule simple idéal (aucune résistance de l’air, corde totalement inextensible). L’énergie potentielle, dans le cas du pendule simple, est sous forme d’énergie potentielle gravitationnelle  plutôt que d’énergie potentielle de ressort. La valeur unique de l’énergie totale que le pendule possède tout au long de ses oscillations est constituée de toute l’énergie potentielle aux extrémités des oscillations, de toute l’énergie cinétique au point médian et d’un mélange d’énergie potentielle et cinétique aux endroits intermédiaires.

# 29 Ondes : Caractéristiques, types, énergie

Imaginons une très longue corde horizontale tendue. Supposons qu’une extrémité soit dans la main d’une personne et que l’autre soit fixée à un objet immobile. Supposons maintenant que la personne déplace sa main de haut en bas. La personne fait osciller sa main et l’extrémité de la corde de haut en bas. Pour expliquer ce qui se passe, nous savons que la corde est constituée d’un grand nombre de segments de corde très courts. Il est important de garder à l’esprit que la force de tension d’un segment de corde exercée sur un objet quelconque, y compris un autre segment de la corde, est dirigée vers l’extérieur de l’objet le *long du segment de corde* qui exerce la force.   
(La discussion et les diagrammes qui suivent ont intentionnellement été très simplifiés. La discussion *donne* *correctement* l’idée générale de la façon dont les oscillations à une extrémité d’une corde tendue peuvent provoquer un mouvement sur toute la longueur de la corde malgré le fait que les bouts de corde individuels ne font rien d’autre que de se déplacer de haut en bas.)

La personne tient une extrémité du premier segment. Elle déplace d’abord sa main vers le haut.

Le premier segment s’incline donc de sorte que la force de tension qu’il exerce sur le second segment a une composante ascendante.

Le deuxième segment s’incline à son tour, de sorte que la force de tension qu’il exerce sur le troisième segment a maintenant une composante ascendante. Le processus se poursuit avec le troisième segment, puis le quatrièmesegment, etc.

Après avoir atteint le sommet de l’oscillation, la personne commence à déplacer sa main vers le bas. Elle déplace l’extrémité gauche du premier segment vers le bas, mais à ce moment-là, les quatre premiers segments ont une vélocité ascendante. En raison de leur inertie, ils continuent à se déplacer vers le haut. La traction vers le bas du premier segment sur l’extrémité gauche du second segment le fait ralentir, puis s’immobiliser,

avant de se déplacer vers le bas. L’inertie joue un rôle important dans la propagation des ondes. Ici, « propager » signifie « déplacer » ou « voyager ». Les ondes se propagent dans un milieu.

Crête

Creux

Chaque segment très court de la corde subit un mouvement oscillatoire comme celui de la main, mais pour une section donnée, le mouvement est retardé par rapport au mouvement du segment voisin qui est plus proche de la main. L’effet net de tous ces segments de corde oscillant de haut en bas, chacun à la même fréquence, mais légèrement désynchronisé par rapport à son voisin le plus proche, est de créer une perturbation dans la corde. Sans cette perturbation, la corde resterait sur la ligne horizontale d’origine. La perturbation se déplace sur la longueur de la corde, en s’éloignant de la main. La perturbation est appelée onde. Une personne qui regarde la corde de côté voit des crêtes et des creux de la perturbation, se déplaçant sur la longueur de la corde, en s’éloignant de la main. Malgré les apparences, aucun matériau ne se déplace sur la longueur de la corde, il s’agit simplement d’une perturbation. L’illusion que le matériau réel se déplace le long de la corde peut s’expliquer par le rythme auquel les segments individuels montent et descendent, chacun autour de sa propre position d’équilibre, la position dans laquelle il se trouvait avant que la personne ne commence à faire des vagues.

### Caractéristiques d’une onde

Dans l’image de notre modèle ci-dessus, nous avons représenté une main qui oscillait, mais qui n’était pas soumise à un mouvement harmonique simple. Si les oscillations à l’origine de l’onde suivent un mouvement harmonique simple, chaque segment de la corde qui la compose connaîtra un mouvement harmonique simple (vers le haut et vers le bas). Lorsque les segments individuels qui composent la corde subissent chacun un mouvement harmonique simple, on dit que le motif de l’onde varie de façon sinusoïdale à la fois dans le temps et dans l’espace. Nous pouvons dire qu’elle varie de façon sinusoïdale dans l’espace parce que le graphique du déplacement *y*, la distance à laquelle un point donné de la corde se trouve au-dessus de sa position d’équilibre, en fonction de *x*, la distance à laquelle se trouve le point de la corde par rapport à l’extrémité de la corde, pour tous les points de la corde, est sinusoïdal.

**DÉPLACEMENT** D’UN BRIN DE CORDE AU-DESSUS OU AU-DESSOUS DE SA POSITION D’ÉQUILIBRE **PAR RAPPORT** À LA **POSITION** DU BRIN SUR LA LONGUEUR DE LA CORDE

0

y [mètres]

x [mètres]

Nous disons que l’onde varie de façon sinusoïdale avec le temps parce que, pour tout point de la longueur de la corde, le graphique du déplacement de ce point par rapport à sa position d’équilibre en fonction du temps est sinusoïdal :

**DÉPLACEMENT** D’UN BRIN DE CORDE AU-DESSUS OU AU-DESSOUS DE SA POSITION D’ÉQUILIBRE **PAR RAPPORT** AU **TEMPS**

0

y [mètres]

t [secondes]

Il existe plusieurs façons de caractériser le système de l’onde sur une corde. Vous pourriez probablement dresser vous-même une liste assez complète : la vitesse à laquelle les oscillations se produisent; le temps nécessaire pour qu’un minuscule segment donné de la corde effectue une oscillation; la taille des oscillations; la plus petite longueur du motif unique qui se répète dans l’espace; et la vitesse à laquelle le motif de l’onde se déplace sur la longueur de la corde. Les physiciens ont, bien entendu, donné des noms aux différentes quantités, conformément au niveau le plus bas de l’activité scientifique, qui consiste à nommer et à classer les différentes caractéristiques de l’aspect du monde naturel qui fait l’objet de l’étude. Voici les noms :

### Amplitude

Toute particule d’une corde traversée par des ondes subit des oscillations. Une telle particule s’éloigne de sa position d’équilibre jusqu’à ce qu’elle atteigne son déplacement maximal par rapport à sa position d’équilibre. Elle se dirige ensuite vers sa position d’équilibre, qu’elle traverse ensuite de part en part pour atteindre son déplacement maximal par rapport à l’équilibre, de l’autre côté de sa position d’équilibre. Elle se dirige ensuite vers la position d’équilibre et la traverse à nouveau. Ce mouvement se répète continuellement tant que les ondes passent par l’endroit où se trouve la particule de la corde en question. Le déplacement maximal d’une particule sur la longueur de la corde, par rapport à la position d’équilibre de ce point, est   
appelé l’amplitude *y*max de l’onde.

L’amplitude peut être annotée sur les deux types de graphiques présentés ci-dessus (déplacement par rapport à la position et déplacement par rapport au temps). Ici, nous la notons sur le graphique du déplacement par rapport à la position :

**DÉPLACEMENT PAR RAPPORT À LA POSITION**

0

y [mètres]

x [mètres]

Amplitude *y*max

Amplitude de crête à crête

L’amplitude de crête à crête, une quantité souvent plus facile à mesurer que l’amplitude elle-même, a également été annotée sur le graphique. Il est évident que l’amplitude de crête à crête est le double de l’amplitude.

### Période

Le temps qu’il faut à une particule sur la longueur de la corde pour effectuer une oscillation s’appelle la période *T*. Notez que la période est entièrement déterminée par la source des ondes. Le temps nécessaire à la source des ondes pour effectuer une oscillation est égal au temps nécessaire à toute particule de la corde pour effectuer une oscillation. Ce temps est la période de l’onde. La période, qui est une durée, ne peut être annotée que sur le graphique du déplacement par rapport au temps (et non sur le graphique du déplacement par rapport à la position le long de la corde).

**DÉPLACEMENT PAR RAPPORT AU TEMPS**

0

y [mètres]

t [secondes]

Période *T*

### Fréquence

La fréquence ** est le nombre d’oscillations par seconde que subit une particule sur la longueur de la corde. Il s’agit du taux d’oscillation. Comme il s’agit du nombre d’oscillations par seconde et que la période est le nombre de secondes par oscillation, la fréquence ** est simplement l’inverse de la période *T*: .

L’amplitude, la période et la fréquence sont des grandeurs que vous avez apprises lors de votre étude des oscillations. Ici, elles caractérisent les oscillations d’un point sur une corde. Bien que la corde dans son ensemble soit soumise à un mouvement ondulatoire, le fait que le point lui-même – n’importe quel point sur la longueur de la corde – oscille simplement, signifie que les définitions de l’amplitude, de la période et de la fréquence sont les mêmes que celles données dans le chapitre sur les oscillations. Par conséquent, notre discussion sur l’amplitude, la période et la fréquence constitue une révision. Il est maintenant temps de passer à quelque chose de nouveau, une quantité qui ne s’applique pas au mouvement harmonique simple, mais qui s’applique aux ondes.

### Longueur d’onde

La distance sur laquelle le motif de l’onde se répète une fois est appelée longueur d’onde *λ* de l’onde. La longueur d’onde étant une distance mesurée sur la longueur de la corde, elle peut être annotée sur le graphique du déplacement par rapport à la position le long de la corde (mais pas sur celui du déplacement par rapport au temps) :

**DÉPLACEMENT PAR RAPPORT À LA POSITION**

0

y [mètres]

x [mètres]

Longueur d’onde *λ*

### Vélocité de l’onde

La vélocité de l’onde est la vitesse et la direction avec lesquelles la forme de l’onde se déplace. (Ce N’EST PAS la vitesse à laquelle les particules composant la corde se déplacent dans leur mouvement de haut en bas.) La direction est simple : l’onde se propage sur la longueur de la corde, en s’éloignant de la cause (quelque chose qui oscille) de l’onde. La vitesse de l’onde (la vitesse constante à laquelle l’onde se propage) peut être exprimée au moyen d’autres unités que celles que nous venons d’évoquer.

Pour connaître la vitesse de l’onde, il faut corréler le mouvement de haut en bas d’un point de la corde avec le mouvement de l’onde qui se déplace le long de la corde. Regardons le graphique suivant du déplacement par rapport à la position d’une onde se déplaçant vers la droite. Dans le diagramme, nous avons mis en surbrillance un cycle de l’onde, marqué une distance d’une longueur d’onde et dessiné un point à un endroit de la corde dont nous allons suivre le mouvement.

y [mètres]

Longueur d’onde *λ*

0

x [mètres]

Laissons maintenant s’écouler un peu de temps, juste assez pour que l’onde se déplace sur un quart de longueur d’onde.

y [mètres]

Longueur d’onde *λ*

0

x [mètres]

Dans ce laps de temps, nous constatons que le point de la corde marqué par le point s’est déplacé de sa position d’équilibre à son déplacement maximal par rapport à la position d’équilibre. L’onde s’étant déplacée sur un quart de longueur d’onde, le point de la corde a effectué un   
quart d’oscillation.

Laissons à nouveau s’écouler le même temps, c’est-à-dire le temps nécessaire à l’onde pour se déplacer sur un quart de longueur d’onde.

Longueur d’onde *λ*

x [mètres]

y [mètres]

0

À ce stade, l’onde s’est déplacée d’une demi-longueur d’onde vers la droite et le point de   
la corde marqué par le point s’est déplacé de sa position d’équilibre jusqu’à sa position de déplacement positif maximal, puis est revenu à sa position d’équilibre, c’est-à-dire   
qu’il a effectué la moitié d’une oscillation.

Laissons à nouveau s’écouler le même temps, suffisamment pour que le motif de l’onde se déplace sur un autre quart de longueur d’onde.

Longueur d’onde *λ*

y [mètres]

0

L’onde s’est déplacée sur une distance totale de trois quarts de longueur d’onde et le point de la corde marqué d’un point a atteint son déplacement négatif (vers le bas) maximal par rapport à l’équilibre, ce qui signifie qu’elle a effectué les trois quarts d’une oscillation.

Nous laissons à nouveau s’écouler le même temps, c’est-à-dire le temps nécessaire à l’onde pour se déplacer sur un quart de longueur d’onde.

Longueur d’onde *λ*

y [mètres]

0

À ce stade, l’onde s’est déplacée sur une distance égale à une longueur d’onde et le point de la corde marqué d’un point a effectué une oscillation. C’est ce point de la corde dont nous avons suivi le mouvement qui nous permet de connaître le temps. Le temps qu’il faut à la pointe de   
la corde pour effectuer une oscillation est, par définition, la période de l’onde. Nous savons maintenant que l’onde se déplace sur une distance d’une longueur d’onde *λ* dans un intervalle de temps égal à une période *T*. Pour un objet se déplaçant à vitesse constante (accélération nulle), la vitesse est simplement la distance parcourue pendant un intervalle de temps donné, divisée par la durée de cet intervalle. On a donc, pour la vitesse de l’onde ** :

(29‑1)

La formule de la vitesse de l’onde est généralement exprimée comme suit

(29‑2)

où la relation entre la fréquence et la période a été utilisée pour éliminer la période.

L’équation 29‑2 () suggère que la vitesse de l’onde dépend de la fréquence et de la longueur d’onde. Ce n’est pas du tout le cas. En effet, en ce qui concerne la longueur d’onde, c’est l’inverse qui se produit : l’oscillateur à l’origine des ondes détermine la fréquence et la longueur d’onde correspondante dépend de la vitesse de l’onde. La vitesse de l’onde est prédéterminée par les caractéristiques de la corde, soit sa tension’ et la quantité de masse contenue dans chaque millimètre. Si vous vous reportez à notre discussion sur la façon dont les oscillations à une extrémité d’une corde tendue entraînent la propagation d’ondes à travers celle-ci, vous pouvez probablement en déduire que plus la tension de la corde est élevée, plus l’onde se déplacera rapidement le long de la corde. Lorsque la main déplace l’extrémité du premier segment vers le haut, la force exercée sur le deuxième segment de la corde par le premier segment sera plus importante, plus la tension de la corde sera grande. Le deuxième segment connaîtra donc une plus grande accélération. Cela vaut pour tous les segments de la corde. Plus l’accélération est importante, plus les segments prennent de la vitesse et plus la perturbation, l’onde, se propage rapidement le long de la corde, c’est-à-dire plus la vitesse de l’onde est importante. Nous avons dit que la vitesse de l’onde dépendait également de la quantité de masse contenue dans chaque millimètre de la corde. Il s’agit de la densité linéaire *μ*, la masse par longueur, de la corde. Plus la masse par longueur est importante, plus la masse de chaque segment de la corde est importante et moins la vitesse varie rapidement pour une force donnée. Nous donnons ici, sans preuve, la formule de la vitesse d’une onde dans une corde en fonction des caractéristiques de la corde, de la tension *F*T et de la densité de masse linéique *μ*:

(29‑3)

Notez que cette expression est en accord avec les conclusions selon lesquelles plus la tension est grande, plus la vitesse de l’onde est grande; mais plus la densité de masse linéaire est grande, plus la vitesse de l’onde est faible.

### Types d’ondes

Nous avons parlé d’une onde dans une corde. De nombreux autres milieux, outre les cordes, produisent également des ondes. Vous avez probablement entendu parler des ondes sonores dans l’air. Les ondes sonores traversent d’autres gaz ainsi que des liquides et des solides. Vous avez peut-être déjà entendu parler des ondes sismiques, c’est-à-dire des ondes qui se propagent dans la terre lors des tremblements de terre. Toutes ces vagues peuvent être classées en deux catégories. La catégorie à laquelle elles appartiennent est déterminée par l’orientation des lignes le long desquelles se produisent les oscillations des particules composant le milieu par rapport à la direction de propagation des ondes. Si les particules oscillent le long de lignes perpendiculaires à la direction dans laquelle l’onde se déplace, on dit qu’il s’agit d’une onde transversale (car transversale signifie perpendiculaire à quelque chose). Si les particules oscillent le long d’une ligne qui suit la direction dans laquelle l’onde se déplace, on dit que l’onde est longitudinale. L’onde dans une corde horizontale dont nous avons longuement parlé est un exemple d’onde transversale. En appelant la direction dans laquelle la corde s’éloigne de l’oscillateur la direction avant, nous avons discuté du cas où les particules composant la corde oscillent de haut en bas. L’onde se déplace le long de la corde et les directions ascendante et descendante sont en effet perpendiculaires à la direction vers l’avant, ce qui montre clairement qu’il s’agit d’ondes transversales. Il convient de noter que les oscillations auraient pu se faire d’un côté à l’autre ou à n’importe quel angle par rapport à la verticale, tant qu’elles étaient perpendiculaires à la corde. En outre, il n’est pas nécessaire que la corde soit horizontale pour que les ondes transversales s’y propagent. Dans notre introduction aux ondes, nous avons dit que la corde était horizontale afin de simplifier la discussion.

### Puissance d’onde

Imaginons une très longue corde stationnaire s’étendant de gauche à droite. Prenons un très court segment de la corde, appelé segment A, à une distance arbitraire de l’extrémité gauche de la corde. Supposons maintenant qu’une personne tienne l’extrémité gauche de la longue corde dans sa main et qu’elle commence à la faire osciller de haut en bas. Comme vous le savez, une onde se déplace sur la corde de gauche à droite. Avant qu’elle n’atteigne le segment A, celui-ci est à l’arrêt. Lorsque l’extrémité avant de la vague atteint le segment A, celui-ci oscille de haut en bas comme une masse sur un ressort. Le segment A a une masse et une vélocité sur la plus grande partie de son mouvement, il est donc évident qu’il a de l’énergie. Il n’en avait pas avant l’arrivée de l’onde, donc les ondes doivent avoir de l’énergie. En faisant osciller l’extrémité de la corde, la personne a donné de l’énergie à la corde et cette énergie se propage le long de la corde sous la forme d’une onde. Nous donnons ici une expression de la vitesse à laquelle l’énergie se propage le long de la corde en fonction des propriétés de la corde et des ondes.   
Ce taux est l’énergie en fonction du temps qui passe par n’importe quel point (à travers lequel l’onde se déplace) de la corde. C’est la puissance de l’onde.

L’analyse qui permet d’obtenir l’expression de la vitesse à laquelle l’énergie des ondes dans une corde passe par un point de la corde, c’est-à-dire la puissance de l’onde, est simple mais trop longue pour être mentionnée ici. Ce qui donne :

En ce qui concerne les ondes dans une corde avec une tension et une densité de masse linéaire données, on note que

(29‑4)

Cette relation s’applique à tous les types d’ondes. La constante de proportionnalité dépend du type d’onde dont il s’agit, mais la proportionnalité elle-même s’applique à tous les types d’ondes. Cette relation m’a été rappelée par une physiothérapeute qui utilisait des ondes ultrasonores pour transférer de l’énergie dans les muscles de mon dos. Elle a dit qu’un doublement de la fréquence des ondes ultrasoniques permettrait une pénétration plus profonde des ondes sonores, mais qu’il en résulterait également un quadruplement de la vitesse à laquelle l’énergie serait transmise au tissu. Ainsi, pour transmettre la même quantité totale d’énergie qu’elle a transmise à une fréquence donnée en une occasion, un traitement à une fréquence double durerait quatre fois moins longtemps (à la même amplitude) ou serait effectué pendant la même durée à une amplitude deux fois moindre.

### Intensité

Prenons l’exemple d’un petit avertisseur sonore suspendu dans l’air par une ficelle. Les ondes sonores provoquées par l’avertisseur sonore se propagent dans toutes les directions à partir de lui :

Ces cercles représentent des fronts d’onde *sphériques*.

Dans le diagramme ci-dessus, le point noir représente l’avertisseur et les cercles représentent les fronts d’onde, c’est-à-dire les points de l’espace où les molécules d’air se déplacent le plus loin de l’avertisseur. Les fronts d’onde sont en fait des coquilles sphériques. Dans un modèle 3D, ils seraient bien représentés par des bulles de savon, l’une dans l’autre, toutes partageant le même centre. Notez qu’après l’instant représenté, les molécules d’air à l’emplacement du front d’onde commenceront à revenir vers l’avertisseur, dans leurs oscillations de rapprochement et d’éloignement de l’avertisseur, tandis que le front d’onde lui-même se déplacera régulièrement vers l’extérieur de l’avertisseur au fur et à mesure que la couche suivante de molécules d’air atteindra sa position de déplacement maximal, puis la suivante, etc.

Imaginons maintenant une coquille sphérique fixe centrée sur l’avertisseur. La puissance de l’onde est la vitesse à laquelle l’énergie traverse cette coquille. Comme indiqué, la puissance obéit à la relation

Notez que la puissance ne dépend pas de la taille de la coquille sphérique; toute l’énergie transmise à l’air par l’avertisseur doit traverser toute coquille sphérique centrée sur l’avertisseur. Mais la surface d’une coquille sphérique plus grande est plus éloignée de l’avertisseur et notre expérience nous dit que plus on est loin de l’avertisseur, moins le son est fort, ce qui suggère que la puissance transmise à notre oreille est plus faible. Comment la puissance d’une grande coquille sphérique (dont la surface est éloignée de la source) peut-elle être la même que celle d’une petite coquille sphérique? On peut dire qu’en s’éloignant de la source, l’énergie se propage. Ainsi, lorsqu’elle atteint la plus grande sphère, la puissance qui traverse, disons, un millimètre carré de la plus grande sphère est relativement faible, mais elle a suffisamment de millimètres carrés en plus pour que la puissance totale qui la traverse soit la même.

Imaginez maintenant que quelqu’un se trouve près de la source et que son tympan soit orienté vers celle-ci.

Ces cercles représentent des fronts d’onde *sphériques*.

La quantité d’énergie transmise à l’oreille est la puissance par surface traversant la coquille sphérique imaginaire centrée sur la source et sur laquelle se trouve l’oreille, multipliée par la surface du tympan. Étant donné que la coquille sphérique est petite, c’est-à-dire qu’elle a une surface relativement faible, et que toute la puissance de la source doit passer par cette coquille sphérique, la puissance par surface à l’endroit où se trouve l’oreille doit être relativement importante. Si l’on multiplie ce chiffre par la surface fixe du tympan, la puissance transmise au tympan est relativement importante.

Si la personne est plus éloignée de la source,

Ces cercles représentent des fronts d’onde *sphériques*.

la puissance totale de la source est répartie sur la surface d’une enveloppe sphérique plus grande, de sorte que la puissance par surface est plus faible. Multipliez ce chiffre par la surface fixe du tympan pour obtenir la puissance transmise à l’oreille. De toute évidence, la puissance transmise à l’oreille sera plus faible. Plus l’oreille est éloignée de la source, plus la fraction de la puissance totale de la source reçue par le tympan est faible.

Le niveau sonore de l’avertisseur pour la personne est déterminé par la puissance transmise à l’oreille qui, comme nous l’avons noté, dépend de la puissance par zone à l’endroit où se   
trouve l’oreille.

La puissance surfacique des ondes sonores porte un nom : l*’intensité* acoustique. Pour les ondes en général (et pas seulement les ondes sonores), on parle simplement de l’intensité de l’onde. Bien que le concept d’intensité s’applique aux ondes provenant de n’importe quelle source,   
il est particulièrement facile à calculer dans le cas d’un petit avertisseur délivrant de l’énergie uniformément dans toutes les directions. Pour tout point de l’espace, nous créons une coquille sphérique imaginaire passant par ce point et centrée sur l’avertisseur. L’intensité ** au point (et en tout autre point de la coquille sphérique) est alors simplement la puissance de la source divisée par la surface de la coquille sphérique :

(29‑5)

où ** correspond au rayon de la coque sphérique imaginaire. Plus important, il s’agit de la distance du point auquel nous souhaitons connaître l’intensité, depuis la source.   
Puisque , nous avons

(29‑6)

À une distance fixe d’une source de fréquence fixe, en sachant que  correspond à l’amplitude des ondes, nous avons :

(29‑7)

# 30 Fonction d’onde, interférences et ondes stationnaires

Dans la mesure où deux de nos cinq sens (la vue et l’ouïe) dépendent de notre capacité à percevoir et à interpréter les ondes, et dans la mesure où les ondes sont omniprésentes, les ondes sont d’une importance capitale pour les êtres humains. Dans les milieux physiques, les ondes se conforment à une équation qui peut être dérivée de la deuxième loi du mouvement de Newton. L’équation d’onde se lit comme suit :

(30-1)

où :

**  correspond au déplacement d’un point sur le support, depuis sa position d’équilibre;

*x*  est la position sur la longueur du support;

*t*  est le temps; et

** est la vitesse de l’onde.

Examinez attentivement cette équation importante. L’équation d’onde est une équation différentielle, car elle intègre des dérivées. L’équation d’onde indique que la seconde dérivée   
du déplacement par rapport à la position (en considérant le temps *t* comme une constante) est directement proportionnelle à la seconde dérivée du déplacement par rapport au temps (en considérant la position *x* comme une constante). Lorsque vous voyez une équation pour   
laquelle c’est le cas, vous devriez l’identifier comme une équation d’onde.

En règle générale, lorsque l’analyse d’un support continu, par exemple l’application de la deuxième loi de Newton sur des éléments constitutifs du support, mène à une équation de   
la forme

,

la constante sera une combinaison algébrique de quantité physiques représentant des propriétés du support. Cette combinaison peut être liée à la vitesse de l’onde par

Par exemple, l’application de la deuxième loi de Newton dans le cas d’une corde donne lieu à une équation d’onde, dans laquelle la constante de proportionnalité dépend de la densité de la masse linéaire *μ* et de la tension de la corde *F*T :

Le fait de reconnaître que la constante de proportionnalité  doit être égale à l’inverse du carré de la vitesse d’onde, nous avons

(30-2)

qui relie la vitesse d’onde aux propriétés de la corde.   
La solution de l’équation d’onde peut être exprimée comme suit

(30-3)

où :

* y* correspond au déplacement d’un point sur le support, depuis sa position d’équilibre;

*y* max est l’amplitude de l’onde;

*x* est la position sur la longueur du support:

*λ* est la longueur d’onde;

*t* est le temps;

*T* est la période; et

*φ* est une constante ayant des unités de radians. *φ*  est appelée la constante de phase.

Un signe « − » à l’emplacement du signe « ± » est utilisé en cas de déplacement d’onde dans la direction +x et un signe « + » pour un déplacement dans la direction –x. L’équation 30-3, la solution de l’équation d’onde , est appelée la fonction d’onde. Remplacez la fonction d’onde dans l’équation d’onde et vérifiez que vous obtenez le résultat suivant :

,

une condition nécessaire pour que la fonction d’onde résolve vraiment l’équation d’onde. est la déclaration qui indique que la vitesse de l’onde est égale au ratio de la longueur d’onde par rapport à la période, une relation que nous dérivons de manière conceptuelle dans le dernier chapitre.

À la position *x* = 0 dans le support, au temps *t* = 0, la fonction d’onde, l’équation 30-3, est évaluée à

La phase de cosinus se résume à la constante de la phase *φ*  dont la valeur détermine donc la valeur de *y* à *x* = 0, *t* = 0. (Notez que la « phase » du cosinus est l’argument du cosinus – celui dont vous prenez le cosinus.) Comme la valeur de la constante de la phase *φ*  n’est pas pertinente pour notre présente discussion, nous la définissons de manière arbitraire sur *φ* = 0. En outre, sur votre feuille de formules, nous écrivons la fonction d’onde uniquement pour le cas d’un déplacement d’onde dans la direction +x, cela signifie que nous remplaçons le signe « ± »   
par un signe « − ». La fonction d’onde devient donc

(30-4)

C’est comme cela qu’elle s’apparaît sur la feuille de formules. Vous devriez savoir que cela correspond à un déplacement d’onde dans la direction +x et que l’expression du déplacement de l’onde dans la direction –x peut être obtenue en remplaçant le signe « − » par un signe « + ».

### Interférence

Prenons le cas où deux formes d’onde arrivent en même temps au même point d’un support. Nous utiliserons des formes d’ondes idéalisées dans une corde pour créer nos points ici. Dans le cas d’une corde, la seule façon pour que deux formes d’onde arrivent en même temps au même point du support est que les formes d’onde se déplacent dans des directions opposées :

*b*

**

•

*h*

**A**

*h*

**

*b*

Les deux formes d’onde représentées sur ce diagramme sont « prévues » pour arriver au point   
A en même temps. À ce stade, en se basant uniquement sur la forme d’onde à gauche, le déplacement du point A serait +h, et en se basant uniquement à droite, le déplacement du point A serait –h. Par conséquent, quel est le déplacement réel du point A lorsque les deux formes d’onde sont au point A au même moment? Pour répondre à cette question, il suffit d’additionner algébriquement les déplacements de la forme d’onde unique (en tenant compte du signe). On procède ainsi point par point sur toute la longueur de la corde pour un instant donné. Dans la série de diagrammes suivante, nous montrons l’addition point par point des déplacements pour plusieurs instants dans le temps.

**=**

**=**

**=**

**=**

**=**

**=**

**+**

**+**

**+**

**+**

**+**

**+**

Le phénomène par lequel des ondes se déplaçant dans des directions différentes arrivent simultanément en un seul et même point du support ondulatoire est appelé *interférence*.   
Lorsque les formes d’onde s’additionnent pour donner une forme d’onde plus grande,

**+**

**=**

l’interférence est alors désignée sous le terme d’interférence *constructive.* Lorsque les deux formes d’onde ont tendance à s’annuler mutuellement,

l’interférence est alors désignée sous le terme d’interférence *destructive.*

**=**

**+**

### Réflexion d’une onde depuis l’extrémité d’un support

Lors de la réflexion sur l’extrémité fixe d’une corde, le déplacement des points d’une onde en déplacement est inversé.

**

Vibration ondulatoire à l’approche d’une extrémité fixe

**

Vibration ondulatoire s’éloignant de l’extrémité fixe après réflexion

L’extrémité fixe, par définition, ne subit aucun déplacement.

Intéressons-nous à une extrémité libre. Une extrémité fixe est une fonctionnalité naturelle d’une corde tendue. Par contre, une extrémité libre, une idéalisation est, au mieux, une approximation, dans le cas d’une corde tendue. Nous approximons une extrémité libre dans une corde physique au moyen d’un changement drastique et abrupt de la densité linéaire. Prenons l’exemple d’une corde dont l’une des extrémités est attachée à la source de l’onde et l’autre à une extrémité d’un fil de pêche fin, mais solide. Supposons que le fil de pêche s’étende sur une grande distance jusqu’à un point fixe, de sorte que l’ensemble de la corde et du fil de pêche soit tendu. Une onde se déplaçant le long de la corde, lorsqu’elle rencontre l’extrémité de la corde attachée à la fine ligne de pêche, se comporte approximativement comme si elle rencontrait l’extrémité libre d’une corde tendue.

**

Corde

Ligne de pêche

Dans le cas d’ondes sonores dans un tuyau, une extrémité libre peut être assimilée à une extrémité ouverte du tuyau.

Après avoir expliqué comment on peut créer une extrémité libre physique d’un support ondulatoire, que se passe-t-il lorsqu’une vibration ondulatoire rencontre une extrémité libre? Comme dans le cas de l’extrémité fixe, la forme d’onde est réfléchie, mais cette fois-ci, il n’y a pas d’inversion des déplacements.

**

Vibration ondulatoire approchant une extrémité libre

Vibration ondulatoire s’éloignant de l’extrémité libre après réflexion

**

### Ondes stationnaires

Considérons un morceau de corde, fixé aux deux extrémités, dans lequel des ondes ont été introduites. La configuration est riche en interférences. Une onde se déplaçant vers une extrémité de la corde se réfléchit sur l’extrémité fixe et interfère avec les ondes qui la suivaient. Elle se réfléchit ensuite à l’autre extrémité et interfère à nouveau avec elles. Ce phénomène s’applique à toutes les ondes et se répète continuellement. Pour une longueur, une densité linéaire et une tension données de la corde, il y a certaines fréquences pour lesquelles, en un point au moins de la corde, l’interférence est toujours constructive. Lorsque c’est le cas, les oscillations à ce point (ou ces points) de la corde sont maximales et on dit que la corde est parcourue d’*ondes stationnaires*. Là encore, les ondes stationnaires résultent de l’interférence des ondes réfléchies avec les ondes transmises et entre elles. Un point de la corde où l’interférence est toujours constructive est appelé *antinœud* (ou ventre). Toute corde dans laquelle existent des ondes stationnaires possède également au moins un point où l’interférence est toujours destructive.   
Un tel point de la corde ne bouge pas de sa position d’équilibre. Un tel point de la corde est appelé *nœud*.

La détermination des fréquences donnant lieu à des ondes stationnaires pourrait sembler être une tâche titanesque. Supposons que vous souhaitiez définir si un point sur une corde pourrait être un antinœud. Prenons un instant dans le temps où la crête d’une onde se trouve à cette position. Vous devez trouver les conditions qui feraient que, dans le temps qu’il faut pour que la crête se rende à une extrémité fixe de la corde, se réfléchisse comme creux et revienne à l’endroit en question, un creux, par exemple celui qui suivait la crête originale, se propage juste à la distance correcte, pour arriver à l’endroit en question au même moment. Comme illustré au chapitre suivant, l’analyse qui génère les fréquences des ondes stationnaires est plus facile que ce que   
ces considérations temporelles pourraient suggérer.

# 31 Cordes, colonnes d’air

*Il convient de ne pas tirer de conclusions hâtives sur la longueur d’onde   
d’une onde stationnaire. Les gens vont dessiner un joli graphique illustrant le déplacement par rapport à la position le long du support, puis l’interpréter de manière incorrecte. Jetez un œil au diagramme de cette page, par exemple. Les gens voient qu’une moitié de longueur d’onde tient dans le segment de la corde et définissent rapidement la longueur d’onde sous la forme . Toutefois, cette équation indique qu’une longueur d’onde complète tient dans la moitié de la longueur de la corde. Ce n’est pas du tout le cas. Au lieu de comprendre que la fraction  est pertinente et d’utiliser rapidement cette fraction dans une expression de la longueur d’onde, il convient d’opter pour une méthode plus systématique. Commencez par écrire ce que vous voyez, sous la forme d’une équation, puis résolvez cette équation relative à la longueur d’onde. Par exemple, dans le diagramme ci-dessous, nous voyons qu’une moitié d’une longueur d’onde λ tient dans la longueur L de la corde. L’écriture de cela sous la forme d’une équation donne . La résolution de cette équation pour λ donne* .

Il est possible de déterminer les longueurs d’onde des ondes stationnaires d’une manière simple, puis d’obtenir les fréquences depuis

où la vitesse de l’onde **  est déterminée par la tension et la densité massique linéaire de la corde.   
La méthode dépend des conditions aux limites – les conditions aux extrémités du support de l’onde. (Le support d’onde est la substance [corde, air, eau, etc.] à travers laquelle l’onde se déplace. Le support de l’onde est ce qui « oscille ».) Imaginons le cas d’ondes dans une corde. Une extrémité fixe force la présence d’un nœud à l’extrémité, car l’extrémité de la corde ne peut pas bouger. (Un nœud est un point sur la corde sur lequel l’interférence est toujours destructive, ce qui entraîne l’absence d’oscillations. Un antinœud est un point sur lequel l’interférence est toujours constructive, ce qui entraîne des oscillations maximales.) Une extrémité libre oblige la présence d’un antinœud à cette extrémité parce qu’à une extrémité libre l’onde se réfléchit sur elle-même sans inversion de phase (une crête se réfléchit comme une crête et un creux se réfléchit comme un creux). Donc, à une extrémité libre, vous avez une seule et même partie de l’onde se déplaçant dans les deux directions   
le long de la corde. L’état de la longueur d’onde des ondes stationnaires est que l’onde doit « tenir » dans le segment de corde de manière cohérente avec les conditions aux limites. Pour une corde d’une longueur *L* fixée aux deux extrémités, nous pouvons respecter les conditions aux limites si   
la moitié de la longueur d’onde est égal à la longueur de la corde.

L

Une telle onde « tient » sur la corde, car dès qu’une partie sans déplacement de l’onde est alignée avec une extrémité fixe de la corde, une autre partie sans déplacement de l’onde est alors alignée avec l’autre extrémité fixe de la corde.

Étant donné que la moitié de la longueur d’onde tient dans le segment de corde, nous avons donc :





Étant donné la vitesse de l’onde **, la fréquence peut être trouvée comme suit :

Il convient de noter qu’en dépit du fait que l’onde est appelée onde stationnaire et qu’elle est typiquement représentée à un instant dans le temps où un antinœud de la corde est à son déplacement maximal par rapport à sa position d’équilibre, toutes les parties de la corde (à l’exception des nœuds) oscillent autour de leur position d’équilibre.

Notez que si l’interférence au niveau de l’antinœud, le point situé au milieu de la corde dans le cas présent, est toujours aussi constructive que possible, cela ne signifie pas que la corde en ce point est toujours au maximum de son déplacement. Parfois, à cet endroit, il y a effectivement une crête qui interfère avec une crête, mais à d’autres moments, il y a une partie de la vague à déplacement nul qui interfère avec une partie de la vague à déplacement nul, parfois un creux qui interfère avec un creux, et parfois, une partie de la vague à déplacement intermédiaire qui interfère avec la même partie de la vague à déplacement intermédiaire qui se déplace dans la direction opposée. Tout cela correspond à l’antinœud qui oscille autour de sa position d’équilibre.L’onde  n’est pas la seule onde qui tiendra dans la corde. Il s’agit toutefois de l’onde stationnaire la plus longue possible, d’où son nom de *fondamental*. Il y a toute une séquence d’ondes stationnaires. Elles sont nommées : fondamental, premier partiel, deuxième partiel, troisième partiel, etc., par ordre de longueur d’onde décroissante, et donc de fréquence croissante.

Fondamental

L

 donc 

Premier partiel



Deuxième partiel

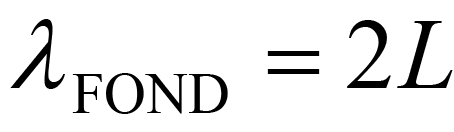
 donc 

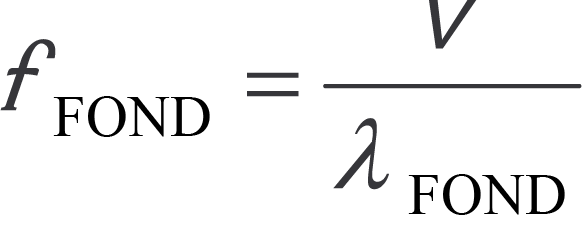
Chaque forme d’onde successive peut être obtenue à partir de la précédente en incluant un nœud supplémentaire.

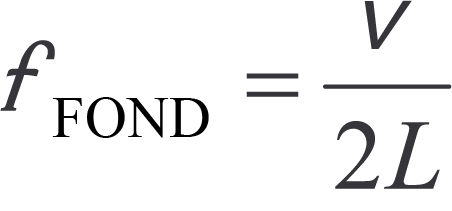
Une onde dans la série est dite harmonique s’il est possible d’exprimer sa fréquence comme un nombre entier multiplié par la fréquence fondamentale. La valeur du nombre entier détermine l’harmonique (premier, deuxième, troisième, etc.) de l’onde. La fréquence de l’onde fondamentale est bien sûr, 1 fois elle-même. Le numéro 1 est un nombre entier, l’onde fondamentale est donc un harmonique. Il s’agit du premier harmonique.

En commençant avec les longueurs d’onde dans les séries des diagrammes ci-dessus, nous avons, pour les fréquences, en utilisant qui peut être réorganisée pour lire

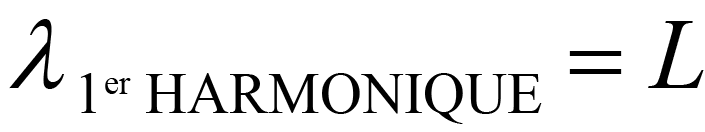
***Le fondamental***

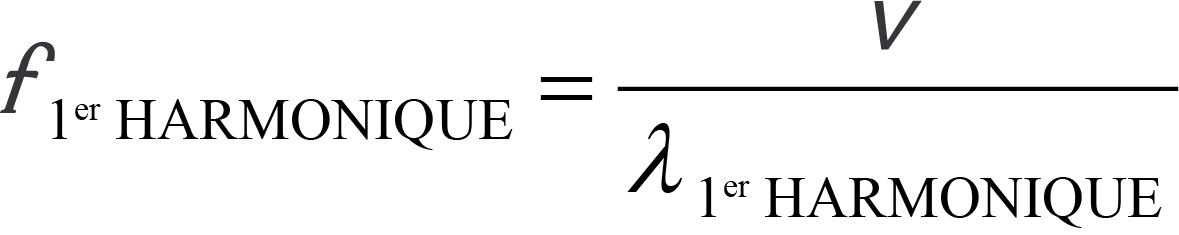


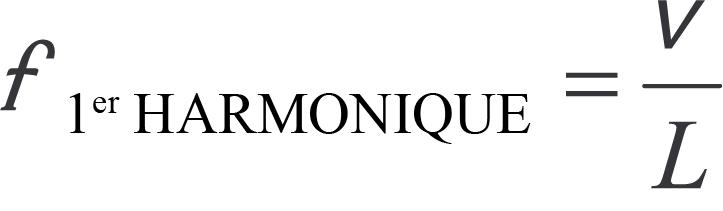




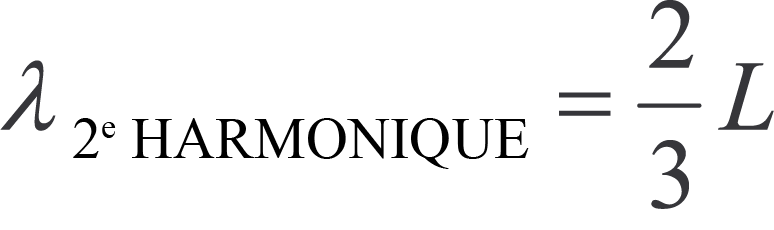
***Le premier partiel***

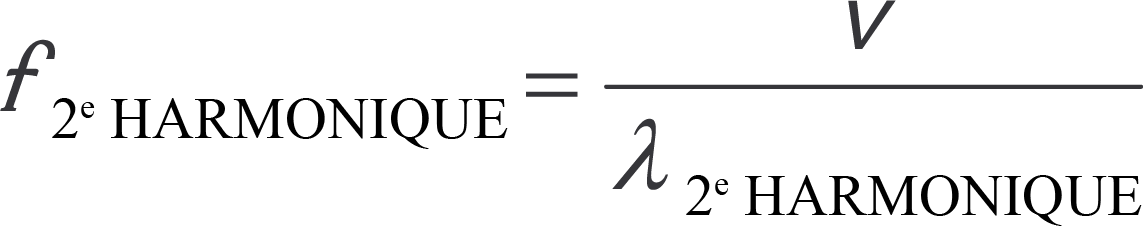


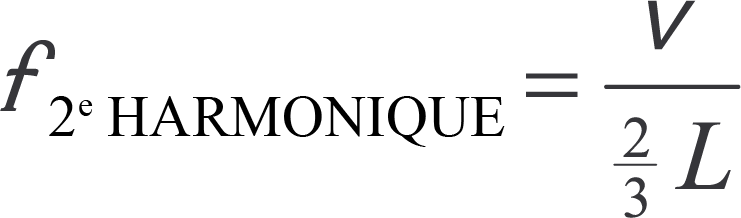


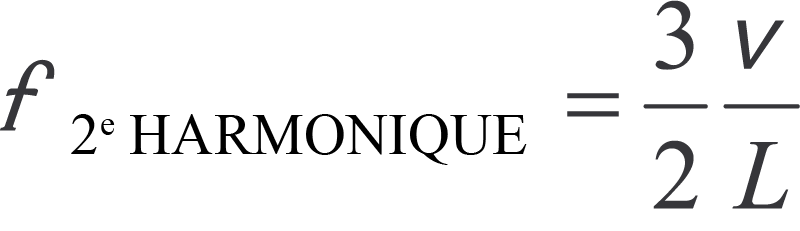


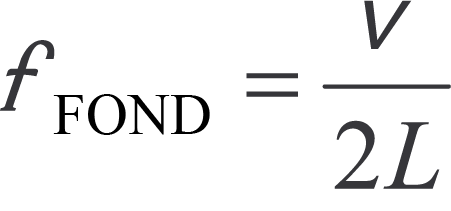
***Le deuxième partiel***

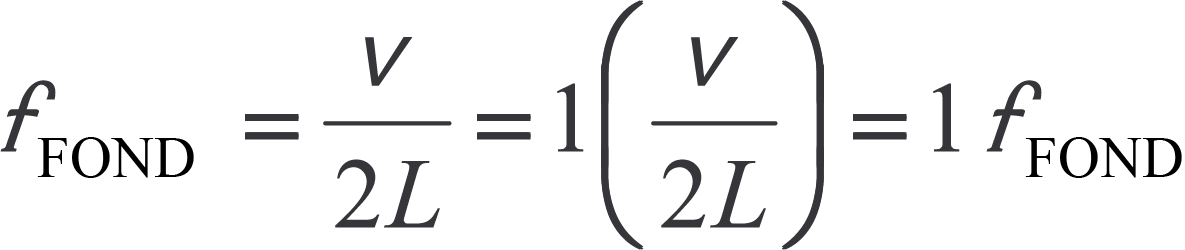


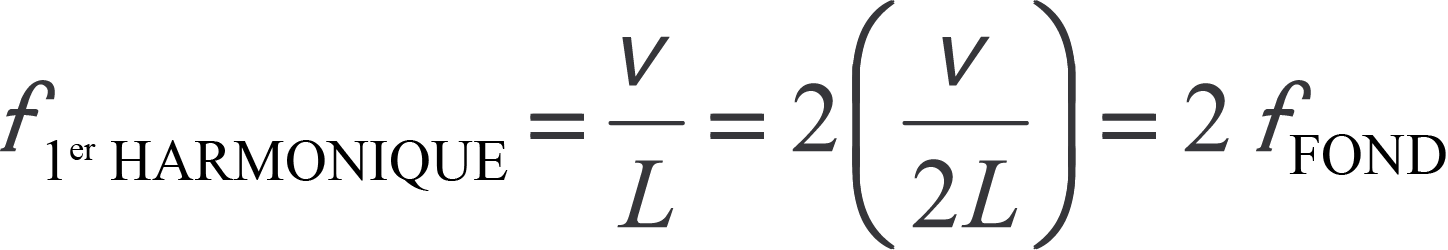


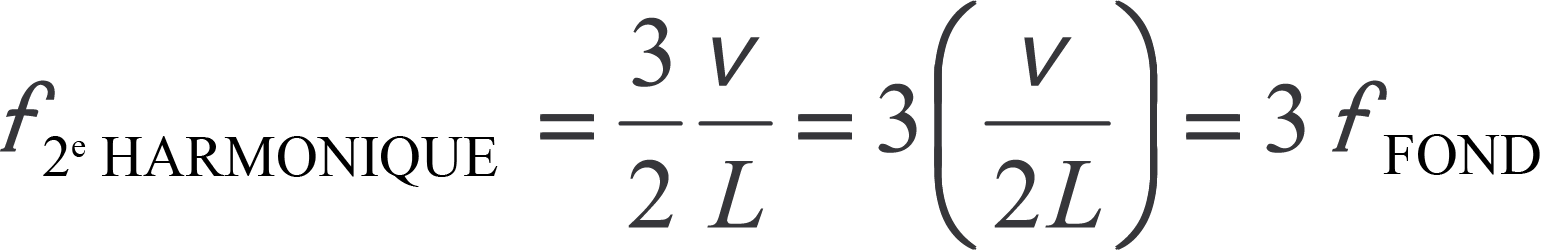




Si l’on exprime des fréquences en termes de fréquence fondamentale  nous   
avons donc







Notez que la fréquence fondamentale est (comme toujours) le premier harmonique, le premier partiel est le deuxième harmonique et le deuxième partiel est le troisième harmonique. Même si cela est vrai pour une corde fixée aux deux extrémités (le système que nous avons analysé), ce *n’est pas* *toujours* vrai que la série de partiels plus le fondamental incluent tous les harmoniques. Observons le cas suivant :

Exemple 31-1

Un tuyau d’orgue de longueur *L* est fermé à une extrémité et ouvert à l’autre. Étant donné que la vitesse du son dans l’air est égale à, trouvez les fréquences du fondamental et des trois premiers partiels.

Solution

*L*

Fondamental

donc 

*L*

Premier partiel

 donc 

*L*

Deuxième partiel

donc

Troisième partiel

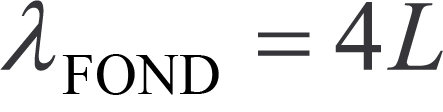
*L*

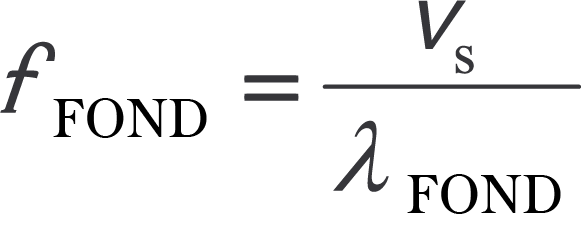
 donc 

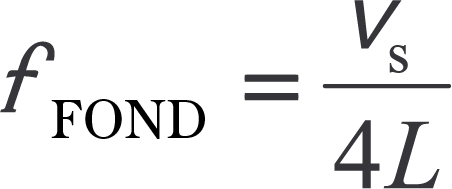
Dans la série de diagrammes précédente, un graphique du déplacement en fonction de la position   
le long du tuyau, pour un instant dans le temps où les molécules d’air à un antinœud sont à leur déplacement maximal par rapport à l’équilibre, est une représentation plus abstraite que le graphique correspondant pour une corde. L’onde sonore dans l’air est une onde longitudinale, de sorte que, lorsque les ondes sonores se propagent d’avant en arrière sur la longueur du tuyau, les molécules d’air oscillent d’avant en arrière (et non de haut en bas comme dans le cas de la corde) autour de leur position d’équilibre. Ainsi, la hauteur d’un point sur le graphique correspond à la distance à droite (en utilisant le point de vue à partir duquel le tuyau est représenté dans les diagrammes) de sa position d’équilibre de la fine couche de molécules d’air, à la position correspondante dans le tuyau. Il est habituel de dessiner la forme d’onde à l’intérieur du contour du tuyau. Les conditions aux limites indiquent que l’extrémité fermée est un nœud, tandis que l’extrémité ouverte est un antinœud.

En commençant avec les longueurs d’onde dans les séries des diagrammes ci-dessus, nous avons, pour les fréquences, en utilisant qui peut être réorganisée pour lire

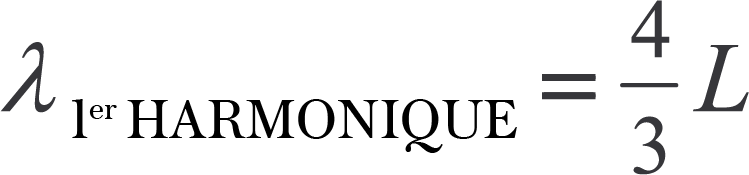
***Le fondamental***

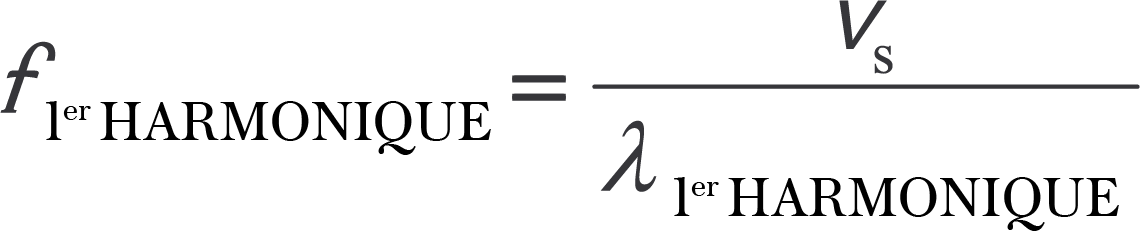


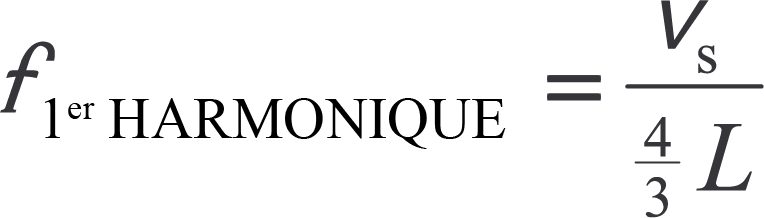


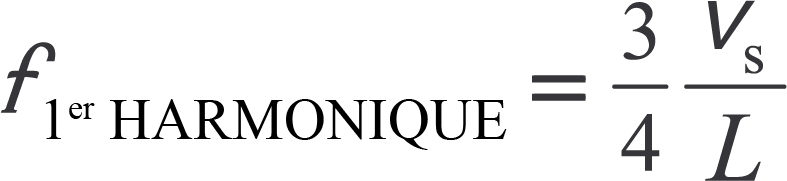


***Le premier partiel***

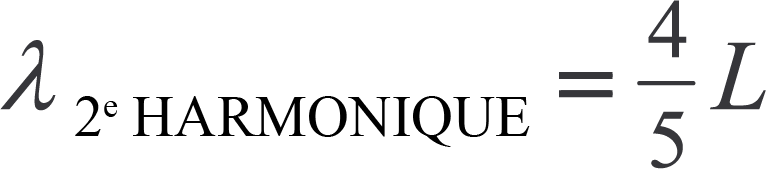


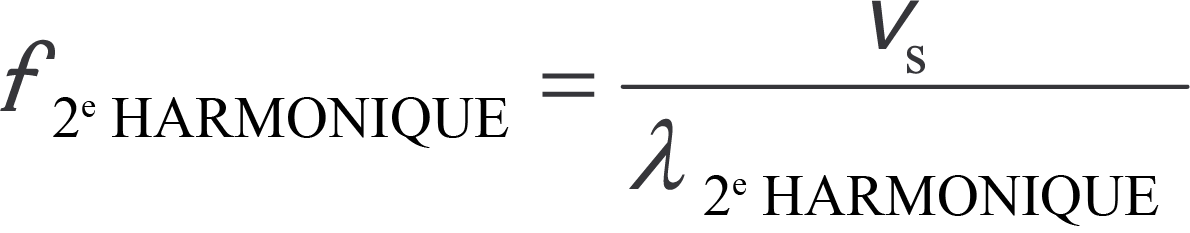


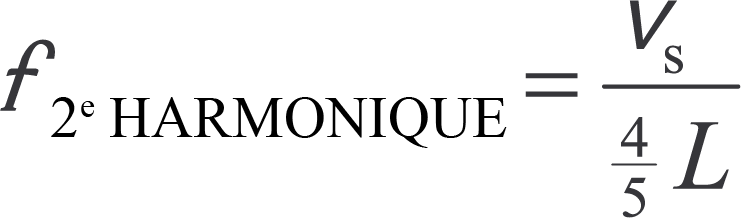


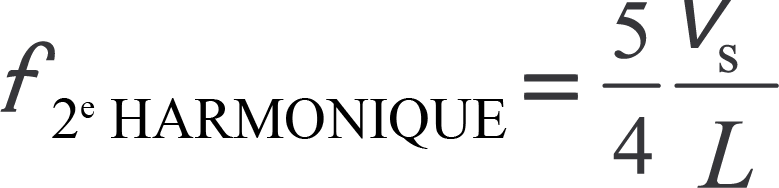


***Le deuxième partiel***

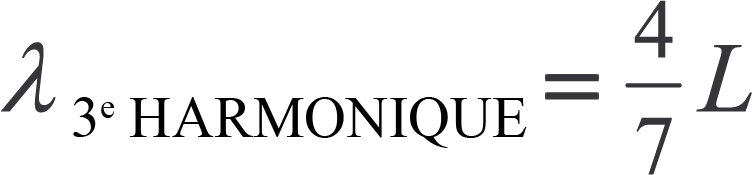


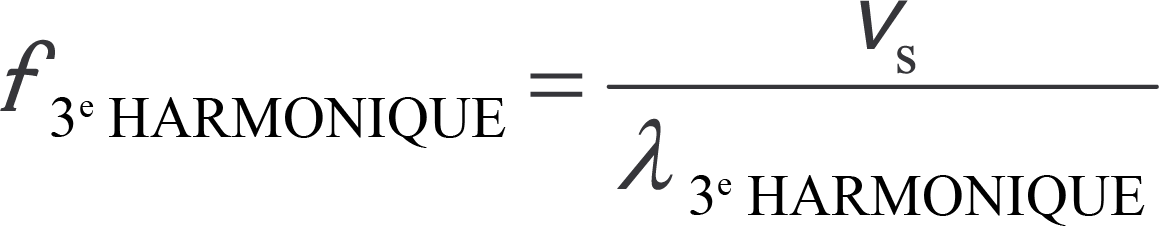


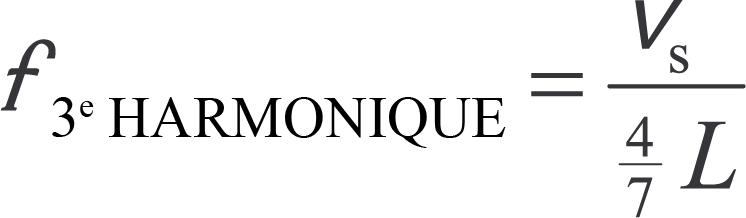


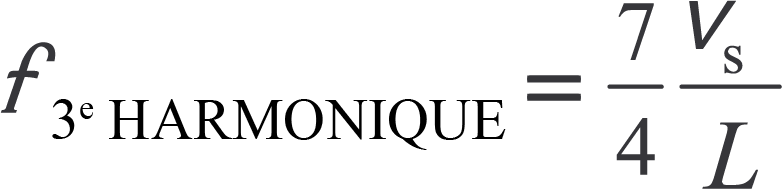


***Le troisième partiel***

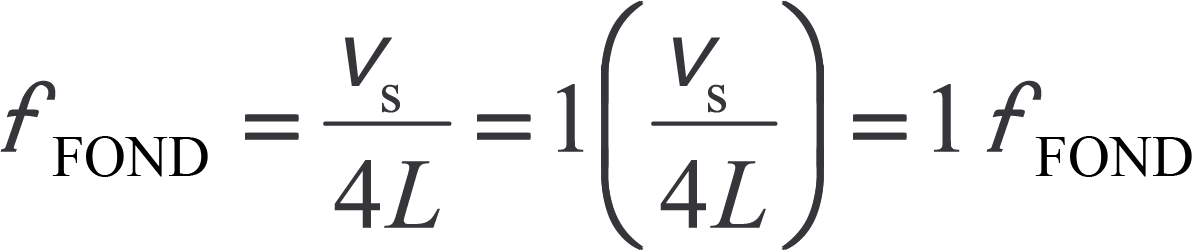


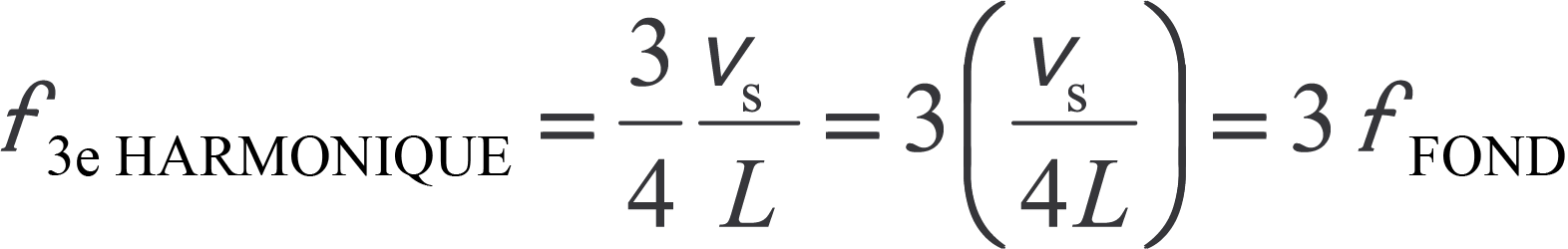


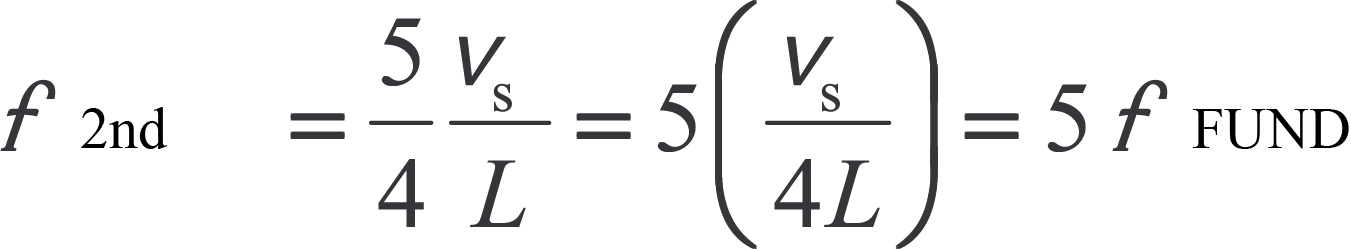


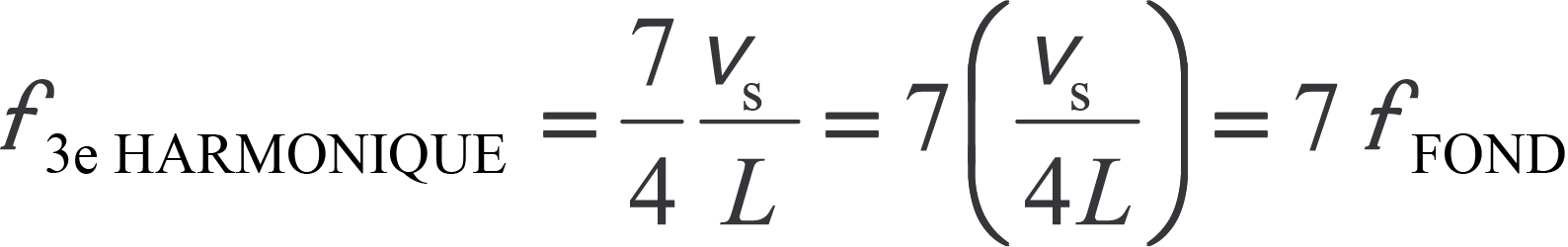


Si l’on exprime des fréquences en termes de fréquence fondamentale  nous   
avons donc :









Notez que les fréquences des ondes stationnaires sont des multiples entiers impairs de la fréquence fondamentale. Cela signifie que seuls les harmoniques impairs (premier, troisième, cinquième, etc.) se produisent lorsqu’un tuyau est fermé à une extrémité et ouvert à l’autre.

### Les ondes dans un support en contact avec un deuxième support

Prenons l’exemple d’une corde de violon qui oscille à sa fréquence fondamentale, dans l’air. Pour faciliter la discussion, supposons que le violon est orienté afin que les oscillations s’effectuent de haut en bas.

A chaque fois que la corde s’élève, elle pousse les molécules d’air vers le haut. Cela génère des ondes sonores dans l’air. Le violon contenant l’onde stationnaire peut être considérée comme un « objet oscillant », qui est à l’origine des ondes dans l’air. Rappelez-vous que la fréquence des ondes est identique à la fréquence de la source. Ainsi, la fréquence des ondes sonores dans l’air sera identique à la fréquence des ondes dans la corde. En règle générale, la vitesse des ondes dans l’air est différente de la vitesse des ondes dans la corde. En s’appuyant sur , cela signifie que les longueurs d’onde seront différentes également.

# 32 Battements, l’effet Doppler

*Certaines personnes confondent l’effet Doppler. Elles pensent qu’il est lié à une position plutôt qu’à la vélocité. (Il est vraiment lié à la vélocité.) Si une source sonore à fréquence unique est émise à une vitesse constante, la hauteur du son (la fréquence) que vous entendez* ***est*** *plus élevée que la fréquence de la source. La hauteur dépend de la vitesse à laquelle la source vous atteint. Les gens font l’erreur de penser que la hauteur du son s’élève au fur et à mesure que la source s’approche du récepteur. C’est faux. Ce serait le cas si la fréquence dépendait de la proximité de la source par rapport au récepteur, ce qui n’est pas le cas. La fréquence reste la même. L’effet Doppler est lié à la vélocité,* ***pas*** *à la position. Pendant toute la durée du déplacement de la source vers vous, il donnera l’impression d’avoir une seule hauteur qui ne change pas et qui est plus élevée que la fréquence de la source.* ***Baissez-vous!*** *Une fois que l’objet a dépassé votre position et qu’il s’éloigne de vous, il aura une seule hauteur de son qui ne changera pas et qui sera plus basse que la fréquence de la source.*

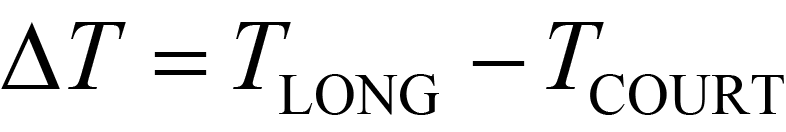
### Battements

Prenons comme exemple deux sources, à proximité l’une de l’autre, chacune produisant des ondes sonores à leur propre fréquence. Tout point de l’espace rempli d’air autour des sources recevra des ondes sonores provenant des deux sources. L’amplitude du son à une position quelconque correspondra à l’amplitude de la somme des déplacements des deux ondes à ce point. Cette amplitude variera, car l’interférence alternera entre une interférence constructive et une interférence destructive. Supposons que les deux fréquences ne soient pas trop différentes. Considérons les déplacements à un point particulier dans l’espace. Commençons à un instant où les crêtes des deux ondes sonores arrivent à ce point, depuis chacune des sources. À cet instant, les ondes interfèrent de manière constructive, ce qui génère une grande amplitude totale. Si vous vous trouvez à cet emplacement, vous trouverez que le son est relativement fort. Marquons le passage du temps à l’aide de la période la plus courte, celle des ondes de plus haute fréquence. Une période après l’instant que nous venons d’évoquer, la crête suivante (appelons-la deuxième crête) provenant de la source à plus haute fréquence se trouve au point en question, mais le pic de la crête suivante provenant de la source à plus basse fréquence n’est pas encore là. Plutôt qu’une crête interférant avec une crête, nous avons une crête interférant avec une partie de l’onde à déplacement intermédiaire. L’interférence est toujours constructive, mais pas autant qu’elle l’était. Lorsque la troisième crête de la source à la fréquence la plus élevée arrive, la crête correspondante de la source à la fréquence la plus faible est encore bien en arrière. En fin de compte, une crête provenant de la source à haute fréquence arrive au point en question en même temps qu’un creux provenant de la source à basse fréquence. À cet instant, l’interférence est aussi destructrice que possible. Si vous vous trouviez à ce point en question, vous trouveriez que le son est inaudible ou à un volume très faible. Ensuite, le creux provenant de la source à basse fréquence commence à « prendre du retard » jusqu’à ce que, finalement, une crête provenant de la source à haute fréquence interfère avec la crête précédant la crête correspondante provenant de la source à basse fréquence et que l’interférence soit à nouveau aussi constructive que possible.

Pour une personne se trouvant à un endroit où les ondes des deux sources existent, le son devient fort, faible, fort, faible, etc. La fréquence à laquelle le modèle d’intensité sonore se répète est appelée fréquence de battement. De manière expérimentale, nous pouvons déterminer la fréquence de battement en chronométrant le temps nécessaire pour que le son devienne fort *N* fois, puis en divisant ce temps par *N* (où *N* est un nombre entier arbitraire choisi par la personne qui expérimente – plus *N* est grand, plus le résultat est précis). Cela donne la période de battement. En prenant l’inverse de la période de battement, on obtient la fréquence de battement.

La fréquence de battement est à opposer à la fréquence ordinaire des ondes. En ce qui concerne le son, nous entendons la fréquence de battement comme la vitesse à laquelle l’intensité du son varie, tandis que nous entendons la fréquence ordinaire des ondes comme la hauteur du son.

### Dérivation de la formule de la fréquence de battement

Prenons le cas d’un son provenant de deux sources différentes et se frappant à un point, appelé point P, dans l’espace occupé par l’air. Supposons qu’une source à une période plus courte *T*COURT et par conséquent une fréquence plus élevée **ÉLEVÉ que l’autre (qui a, pour sa part, une période et une fréquence *T*LONG et **FAIBLE , respectivement). Il s’agit ici d’exprimer la fréquence de battement en termes de fréquences des sources – nous y parvenons en mettant les périodes en relation les unes avec les autres. Comme dans notre discussion conceptuelle, commençons par un instant où une crête de chaque source se trouve au point P. Lorsque la durée  *T*COURT est écoulée, la crête suivante provenant de la source à la période la plus courte arrive, la crête correspondante de la source à la période la plus longue n’arrivera pas pendant une certaine période de temps. En fait, avec l’arrivée de chaque crête à période courte successive, la crête à période longue correspondante est en retard de la valeur Δ*T*  . Finalement, après un certain nombre *n* de périodes courtes, la crête de la longue période arrivera une longue période TLONG complète après l’arrivée de la crête correspondante de la courte période.

 (32-1)

Cela signifie que lorsque la crête à période courte arrive, la crête à période longue qui précède   
la crête à période longue correspondante arrive. Cela génère une interférence constructive (son élevé). Le temps nécessaire, à partir du moment où l’interférence est maximalement constructive, pour que l’interférence redevienne maximalement constructive est la période de battement.

 (32-2)

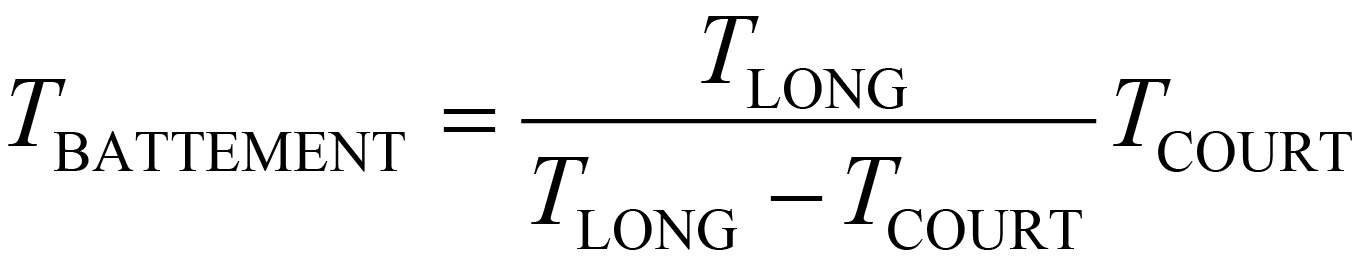
Utilisons l’équation 32-1 pour éliminer la valeur *n* dans cette expression. En résolvant l’équation 32-1 pour la valeur *n* nous obtenons :

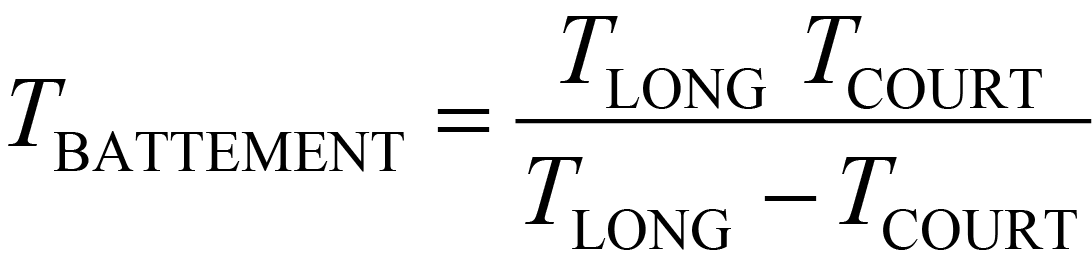


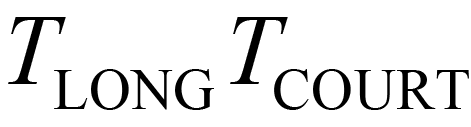
En remplaçant ceci dans 32-2, nous obtenons :

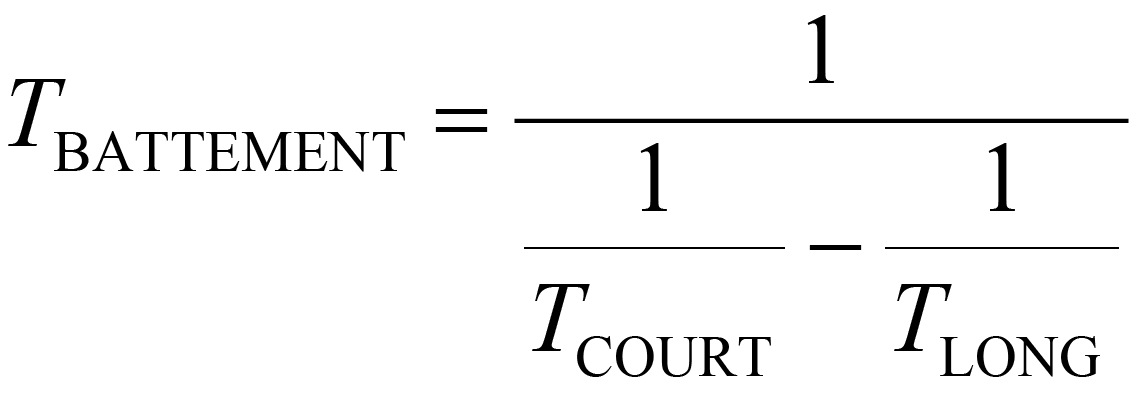


correspond à , donc

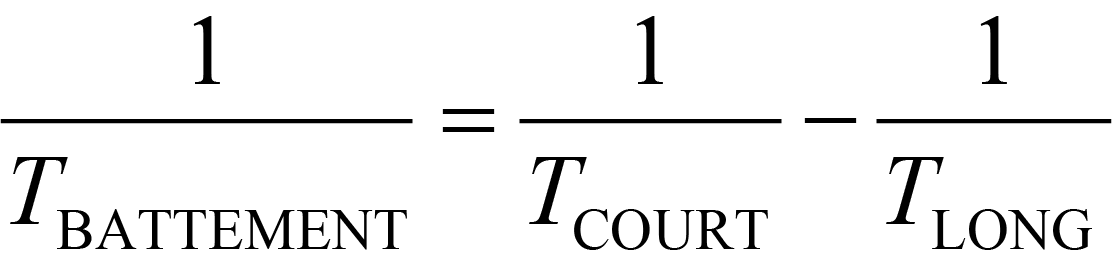




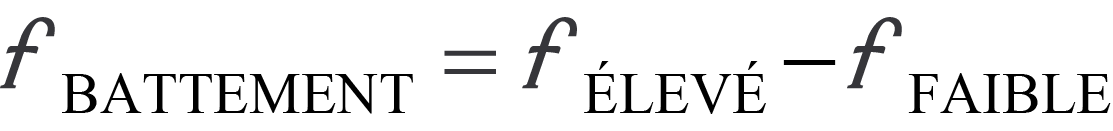
En divisant le numérateur et le dénominateur par le produit , nous obtenons



En prenant la réciproque des deux côtés, nous obtenons



Maintenant, nous utilisons la relation fréquence-période  pour remplacer chaque période réciproque par sa fréquence correspondante. Cela donne :

 (32-3)

pour la fréquence de battement en termes de fréquences des deux sources.

### L’effet Doppler

Prenons comme exemple une source sonore à fréquence unique et un récepteur. La source oscille. Elle produit des ondes sonores. Elles se déplacent dans l’air, à la vitesse **, la vitesse   
du son dans l’air, vers le récepteur et entraînent l’oscillation d’une partie du récepteur. (Par exemple, si le récepteur est votre oreille, les ondes sonores font osciller votre tympan.) Si le récepteur et la source sont immobiles par rapport à l’air, la fréquence reçue est alors identique   
à la fréquence source.

S

R

Source

Récepteur

**

Mais si la source s’approche ou s’éloigne du récepteur, ou si le récepteur s’approche ou s’éloigne de la source, la fréquence reçue sera différente de la fréquence source. Prenons l’exemple suivant : le récepteur s’approche de la source à la vitesse **R.

**R

**

R

S

Source

Récepteur

Le récepteur rencontre des crêtes d’ondes plus fréquemment que s’il restait immobile. En commençant à un instant où un front d’onde se trouve au niveau du récepteur, celui-ci et le front d’onde suivant se déplacent ensemble à la vitesse de **+ **R (où **correspond à la vitesse du son dans l’air). La distance entre les fronts d’onde est simplement la longueur d’onde *λ,* qui dépend de la fréquence de la source ** par ce qui signifie que . En partant du fait que, dans le cas d’une vélocité constante, la distance est égale à la vitesse multipliée par le temps, nous avons :

(32-4)

pour la période des oscillations reçues. En utilisant et , l’équation 32-4 peut être exprimée sous la forme :

(*Récepteur qui s’approche de la source*)

Cette équation indique que la fréquence reçue **′ est un facteur multiplié par la fréquence source. L’expression correspond à la vitesse à laquelle l’onde sonore dans l’air et le récepteur s’approchent l’un de l’autre. Si le récepteur s’éloigne de la source à la vitesse , la vitesse à laquelle les ondes sonores « rattrapent » le récepteur est et notre expression pour la fréquence reçue devient alors

(*Récepteur s’éloignant de la source*)

Prenons le cas de la source qui s’approche du récepteur.

S

R

**

**S

La source produit une crête qui s’approche du récepteur à la vitesse du son. Mais la source se déplace derrière cette crête, de sorte que la crête suivante qu’elle crée soit plus proche de la première crête qu’elle le serait si la source était immobile. Ce phénomène s’applique également à toutes les crêtes successives. Elles sont toutes plus proches les unes des autres qu’elles ne le seraient si la source était immobile. Cela signifie que la longueur d’onde des ondes sonores qui se déplacent   
dans la direction de la source est réduite par rapport à ce qu’elle serait si la source était immobile.

La distance *d* que parcourt la source en s’approchant du récepteur pendant le temps qui s’écoule entre l’émission d’une crête et l’émission de la crête suivante, c’est-à-dire pendant la période *T* des oscillations de la source, est la suivante :

où est la vitesse de la source. La longueur d’onde correspond à la longueur d’onde serait (*λ*) si la source était immobile, moins la distance parcourue par la source sur une période

(32‑5)

Maintenant, nous utiliserons l’équation résolue pour la longueur d’onde pour éliminer les longueurs d’onde et l’équation résolue pour la période pour éliminer la période. Grâce à ces remplacements, l’équation 32‑5 devient

(*Source qui s’approche du récepteur*)

Si la source s’éloigne du récepteur, le signe qui se trouve devant la vitesse de la source est inversé, ce qui signifie que

(*Source s’éloignant du récepteur*)

Les quatre expressions représentant la fréquence reçue comme une fonction de la fréquence source sont combinées sur votre feuille de formule, sur laquelle elles apparaissent comme suit :

(32-6)

Pour résoudre un problème lié à l’effet Doppler, au lieu de copier cette expression directement à partir de votre feuille de formules, vous devez être en mesure de trouver la formule dont vous avez besoin. Par exemple, si le récepteur est immobile par rapport à l’air, vous devriez omettre le . Si la source ne se déplace pas dans l’air, vous devez omettre le .

Pour obtenir la bonne formule, il faut savoir que lorsque la source se rapproche du récepteur ou que le récepteur se rapproche de la source, la fréquence reçue décalée par effet Doppler est plus élevée (et il faut savoir que lorsque l’un des deux s’éloigne de l’autre, la fréquence reçue décalée par effet Doppler est plus faible). Vous devez également maîtriser suffisamment les mathématiques pour savoir quel signe choisir pour que la fréquence reçue **′ soit correctement calculée.

# 33 Fluides : Pression, densité, principe d’Archimède

*Une erreur que l’on rencontre souvent dans les solutions aux problèmes de fluides statiques d’objets immergés est l’inclusion, dans le diagramme de corps libre du problème, d’une force de pression multipliée par la surface typiquement exprimée par , en plus de la poussée hydrostatique (ou force de flottabilité). Il s’agit d’un double comptage. Les personnes qui incluent une telle force, en plus de la poussée hydrostatique, ne se rendent pas compte que cette dernière est la somme nette de toutes les forces de pression multipliées par la surface exercées sur l’objet immergé par le fluide dans lequel il est immergé.*

Les gaz et les liquides sont des fluides. Contrairement aux solides, ils circulent. Un fluide est un liquide ou un gaz.

### Pression

Un fluide exerce une pression sur la surface de toute substance avec laquelle le fluide est en contact. La pression s’exprime sous la forme d’une force par unité de surface. Dans le cas   
d’un fluide en contact avec une surface plane sur laquelle la pression du fluide est constante, la grandeur de la force sur cette surface est égale à la pression multipliée par l’aire de la surface. La pression s’exprime en N/m2.

Il ne faut jamais dire que la pression représente la quantité de force exercée sur un certaine partie de cette surface. La pression n’est pas une quantité de force. Même dans le cas particulier où la pression sur une « certaine surface » est constante, la pression n’est pas la quantité de force. Dans ce cas, c’est la pression qu’il faut multiplier par la surface pour déterminer la force.

Le fait que la pression d’un fluide soit de 5 N/m2 n’implique nullement qu’une force de 5 N agisse sur un mètre carré de surface (pas plus que le fait que le compteur de vitesse de votre voiture indique 35 mi/h n’implique que vous parcourez 35 milles ou que vous avez voyagé pendant une heure). En effet, si l’on dit que la pression à un point donné sous l’eau d’une piscine est de 15 000 N/m2 (quinze mille newtons par mètre carré), on ne spécifie aucune surface. Vous indiquez juste que tout élément de surface infinitésimal susceptible d’être exposé au fluide à ce point subira une force infinitésimale d’une magnitude *dF* égale à 15 000 N/m2 multipliée par l’aire *d A* de la surface. Lorsque nous spécifions une pression, nous parlons d’un effet potentiel sur un élément de surface potentiel.

On parle d’un élément de surface infinitésimale, car il est tout à fait possible que la pression varie en fonction de la position. Si la pression à un point d’un liquide s’élève à 15 000 N/m2, elle peut très bien s’élever à 16 000 N/m2 à un point situé à moins d’un millimètre dans une direction et à 14 000 N/m2 à un point situé à moins d’un millimètre dans une autre direction.

Parlons de la direction. La pression elle-même n’a pas de direction. Mais la force qu’un fluide exerce sur un élément de surface, en raison de la pression du fluide, a une direction. La force est perpendiculaire à la surface et se dirige vers elle. Intéressant, n’est-ce pas? La direction de la force résultant d’une certaine pression (appelons-la force de pression multipliée par la surface) sur un élément de surface est déterminée par la victime (l’élément de surface) plutôt que par l’agent (le fluide).

### Dépendance de la pression par rapport à la profondeur

Pour un fluide proche de la surface de la Terre, la pression dans le fluide augmente avec la profondeur. Vous l’avez peut-être remarqué si vous avez déjà plongé profondément sous l’eau, car vous pouvez sentir l’effet de la pression sur vos tympans. Avant d’étudier davantage ce phénomène, il convient de souligner que dans le cas d’un gaz, cette dépendance de la pression par rapport à la profondeur est, pour de nombreuses raisons pratiques, négligeable. Dans le cas d’un récipient contenant un gaz, par exemple, on indique généralement une seule valeur pour la pression du gaz dans le récipient, en négligeant le fait que la pression est plus élevée au fond du récipient. Nous négligeons ce fait parce que la différence entre la pression en bas et la pression en haut est très faible. Nous procédons ainsi lorsque la différence de pression est trop faible pour être pertinente, mais il convient de noter que même une très petite différence de pression peut être significative. Par exemple, un ballon rempli d’hélium, lâché près de la surface de la Terre, tomberait sur le sol si la pression de l’air au niveau de la partie inférieure du ballon n’était pas supérieure (même si elle n’est que légèrement supérieure) à la pression de l’air au niveau de la partie supérieure du ballon.

Faisons une expérience de pensée. (Einstein adorait les expériences de pensée. Elles sont également appelées expériences Gedanken. Gedanken veut dire « pensée » en allemand.) Imaginons que nous construisions un manomètre comme suit : Nous bouchons une extrémité d’un morceau de tuyau mince et plaçons un ressort entièrement à l’intérieur du tuyau, avec une extrémité en contact avec le bouchon. Nous plaçons ensuite dans le tuyau un disque dont le diamètre est égal au diamètre intérieur du tuyau et nous le mettons en contact avec l’autre extrémité du ressort. Nous graissons les parois intérieures du tuyau afin que le disque puisse glisser librement le long du tuyau, mais nous veillons à ce que l’ajustement soit étanche afin qu’aucun fluide ne puisse passer à travers le disque. Nous perçons ensuite un trou dans le bouchon, nous purgeons tout l’air de la partie du tuyau située entre le disque et le bouchon, puis nous scellons le trou. La position du disque dans le tuyau, par rapport à sa position lorsque le ressort n’est ni étiré ni comprimé, est directement proportionnelle à la pression exercée sur la surface extérieure du disque, c’est-à-dire la face opposée au ressort. Nous étalonnons (inscrivons une échelle) le manomètre que nous venons de fabriquer et l’utilisons pour mesurer la pression de l’eau d’une piscine. Nous notons tout d’abord que, dès que l’on a retiré l’air, le manomètre a commencé à indiquer une pression importante (environ 1,013  × 105 N/m2), à savoir la pression de l’air dans l’atmosphère. Nous déplaçons maintenant le manomètre et observons la valeur affichée. Où que nous placions le manomètre (nous définissons l’emplacement du manomètre comme étant la position du point central sur la surface extérieure du disque) à la surface de l’eau, nous obtenons une seule et même valeur, (la valeur de la pression atmosphérique). Nous vérifions ensuite que la pression augmente effectivement à mesure que nous enfonçons le manomètre dans l’eau. Nous constatons alors, et c’est le but de ce paragraphe, que si nous déplaçons le manomètre horizontalement à une profondeur donnée, la pression relevée ne change pas. C’est ce résultat expérimental qui servira à la suite des explications, le fait expérimental que la pression a une   
seule et même valeur à tous les points qui sont à une seule et même profondeur dans un fluide.

Nous dérivons ici une formule qui donne la pression dans un fluide statique incompressible en fonction de la profondeur dans le fluide. Revenons à notre piscine. Imaginez maintenant une surface fermée renfermant un volume, une région de l’espace, remplie d’eau. Je vais appeler l’eau contenue dans un tel volume « un volume d’eau » et je vais également lui donner un autre nom. S’il s’agissait de glace, j’appellerais cela un morceau de glace, mais comme il s’agit d’eau liquide, j’appellerai cela une « nappe » d’eau. Nous allons déduire la relation entre la pression et la profondeur en étudiant l’équilibre d’un « objet » qui est une nappe d’eau.

Considérons une nappe d’eau cylindrique dont le sommet fait partie de la surface de la piscine et dont le fond se trouve à une profondeur arbitraire *h* sous la surface. Je vais dessiner la nappe ici, isolée de son environnement. La nappe est bien sûr, entourée du reste de l’eau de la piscine.

*P*o

*W* = *m*

*P*

Sur le schéma, nous utilisons des flèches pour représenter la présence de la force de la pression multipliée par la surface sur chaque élément de la surface de la nappe. Il est maintenant facile d’exprimer la force de pression vers le bas multipliée par la surface sur le sommet de la nappe en termes de pression, car la pression sur chaque élément de surface infinitésimale constituant le sommet de la nappe a une seule et même valeur. En ce qui concerne la détermination de la pression multipliée par la surface, c’est très facile. La grandeur de la force, *F* o correspond simplement à la pression *P*o multipliée par la surface *A* au sommet du cylindre.

Un argument similaire peut être avancé pour le fond du cylindre. Tous les points de fond du cylindre sont à la même profondeur dans l’eau et tous les points sont donc soumis à une seule et même pression *P*. La partie inférieure du cylindre a la même surface *A* que la partie supérieure, de sorte que la grandeur de la force ascendante *F* sur la partie inférieure du cylindre est donnée par :

*F* = *PA*

En ce qui concerne les côtés, si nous divisons les parois latérales du cylindre en un ensemble infini d’éléments de surface infinitésimale de taille égale, pour chaque élément de surface de la paroi latérale, il existe un élément de surface correspondant sur le côté opposé du cylindre. La pression est identique sur les deux éléments, car ils sont à la même profondeur. Les deux forces ont donc la même grandeur, mais comme les éléments sont orientés dans des directions opposées, les forces ont des directions opposées. La somme de deux forces opposées et égales est nulle. Ainsi, toutes les forces exercées sur les éléments de la zone de la paroi latérale s’annulent.

Nous sommes maintenant en mesure de dessiner le diagramme de corps libre de la nappe   
d’eau cylindrique.

*P*o *A*

*PA*

*W*=*m*

En appliquant la condition d’équilibre,



nous obtenons

(33-1)

À ce stade de notre dérivation de la relation entre la pression et la profondeur, la profondeur n’apparaît pas explicitement dans l’équation. La masse de la nappe d’eau, cependant, dépend vraiment de la longueur de la nappe, qui est en fait la profondeur *h*. Nous notons tout d’abord que

(33-2)

ou ** est la densité, soit la masse par volume, de l’eau composant la nappe et *V*, le volume de la nappe. Le volume d’un cylindre se calculant en multipliant sa hauteur par la surface de sa face, nous pouvons écrire

Le remplacement de cette expression pour la masse de la nappe dans l’équation 33-1 donne

(33-3)

Bien que nous ayons écrit spécifiquement sur l’eau, le seul élément de l’analyse qui dépend de l’identité du fluide incompressible est la densité . Ainsi, tant que nous utilisons la densité du fluide en question, l’équation 33-3 () s’applique à tout fluide incompressible. Elle indique que la pression à n’importe quelle profondeur *h* est la pression à la surface plus ρg*h*.

Quelques mots sur les unités de pression s’imposent. Nous avons déclaré que les unités de pression s’expriment en N/m2. Cette combinaison d’unité porte un nom. Le *pascal*, abrégé Pa.

Les pressions sont souvent exprimées sous forme d’unité de pression non conformes au système international d’unités (SI), l’*atmosphère*, abrégée en atm et définie de telle sorte qu’en moyenne, la pression de l’atmosphère terrestre au niveau de la mer est de 1 atm. Pour l’exprimer en Pascal,

1 atm =  Pa

La grande erreur que les gens commettent en appliquant l’équation 33-3 () est d’ignorer les unités. Ils utilisent 1 atm pour *P*o sans le convertir en pascals, ils ajoutent alors le produit de ρg*h* à celle-ci. Évidemment, en utilisant les unités SI pour ρ, g et *h*, le produit de ρg*h* est converti en N/m2, qui est en pascal, mais pas du tout en atmosphère (mais plutôt des centaines de milliers d’atmosphères). Il est bien sûr complètement impossible d’additionner une valeur en pascals avec une valeur en atmosphères. La solution consiste à convertir la valeur de *Po* qui vous a été donnée en unités d’atmosphère en pascals, puis à ajouter le produit de ρgh (en unités SI) à votre résultat afin que votre résultat final soit exprimé en pascals.

### Pression du manomètre

Vous souvenez-vous du manomètre que nous avons fabriqué pour notre exercice de pensée?   
La partie concernant l’évacuation de l’intérieur du tuyau représente un véritable défi pour la fabrication. Le manomètre deviendrait imprécis à mesure que l’air s’échappait par le disque.   
En ce qui concerne la fonction, la description est assez réaliste pour ce qui est de l’utilisation réelle des manomètres, à l’exception du pompage de l’air dans le tuyau. Pour qu’il ressemble davantage à un vrai manomètre que l’on pourrait acheter, il faudrait laisser l’intérieur ouvert à l’atmosphère. Dans ce cas, le manomètre indique zéro lorsque la pression à l’extrémité du capteur est de 1 atmosphère et, en général, indique l’écart entre la pression mesurée et la pression atmosphérique. Cette quantité, qui correspond à l’excédent de pression par rapport à la pression atmosphérique, est appelée pression manométrique (puisqu’il s’agit de la valeur enregistrée par un manomètre standard). Par opposition à la pression manométrique, la pression réelle dont nous avons parlé jusqu’à présent est appelée *pression absolue*. La pression absolue et la pression manométrique sont liées par :

*P* = *P*G + *P*O (33-4)

où :

*P* est la pression absolue;

*P*G est la pression manométrique; et

*P*O est la pression atmosphérique.

Lorsque vous entendez une valeur de pression (autre que la pression barométrique de l’atmosphère terrestre) dans votre vie de tous les jours, il s’agit généralement d’une pression manométrique (même si l’on n’utilise pas l’adjectif « manométrique » pour en parler). Par exemple, si vous entendez dire que la pression recommandée pour vos pneus est de 32 psi (livres par pouce carré),   
il s’agit d’une pression manométrique. Les gens qui travaillent sur les systèmes de ventilation parlent souvent de pression d’air négative. Là encore, il s’agit de la pression manométrique. Une valeur négative de la pression manométrique dans une conduite de ventilation signifie simplement que la pression absolue est inférieure à la pression atmosphérique.

### Le principe d’Archimède

La force nette de pression multipliée par la surface exercée sur un objet immergé dans un fluide, c’est-à-dire la somme vectorielle des forces exercées sur l’ensemble des éléments de surface infinitésimale composant la surface de l’objet, est exercée *vers le haut* en raison du fait que la pression augmente avec la profondeur. La force de pression vers le haut multipliée par la surface sur le bas d’un objet est plus élevée que la force de pression vers le bas multipliée par la surface sur le haut de l’objet. Il en résulte une force nette exercée vers le haut sur tout objet partiellement ou totalement immergé dans un fluide. Cette force est appelée poussée hydrostatique de l’objet. L’agent de la poussée hydrostatique est le fluide.

Si vous prenez un objet dans votre main, que vous l’immergez dans une eau calme et que vous   
le relâchez, l’une des trois choses suivantes se produira : l’objet subira une accélération vers le haut et remontera à la surface, l’objet restera au repos, ou l’objet subira une accélération vers le bas et s’enfoncera. Nous avons souligné que la poussée hydrostatique est toujours ascendante. Alors pourquoi l’objet pourrait-il couler? La raison en est, bien sûr, qu’après avoir relâché l’objet, la poussée hydrostatique n’est pas la seule force agissant sur l’objet. La force gravitationnelle continue d’agir sur l’objet lorsque celui-ci est immergé. Rappelons que le champ gravitationnel de la Terre enveloppe tout. Pour un objet qui ne touche rien d’autre que   
le fluide dans lequel il se trouve, le diagramme de corps libre (sans inclure le vecteur d’accélération) est toujours le même (à l’exception des longueurs relatives des flèches) :

*B*

*F*

et toute la question de savoir si l’objet (libéré du repos dans le fluide) coule, reste sur place ou remonte à la surface est déterminée par la comparaison entre la grandeur de la poussée hydrostatique et celle de la force gravitationnelle. Si la poussée hydrostatique est plus importante, la force nette est dirigée vers le haut et l’objet se déplace vers la surface.   
Si la poussée hydrostatique et la force gravitationnelle sont de même grandeur, l’objet reste en place. Et si la force gravitationnelle est plus importante, l’objet coule.

Comment déterminer l’importance de la poussée hydrostatique d’un objet? Tout d’abord, le cas le plus simple : Si les seules forces qui s’exercent sur l’objet sont la poussée hydrostatique et la force gravitationnelle, et que l’objet reste au repos, la poussée hydrostatique doit être égale à la force gravitationnelle. C’est le cas d’un objet comme un bateau ou un billot qui flotte à la surface du fluide dans lequel il se trouve.

Mais supposons que l’objet ne flotte pas librement au repos. Prenons le cas d’un objet immergé dans un fluide. Nous n’avons aucune information sur l’accélération de l’objet, mais nous ne pouvons pas supposer qu’elle est nulle. Supposons qu’une personne, tout en maintenant une prise ferme sur l’objet, ait immergé l’objet dans un liquide, puis l’ait relâché. Nous ne savons pas quelle direction il va prendre à partir de là, mais nous ***ne pouvons pas*** supposer qu’il va rester en place.

Pour dériver l’expression de la poussée hydrostatique, nous nous livrons à un petit exercice mental. Imaginez que vous remplaciez l’objet par un liquide (le même type de liquide que celui dans lequel l’objet est immergé), le liquide ayant exactement la même taille et la même forme que l’objet.

D’après notre expérience de l’eau stagnante, nous savons que la goutte de liquide reste en place, ce qui signifie qu’elle *est* en équilibre.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tableau des forces** | | | |
| ***Symbole = ?*** | ***Nom*** | ***Agent*** | ***Victime*** |
| *B* | Poussée hydrostatique | Le fluide environnant | Le liquide |
|  | Force de gravitation sur le liquide | Le champ gravitationnel  de la Terre | Le liquide |

a = 0

*B*

Le fait d’appliquer l’équation d’équilibre au   
liquide donne :

*a* = 0

*B*



La dernière équation indique que la poussée hydrostatique exercée sur le liquide est égale à la force de gravitation exercée sur le liquide. Voici maintenant le point essentiel de la dérivation : Comme le liquide a exactement la même taille et la même forme que l’objet d’origine, elle présente exactement la même surface au liquide environnant, qui exerce donc la même poussée hydrostatique sur le liquide que sur l’objet original. Étant donné que la poussée hydrostatique exercée sur le liquide est égale à la force gravitationnelle agissant sur le liquide, la poussée hydrostatique exercée sur l’objet d’origine est égale à la force gravitationnelle agissant sur le liquide. Il s’agit du principe d’Archimède

*B =* la poussée hydrostatique, qui est égale en grandeur à la force gravitationnelle qui pourrait agir sur la quantité de liquide qui tiendrait dans l’espace occupé par la partie immergée de l’objet.

(La force gravitationnelle)

Le principe d’Archimède stipule que : La poussée hydrostatique d’un objet partiellement ou totalement immergé dans un fluide est ascendante et égale à la force gravitationnelle qui s’exercerait sur la quantité de liquide qui se trouverait à l’endroit où se trouve l’objet si ce dernier n’y était pas. Pour un objet totalement immergé, le *volume* de la quantité de liquide qui se trouverait à l’endroit où se trouve l’objet si celui-ci n’était pas là est égal au volume de l’objet lui-même. Mais pour un objet qui n’est que partiellement immergé, le volume de la quantité de liquide qui se trouverait à l’endroit où se trouve l’objet si celui-ci n’était pas là est égal au volume (généralement inconnu) de la partie *immergée* de l’objet. Toutefois, si l’objet flotte librement au repos, l’équation d’équilibre (au lieu du principe d’Archimède) peut être utilisée pour établir rapidement que la poussée hydrostatique (d’un objet flottant librement comme un bateau) est égale à la force gravitationnelle agissant sur l’objet lui-même.

# 34 Principe de Pascal, équation de continuité et principe de Bernoulli

*Certaines erreurs tendent à se produire régulièrement dans l’application de l’équation de Bernoulli* *. Tout d’abord, les gens ont tendance à oublier de créer un diagramme afin d’identifier le point 1 et le point 2 pour pouvoir écrire l’équation de Bernoulli sous sa forme utile : . Ensuite, lorsque les deux vitesses dans l’équation de Bernoulli sont inconnues, ils oublient qu’il existe une autre équation qui relie les vitesses, à savoir l’équation de continuité sous la forme qui indique que le débit à la position 1 est égal au débit à la position 2.*

### Le principe de Pascal

De manière expérimentale, on constate que si l’on augmente la pression d’une certaine quantité à un endroit du fluide, la pression augmente de la même quantité partout dans le fluide. Ce résultat expérimental est connu sous le nom de principe de Pascal.

Nous appliquons le principe de Pascal chaque fois que nous actionnons les freins de nos voitures et camions. Le système de freinage est un système hydraulique. Le fluide est une huile que l’on appelle fluide hydraulique. Lorsque vous appuyez sur la pédale de frein, vous augmentez la pression partout dans le fluide de la conduite de frein hydraulique. Au niveau des roues, la pression accrue agissant sur les pistons attachés aux plaquettes de frein les pousse contre les disques ou les tambours reliés aux roues.

Exemple 34-1

Un simple élévateur hydraulique se compose de deux pistons, l’un plus grand que l’autre, dans des cylindres reliés par un tuyau. Les cylindres et le tuyau sont remplis d’eau. Lors de l’utilisation, une personne pousse vers le bas le petit piston et l’eau pousse vers le haut le grand piston. Le diamètre du plus petit piston est de 2,20 centimètres. Le diamètre du piston le plus grand est de 21,0 centimètres. Le piston le plus grand est surmonté d’un support métallique et d’une voiture. La masse combinée du support et de la voiture est de 998 kg. Trouvez la force que la personne doit exercer sur le plus petit piston pour soulever la voiture à une vitesse constante. Ne prenez pas en compte les masses des pistons.

***Solution***

Nous commençons par réaliser un croquis.

*D*S = 2**,**20 cm

*D*L = 21**,**0 cm

Trouvons maintenant la force *R*N exercée sur le piston le plus grand par l’élévateur de la voiture. Selon la troisième loi de Newton, elle est identique à la force normale *F*N exercée par le piston le plus grand sur l’élévateur de la voiture. Nous allons représenter et analyser le diagramme de corps libre de la voiture plus l’élévateur pour obtenir ce résultat.

*F* = *mg*

*F*N

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tableau des forces** | | | |
| ***Symbole*** | ***Nom*** | ***Agent*** | ***Victime*** |
| *F**=mg* | Force gravitationnelle sur l’élévateur et la voiture | Le champ gravitationnel de la Terre | L’élévateur et la voiture |
| *F*N | Force normale | Le grand piston | L’élévateur et la voiture |



Nous analysons maintenant l’équilibre du piston le plus grand afin de déterminer quelle doit être la pression du fluide pour que celui-ci exerce une force suffisante sur le piston (avec la voiture plus l’élévateur) pour le maintenir en mouvement à une vitesse constante.

*R*N *=*  = 9 780 newtons

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tableau des forces** | | | |
| ***Symbole*** | ***Nom*** | ***Agent*** | ***Victime*** |
| *R*N *=*  = 9 780 newtons | Interaction entre le partenaire et la force normale (voir ci-dessus) | Élévateur (partie de l’élévateur hydraulique sur lequel se trouve  la voiture) | Grand piston |
| *F*PL | Force liée à la pression sur le grand piston | L’eau | Grand piston |



*F*PL = *PA*L







 (34‑1)

*A*L est l’aire de la face du piston le plus grand. Nous pouvons utiliser le diamètre du piston le plus grand DL = 0,210 m pour déterminer l’aire de la face du piston le plus grand comme suit :

où est le rayon du piston le plus grand.

En substituant cette valeur et la valeur *R*N = *F*N = 9 780 newtons dans l’équation 34‑1,   
on obtient :

(Nous conservons intentionnellement 3 chiffres significatifs de trop dans ce résultat *intermédiaire*.)

Il ne reste plus qu’à analyser l’équilibre du petit piston pour déterminer la force que la personne doit exercer sur le petit piston.

*F*PERSONNE



*F*PS = *PA*S



La surface *A*S de la face du piston le plus petit est simplement pi multiplié par le carré du rayon du piston le plus petit où le rayon est , soit la moitié du diamètre du piston le plus petit. Ainsi :

*F*INDIVIDU = 107 N

### Liquide en mouvement : Le principe de continuité

Le principe de continuité désigne simplement un phénomène qui tombe sous le sens. Il s’agit d’une constatation du fait que pour toute section d’un tuyau unique, rempli d’un fluide incompressible (idéalisation approchée par les liquides), à travers laquelle le fluide dont le tuyau est rempli s’écoule, la quantité de fluide qui entre à une extrémité en un temps donné est égale à la quantité qui sort à l’autre extrémité dans le même temps. Si nous quantifions le fluide en termes de masse, il s’agit d’une affirmation de la conservation de la masse. Étant donné que le segment est rempli de fluide, le fluide entrant n’a pas la possibilité de se dilater dans le segment. Le fluide étant incompressible, les molécules qui le composent ne peuvent pas se rapprocher les unes des autres, c’est-à-dire que la densité du fluide ne peut pas changer. Dans ces conditions, la masse totale du fluide dans le segment du tuyau ne peut pas changer. Ainsi, chaque fois qu’une certaine masse de fluide s’écoule à une extrémité du segment, la même masse de fluide doit s’écouler à l’autre extrémité.

Position 2

Position 1





Segment de tuyau rempli du fluide qui s’écoule dans le tuyau

Cela ne peut être le cas que si le débit massique, c’est-à-dire le nombre de kilogrammes par seconde passant à un endroit donné dans le tuyau, est le même aux deux extrémités du   
segment du tuyau.

 (34-2)

Une conséquence intéressante du principe de continuité est le fait que, pour que le débit massique (le nombre de kilogrammes par seconde passant à un endroit donné du tuyau) soit   
le même dans une partie épaisse du tuyau que dans une partie mince, la vélocité du fluide   
(c’est-à-dire la vélocité des molécules du fluide) doit être plus grande dans la partie mince du tuyau. Voyons pourquoi il en est ainsi.

Ici, nous représentons à nouveau un tuyau dans lequel s’écoule un fluide incompressible.

Position 2

Position 1

Δ*m*1

Δ*m*2 ΔV2

**2

ΔV1

**1

Δ *x*2

Δ *x*1

Segment de tuyau entre les positions 1 et 2

En gardant à l’esprit que l’ensemble du tuyau est rempli de fluide, la zone ombrée à gauche représente le fluide qui passera à la position 1 dans le temps Δ *t* et la zone ombrée à droite représente le fluide qui passera à la position 2 dans le même temps Δ *t*. Dans les deux cas, pour que la totalité de la masse de liquide traverse la ligne de position correspondante, le liquide doit parcourir une distance égale à sa longueur. À présent, la masse de liquide étiquetée Δm2 doit être plus longue que la masse de liquide étiquetée Δm1 puisque le tuyau est plus étroit à la position 2 et selon l’équation de continuité, Δm1 = Δm2 (la quantité de fluide qui s’écoule dans le segment du tuyau entre la position 1 et la position 2 est égale à la quantité de fluide qui s’écoule hors de ce segment). Par conséquent, si la masse de liquide à la position 2 est plus longue et qu’elle doit passer la ligne de position dans le même temps que celui nécessaire à la masse de liquide à la position 1 pour passer sa ligne de position, la vélocité du fluide à la position 2 doit être plus élevée. La vélocité du fluide est plus importante à un endroit plus étroit du tuyau.

Établissons une relation quantitative entre la vélocité à la position 1 et la vélocité à la position 2. En commençant par



nous utilisons la définition de la densité pour remplacer chaque masse par la densité du fluide multipliée par le volume correspondant :

En divisant les deux côtés par la densité, on obtient quelque chose que vous savez déjà :



Soit dit en passant, si l’on divise les deux côtés par Δ *t* et que l’on prend la limite lorsque Δ *t* devient nul, on obtient , ce qui est une expression du principe de continuité en termes de débit volumétrique. Le débit volumétrique est généralement appelé *débit*. Bien que nous utilisions les unités SI  pour le débit, il se peut que vous connaissiez mieux le débit exprimé en gallons par minute.

Revenons maintenant à notre objectif, qui est de trouver une relation mathématique entre les vélocités du fluide aux deux endroits du tuyau. Nous copions ici le schéma du tuyau et y ajoutons une représentation de la face de la masse 1 de la zone *A*1 et de la face de la masse 2 de la zone *A*2.

Position 1

Position 2

**1

**2

Δ*m*1

ΔV1

Δ*m*2 ΔV2

Δ *x*2

Δ *x*1

*A*1

*A*2

Nous en étions au fait que ΔV1 = ΔV2 . Chaque volume peut être remplacé par l’aire de la face de la masse correspondante multipliée par la longueur de cette masse. Donc,



Rappelons que  n’est pas seulement la longueur de la masse 1, c’est également la distance que la masse 1 doit parcourir pour que l’ensemble du fluide passe la ligne de la position 1.   
Il en va de même pour la masse 2 et la position 2. En divisant les deux côtés par l’intervalle   
de temps Δ *t*, on obtient :



En prenant la limite lorsque Δ *t* devient nul, on obtient :

(34-3)

C’est la relation entre les vélocités que nous avons recherchée. Elle s’applique à toute paire de positions dans un tuyau entièrement rempli d’un fluide incompressible. Elle peut s’écrire   
comme suit

(34-4)

ce qui signifie que le produit de la section transversale du tuyau et de la vélocité du fluide à cette section transversale est le même pour chaque position le long du tuyau rempli de fluide. Pour tirer parti de ce fait, on écrit généralement, sous forme d’équation, que le produit *A* à un endroit est égal au même produit à un autre endroit. Autrement di, on écrit l’équation 34-3.

Notez que l’expression *A*, le produit de la surface de la section transversale du tuyau, à une position particulière, et la vélocité du fluide à cette même position, ayant été dérivée en divisant une expression pour le volume de fluide ΔV qui s’écoulerait à une position donnée du tuyau dans le temps Δ*t*, par Δ*t*, et en prenant la limite lorsque Δ*t* devient nul, n’est autre que le débit (le débit volumétrique) discuté dans l’aparté ci-dessus.

Notons en outre que si l’on multiplie le débit par la densité du fluide, on obtient le débit massique.

(34-5)

### Fluide en mouvement : Le principe de Bernoulli

La dérivation de l’équation de Bernoulli représente une application élégante du théorème travail-énergie. Nous examinons ici les conditions dans lesquelles l’équation de Bernoulli s’applique, puis nous énonçons et discutons simplement le résultat.

L’équation de Bernoulli s’applique à un fluide s’écoulant dans un tuyau plein. Le degré d’exactitude de l’équation de Bernoulli dépend de la mesure dans laquelle les conditions suivantes sont remplies :

1) Le fluide doit s’écouler selon un débit continu. Donc, le débit à toutes les positions de la conduite ne change pas avec le temps.

2) Le fluide doit s’écouler en ligne droite. Choisissez n’importe quel point du fluide. L’élément infinitésimal du fluide à ce point, à un instant donné, a suivi une certaine trajectoire pour arriver à ce point du fluide. Dans le cas d’un écoulement en ligne droite, chaque élément infinitésimal de fluide qui se retrouve au même point a emprunté le même chemin. (L’écoulement en ligne droite est le contraire de l’écoulement turbulent.)

3) Le fluide doit être non visqueux. Cela signifie que le fluide n’a pas tendance à « coller » aux parois du tuyau ou à lui-même. (La mélasse a une viscosité élevée. L’alcool a une faible viscosité.)

Imaginons un tuyau rempli d’un fluide qui s’écoule dans le tuyau. Dans le cas le plus général, la section transversale du tuyau n’est pas la même à tous les endroits du tuyau et les différentes parties du tuyau se trouvent à des niveaux différents par rapport à un niveau de référence arbitraire, mais fixe.

Position 2

*P*2

**2

**

Position 1

*P*1

*h*2

**1

*h*1

Choisissez deux points quelconques dans la conduite, comme les points 1 et 2 du schéma   
ci-dessus. (Vous savez déjà que, conformément à l’équation de continuité, .) Considérons la somme de termes suivante :

dans laquelle, au point considéré :

*P* est la pression du fluide,

ρ (la lettre grecque rho) est la masse volumique du fluide,

** est la valeur de la vélocité du fluide,

est la valeur du champ gravitationnel près de la surface de la Terre, et

*h* est Ie niveau du point dans la conduite, par rapport à un niveau de référence fixe.

Le principe de Bernoulli stipule que cette somme de termes a la même valeur en tout point de la conduite. L’équation de Bernoulli s’écrit généralement :

(34-6)

Mais pour l’utiliser, il faut choisir deux points dans la conduite et écrire une équation qui   
précise que

la valeur de la somme de termes est la même aux deux points.

(34-7)

Cette équation comporte une caractéristique particulièrement intéressante des fluides.   
Supposons que les points 1 et 2 se trouvent au même niveau, comme le montre le schéma suivant :

Position 1

Position 2

**1

**2

*P*1

*P*2

Donc  dans l’équation 34-7 et l’équation 34-7 devient :

Vérifiez-le. Si alors *P2* doit être inférieur à *P1* pour que l’égalité se vérifie.   
Cette équation signifie que lorsque la vélocité du fluide est élevée, la pression est faible.

# 35 Température, énergie interne, chaleur et chaleur massique

Comme vous le savez, la température est une mesure de la chaleur d’un corps. Frottez deux bâtons l’un contre l’autre et vous constaterez que leur température augmente. Vous avez exercé   
un travail sur les bâtons, et leur température a augmenté. Exercer un travail, c’est transférer de l’énergie. Vous avez donc transféré de l’énergie aux bâtons, et leur température a augmenté.   
Cela signifie que l’augmentation de la température d’un système indique une augmentation de l’énergie interne (ou énergie thermique) du système. (Dans ce contexte, le mot système est une généralisation du mot objet dans le jargon de la thermodynamique. En effet, un objet, par exemple une boule en fer, peut être un système. Un système est simplement le sujet de nos investigations ou de nos considérations. Il peut également s’agir d’un simple échantillon de gaz ou d’un morceau de métal, ou d’un récipient rempli d’eau, doté d’un thermomètre et d’un couvercle. Dans le cas présent, le système est constitué des deux bâtons.) L’énergie interne d’un système est l’énergie associée au mouvement des molécules, des atomes et des particules composant les atomes par rapport au centre de gravité du système, ainsi que l’énergie potentielle correspondant aux positions et aux vitesses des constituants inframicroscopiques susmentionnés du système les uns par rapport aux autres. Comme toujours en matière de comptabilité énergétique, le zéro absolu de l’énergie, dans le cas de l’énergie interne, n’a pas d’importance; seules les variations de l’énergie interne sont pertinentes. À ce titre, vous ou quiconque publierait un tableau des valeurs d’énergie interne (pour une substance donnée, on indique en fait l’énergie interne par unité de masse ou l’énergie interne par mole de la substance, dans des conditions précises, plutôt que l’énergie interne d’un échantillon de cette substance), pourrait choisir le zéro de l’énergie interne pour un système donné. Lorsque vous faites des prédictions concernant un processus physique impliquant ce système, tant que vous conservez le même zéro d’énergie interne tout au long de votre analyse, les résultats mesurables de votre prédiction ou explication ne dépendront pas de votre choix de zéro d’énergie interne.

Une autre façon d’augmenter la température de deux bâtons est de les mettre en contact avec un objet plus chaud qu’eux. La température des bâtons augmente ainsi automatiquement, sans   
qu’il soit nécessaire de les soumettre à un quelconque travail. Là encore, l’augmentation de la température de l’un des bâtons indique une augmentation de l’énergie interne de ce bâton.   
D’où vient cette énergie? Elle doit provenir de l’objet le plus chaud. Vous pouvez également remarquer que la température de l’objet le plus chaud a diminué lorsque vous l’avez mis en contact avec les bâtons. La diminution de la température de l’objet le plus chaud indique que la quantité d’énergie interne de l’objet le plus chaud a diminué. Vous avez mis l’objet le plus chaud en contact avec les bâtons, et l’énergie a été automatiquement transférée de l’objet le plus chaud vers les bâtons. Dans ce cas, le transfert d’énergie est appelé flux de chaleur. La chaleur est l’énergie qui est automatiquement transférée d’un objet plus chaud à un objet plus froid lorsque les deux objets sont en contact l’un avec l’autre. La chaleur n’est pas quelque chose qu’un système possède, mais plutôt de l’énergie transférée ou en cours de transfert. Une fois qu’elle a atteint le système vers lequel elle est transférée, nous l’appelons énergie interne. L’idée consiste à faire la distinction entre ce qui est appliqué à un système – un travail est exercé sur le système ou de la chaleur lui est transmise – et la façon dont le système change du fait de ce qui lui a été appliqué – l’énergie interne du système augmente.

Le fait que l’augmentation de la température d’un objet indique que de l’énergie est transférée à cet objet pourrait suggérer que chaque fois que vous transférez de l’énergie à un objet, sa température augmente. Mais ce n’est pas le cas. Essayez de mettre une cuillère chaude dans un verre rempli d’eau glacée. (Nous considérons ici qu’il y a suffisamment de glace pour que celle-ci ne fonde pas entièrement.) La cuillère devient aussi froide que l’eau glacée et une partie de la glace fond, mais la température de l’eau glacée reste la même (0 °C). Le refroidissement de la cuillère indique que de l’énergie en a été extraite, et étant donné que la cuillère était en contact avec l’eau glacée, l’énergie a dû être transférée à l’eau glacée. En effet, la glace subit un changement observable; elle fond en partie. L’augmentation de la quantité d’eau liquide et la diminution de la quantité de glace indiquent qu’il y a plus d’énergie dans l’eau glacée. Là encore, il y a eu un transfert d’énergie de la cuillère à l’eau glacée. Ce transfert est un flux automatique de chaleur qui se produit lorsque les deux systèmes sont mis en contact l’un avec l’autre. Manifestement, le flux de chaleur ne se traduit pas toujours par une augmentation de la température.

Des expériences montrent que lorsqu’un objet à température élevée est en contact avec un objet   
à température plus basse, la chaleur circule de l’objet à température élevée vers l’objet à température plus basse. Le flux de chaleur perdure jusqu’à ce que les deux objets soient à la même température. Nous définissons l’énergie cinétique moyenne de translation d’une molécule dans un système comme la somme des énergies cinétiques de translation de toutes les molécules composant le système divisée par le nombre total de molécules. Lorsque l’on met en présence deux systèmes simples de gaz parfaits – chacun comprenant une multitude de molécules à atome unique interagissant par collisions élastiques –, on constate que la chaleur circule du système dans lequel l’énergie cinétique de translation moyenne par molécule est la plus grande vers le système dans lequel l’énergie cinétique de translation moyenne par molécule est la plus faible. Cela signifie que la température du premier système est plus élevée. Autrement dit, plus l’énergie cinétique de translation des particules composant le système est élevée en moyenne, plus la température de ce système est élevée. C’est le cas pour de nombreux systèmes.

Les solides sont constitués d’atomes liés aux atomes voisins, de sorte que, par rapport à l’ensemble du solide, les molécules tendent à être maintenues dans leur position par des   
forces électrostatiques. L’énergie potentielle interne de deux molécules liées l’une à l’autre est inférieure à celle de la même paire de molécules non liées, car il faut fournir de l’énergie à la paire liée au repos pour obtenir la paire non liée au repos. Dans le cas de l’eau glacée, le transfert d’énergie dans celle-ci entraîne la rupture des liaisons entre les molécules d’eau, ce qui se traduit par la fonte de la glace. Ainsi, le transfert d’énergie dans l’eau glacée entraîne une augmentation de l’énergie potentielle interne du système.

Les deux types d’énergie interne que nous avons évoqués sont l’énergie potentielle interne et l’énergie cinétique interne. Lorsqu’il y a un transfert net d’énergie dans un système et que l’énergie mécanique macroscopique du système ne change pas (par exemple, dans le cas d’un objet proche de la surface de la Terre, la vitesse de l’objet dans son ensemble n’augmente pas,   
et le niveau de l’objet n’augmente pas), l’énergie interne (l’énergie cinétique interne ou l’énergie potentielle interne, ou les deux) du système augmente. Dans certains cas seulement, l’augmentation de l’énergie interne s’accompagne d’une augmentation de la température du système. Si la température n’augmente pas, il s’agit alors probablement d’un cas dans lequel c’est l’énergie *potentielle* interne du système qui augmente.

### Capacité thermique et chaleur massique

Concentrons-nous sur les cas dans lesquels le flux de chaleur dans un échantillon de matière s’accompagne d’une augmentation de la température de l’échantillon. Pour de nombreuses substances, dans certaines plages de température, la variation de température est (du moins approximativement) proportionnelle à la quantité de chaleur qui pénètre dans la substance.

Traditionnellement, la constante de proportionnalité s’écrit , de sorte que

où le *C* majuscule est la capacité thermique. Cette équation s’écrit plus généralement comme suit :

(35-1)

qui signifie que la quantité de chaleur qui doit circuler dans un système pour faire varier la température de ce système de  est la capacité thermique *C* multipliée par la variation de température désirée . La capacité thermique *C* est donc la « chaleur par unité de variation   
de température ». Son inverse est une mesure de la sensibilité thermique d’un système au flux de chaleur.

Concentrons-nous sur le plus simple des systèmes, à savoir un échantillon composé d’une seule matière, comme une certaine quantité d’eau. La quantité de chaleur nécessaire pour modifier la température de l’échantillon d’un certain nombre de degrés est directement proportionnelle à la masse de la substance. Par exemple, si vous doublez la masse de l’échantillon, il faudra deux fois plus de chaleur pour augmenter sa température de 1 °C. Nous pouvons formuler cet énoncé de manière mathématique :

Il est courant d’utiliser un *c* minuscule pour la constante de proportionnalité. Ainsi,



dans cette formule, la constante de proportionnalité *c* est la capacité thermique par unité de masse de la substance en question. La « capacité thermique par masse » *c* s’appelle capacité thermique massique ou simplement *chaleur massique* de la substance en question. Chaque substance de l’univers possède sa propre valeur de chaleur massique. (D’accord, il peut y avoir quelques doublons par coïncidence, mais vous voyez ce que je veux dire.) S’agissant de la chaleur massique, l’équation 35-1 (), dans le cas d’un système constitué uniquement d’un échantillon d’une seule substance, peut s’écrire comme suit :

 (35-2)

La chaleur massique *c* est une propriété inhérente à la nature de la matière dont est constituée une substance. Ainsi, les valeurs de la chaleur massique de différentes substances peuvent être présentées sous forme de tableau.

|  |  |
| --- | --- |
| **Substance** | **Chaleur massique\*** |
| Glace (eau solide) | 2 090 |
| Eau liquide | 4 186 |
| Vapeur d’eau (gaz) | 2 000 |
| Cuivre solide | 387 |
| Aluminium solide | 902 |
| Fer solide | 448 |

\* La chaleur massique d’une substance varie en fonction de la température et de la pression. Les valeurs indiquées correspondent à la pression atmosphérique. L’utilisation de ces valeurs constantes représentatives pour les cas impliquant une pression atmosphérique et des plages de températures comprises entre −100 °C et +600 °C, selon la phase du matériau, devrait donner des résultats raisonnables, mais si une précision est requise, ou si des informations sur le caractère raisonnable de vos résultats sont nécessaires, vous devez consulter un manuel de thermodynamique et des tables thermodynamiques et effectuer une analyse plus sophistiquée.

Notez qu’il faut beaucoup plus de joules d’énergie pour augmenter la température de  kg d’eau liquide de 1 C° que pour augmenter la température de 1 kg d’un métal de 1 C°.

### Température

Bien que vous connaissiez très bien le sujet, il convient de revenir sur la question de la température. Chaque fois que vous mesurez quelque chose, vous ne faites en réalité que comparer cette chose à une norme arbitrairement établie. Par exemple, lorsque vous mesurez   
la longueur d’une table avec un mètre, vous comparez la longueur de la table avec l’équivalent moderne de ce qui a été établi historiquement comme un dix-millième de la distance entre le pôle Nord de la Terre et l’équateur. Dans le cas de la température, une norme, appelée aujourd’hui « degré Celsius », a été établie comme suit : à 1 atmosphère de pression, la température à laquelle l’eau gèle est définie comme étant 0 °C et la température à laquelle l’eau bout est définie comme étant 100 °C. Ensuite, une substance dont la caractéristique mesurable dépend de la température, telle que la longueur d’une colonne de mercure liquide, a été utilisée pour interpoler et extrapoler la plage de températures. (Indiquez la position de l’extrémité de la colonne de mercure sur le tube contenant ce mercure lorsqu’il est à la température de l’eau glacée et à nouveau lorsqu’il est à la température de l’eau bouillante. Divisez l’intervalle entre les deux marques en cent parties. Utilisez la même longueur de chacune de ces parties pour étendre l’échelle dans les deux sens et appelez-la un thermomètre.)

Notez la manière arbitraire dont le zéro de l’échelle Celsius a été établi. Le choix de zéro n’est pas pertinent pour nos besoins puisque les équations 35-1 () et 35-2 () relient le *changement* de température, plutôt que la température même, à la quantité de flux de chaleur. Une échelle de température absolue a été établie pour le système d’unités SI. Le zéro de la température sur cette échelle est fixé à la température la plus élevée possible, de sorte qu’il est théoriquement impossible que la température d’un système en équilibre soit aussi basse que le zéro de l’échelle Kelvin. L’unité de température sur l’échelle Kelvin est le kelvin, abrégé K. Notez l’absence du symbole du degré dans l’unité. L’échelle Kelvin est similaire à l’échelle Celsius en ce sens qu’un changement de température de 1 K, par exemple, équivaut à un changement de température de 1 C°. (Remarque concernant la notation des unités : Les unités °C sont utilisées pour une *température* sur l’échelle Celsius, mais les unités C sont utilisées pour un *changement de température* sur l’échelle Celsius.)

Sur l’échelle Kelvin, à une pression d’une atmosphère, l’eau gèle à 273,15 K. Ainsi, une température en kelvin est liée à une température en °C par

Température en K = ( Température en °C ) ⋅ + 273**,**15 K

# 36 Chaleur : Changements de phase

*On a tendance à croire qu’à chaque fois que de la chaleur s’infiltre dans la glace, celle-ci fond.* C’EST FAUX. *Lorsque la chaleur pénètre dans la glace, celle-ci ne fond que si elle est déjà à la température de fusion. Lorsque la chaleur pénètre dans la glace dont la température est inférieure à la température de fusion, la température de la glace augmente.*

Comme indiqué dans le chapitre précédent, il arrive qu’un objet chaud soit mis en contact avec un échantillon plus froid, que la chaleur circule de l’objet chaud vers l’échantillon plus froid, mais que la température de l’échantillon plus froid *n’augmente pas*, même si aucune chaleur ne sort de l’échantillon plus froid (par exemple, vers un objet encore plus froid). Ce phénomène   
se produit lorsque l’échantillon plus froid subit un changement de phase. Par exemple, si l’échantillon le plus froid est de la glace H2O ou de la glace H2O et de l’eau liquide, à 0 °C et à la pression atmosphérique, lorsque la chaleur pénètre dans l’échantillon, la glace fond sans que la température n’augmente. Cette opération se poursuivra jusqu’à ce que toute la glace soit fondue (en supposant que l’échantillon reçoive suffisamment de chaleur pour faire fondre toute la glace). Ensuite, après la fonte du dernier morceau de glace à 0 °C, si la chaleur continue à circuler dans l’échantillon, la température de l’échantillon augmentera [[19]](#footnote-19).

Reprenons la question de savoir comment il est possible que la chaleur circule dans l’échantillon plus froid sans que ce dernier ne se réchauffe. L’énergie circule de l’objet le plus chaud   
vers l’échantillon le plus froid, mais l’énergie cinétique interne de l’échantillon le plus froid n’augmente pas. Encore une fois, comment est-ce possible? Le flux d’énergie dans l’échantillon plus froid s’accompagne d’une augmentation de l’énergie *potentielle* interne de l’échantillon. Elle est associée à la rupture des liaisons électrostatiques entre les molécules, la partie négative d’une molécule étant liée à la partie positive d’une autre. La division des molécules correspond à une augmentation de l’énergie potentielle du système. C’est comme un livre posé sur une table. Il est lié à la Terre par la gravitation. Si vous soulevez le livre et le placez sur une étagère plus haute que le dessus de la table, vous avez ajouté de l’énergie au système Terre/livre. Toutefois, vous avez augmenté l’énergie potentielle *sans* augmentation nette de l’énergie cinétique. Dans le cas de la fonte de la glace, le flux de chaleur dans l’échantillon se manifeste par une augmentation de l’énergie potentielle des molécules sans augmentation de l’énergie *cinétique* des molécules (qui s’accompagnerait d’une augmentation de la température).

La quantité de chaleur qui doit pénétrer dans un échantillon solide composé d’une seule substance et qui est déjà à sa température de fusion pour faire fondre l’ensemble de l’échantillon dépend d’une propriété de la substance dont l’échantillon est composé et de la masse de la substance. La propriété de la substance concernée s’appelle chaleur latente de fusion.   
La chaleur latente de fusion est la chaleur par masse nécessaire pour faire fondre la substance à la température de fusion. Notez que, malgré son nom, la chaleur latente n’est pas une quantité de chaleur, mais plutôt un rapport entre la chaleur et la masse. Le symbole utilisé pour représenter la chaleur latente en général est *L*, et nous utilisons l’indice *m* pour la fusion. Pour la chaleur latente de fusion, la quantité de chaleur, *Q*, qui doit circuler dans l’échantillon d’un solide composé d’une seule substance, qui est à la température de fusion, afin de faire fondre l’échantillon entier est donnée par :

*Q* = *m* *L* m

Notez l’absence de Δ*T* dans l’expression *Q* = *m* *L* m . Il n’y a pas de Δ*T*, car il n’y a pas de changement de température dans le processus. L’ensemble du changement de phase   
s’effectue à une même température.

Jusqu’à présent, nous avons parlé du cas d’un échantillon solide, à la température de fusion, qui   
est en contact avec un objet plus chaud. La chaleur pénètre dans l’échantillon et le fait fondre. Prenons maintenant un échantillon de la même substance sous forme *liquide* à la *même* température, mais en contact avec un objet *plus froid*. Dans ce cas, la chaleur circulera *depuis* l’échantillon vers l’objet plus froid. Cette perte de chaleur de l’échantillon n’entraîne pas de diminution de la température. Il s’agit plutôt d’un changement de phase de la substance dont est constitué l’échantillon, qui passe de l’état liquide à l’état solide. Ce changement de phase est appelé congélation. On parle également de solidification. La température à laquelle la congélation a lieu s’appelle température de congélation, mais il est important de se rappeler que la température de congélation a la même valeur que la température de fusion. La chaleur par masse qui doit s’écouler de la substance pour la congeler (en supposant que la substance soit déjà à la température de congélation) s’appelle chaleur latente de fusion, ou *L* f . La chaleur latente de fusion d’une substance donnée a la même valeur que la chaleur latente de fusion de cette même substance :

*L* f = *L* m

La quantité de chaleur qui doit s’écouler d’un échantillon de masse *m* pour le faire passer de l’état liquide à l’état solide est donnée par la formule suivante :

*Q* = *m* *L* f

Là encore, il n’y a pas de changement de température.

Les deux autres changements de phase à prendre en compte sont la vaporisation et la condensation. La vaporisation est également connue sous le nom d’ébullition. Il s’agit du changement de phase au cours duquel un liquide se transforme en gaz. Elle aussi (comme dans le cas de la congélation et de la fusion) se produit à une même température, mais pour une substance donnée, la température d’ébullition est plus élevée que la température de congélation. La chaleur par masse qui doit circuler dans un liquide pour le convertir en gaz s’appelle chaleur latente de vaporisation   
*L* v . La chaleur qui doit pénétrer *dans* la masse *m* d’un liquide qui est déjà à sa température d’ébullition (ou température de vaporisation) pour le convertir entièrement en gaz est donnée par :

*Q* = *m* *L* v

La condensation est le changement de phase par lequel un gaz se transforme en liquide. Pour   
qu’il y ait condensation, le gaz doit être à la température de condensation, c’est-à-dire à la même température que la température d’ébullition (ou température de vaporisation). En outre, la chaleur doit *s’échapper* du gaz, comme c’est le cas lorsque le gaz est en contact avec un objet *plus froid*.   
La condensation a lieu à une température fixe qui s’appelle température de condensation. (La température de fusion, la température de congélation, la température d’ébullition et la température de condensation sont également appelées respectivement point de fusion, point de congélation, point d’ébullition et point de condensation.) La chaleur par masse qui doit être extraite d’un type particulier de gaz (qui est déjà à la température de condensation) pour convertir ce gaz en liquide à   
la même température, s’appelle chaleur latente de condensation *L* c. Pour une substance donnée, la chaleur latente de condensation a la même valeur que la chaleur latente de vaporisation. Pour un échantillon de masse *m* d’un gaz à sa température de condensation, la quantité de chaleur qui doit *sortir* de l’échantillon pour convertir l’ensemble de l’échantillon en liquide est donnée par :

*Q* = *m* *L* c

Il est important de noter que les valeurs réelles de la température de congélation, de la température d’ébullition, de la chaleur latente de fusion et de la chaleur latente de vaporisation sont différentes selon les substances. Pour *l’eau*, nous avons :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Changement de phase** | **Température** | **Chaleur latente** |
| Fusion  Congélation | 0 °C |  |
| Ébullition ou vaporisation  Condensation | 100 °C |  |

Exemple 36-1

Quelle quantité de chaleur faut-il pour convertir 444 grammes de glace H2O à -9,0 °C en vapeur (gaz H2O) à 128,0 °C?

***Discussion sur la solution***

Plutôt que de résoudre cette question à votre place, nous vous expliquons simplement comment la résoudre.

Pour convertir la glace à -9,0 °C en vapeur à 128,0 °C, nous devons d’abord faire circuler suffisamment de chaleur dans la glace pour la réchauffer jusqu’à la température de fusion, 0 °C. Cette étape est un problème de chaleur massique. Nous utilisons donc

*Q*1 = *m c* glace Δ*T*

où Δ*T* est [0 °C – (–9**.**0 °C)] = 9**,**0 C° .

Maintenant que la glace est à la température de fusion, nous devons ajouter suffisamment de chaleur pour la faire fondre. Cette étape représente un problème de chaleur latente.

*Q*2 = *m L* m

Après que *Q*1 + *Q*2 ait circulé dans le H2O, nous disposons d’eau liquide à 0 °C. Nous devons donc désormais trouver la quantité de chaleur qui doit circuler dans l’eau liquide pour la réchauffer à son point d’ébullition, soit 100 °C.

*Q*3 = *m* *c*eau liquide Δ*T* ′

où Δ*T* ′ = (100 °C – 0 °C) = 100 °C.

Après que *Q*1 + *Q*2 + *Q*3 ait circulé dans le H2O, nous disposons désormais d’eau liquide à 100 °C. Nous devons donc désormais trouver la quantité de chaleur qui doit circuler dans   
l’eau liquide 100 °C pour la convertir en vapeur à 100 °C.

*Q*4 = *m* *L* v

Après que *Q*1 + *Q*2 + *Q*3 + *Q*4 ait circulé dans le H20, nous disposons désormais de vapeur d’eau (gaz) à 100 °C. Nous devons juste trouver la quantité de chaleur qui doit circuler dans la vapeur d’eau à 100 °C pour la réchauffer à 128 °C.

*Q*5 = *m* *c* vapeur Δ*T* ′′

où Δ*T* ′′ = 128 °C − 100 °C = 28 °C.

Ainsi, la quantité de chaleur qui doit circuler à travers l’échantillon de glace solide à –9**.**0 °C pour que celui-ci se vaporise à 128 °C (la réponse à la question) est la suivante :

*Q* total = *Q*1 + *Q*2 + *Q*3 + *Q*4 + *Q*5

# 37 Le premier principe de la thermodynamique

*Nous utilisons le symbole U pour représenter l’énergie interne. C’est le même symbole que nous avons utilisé pour représenter l’énergie potentielle mécanique d’un objet. Ne confondez pas ces deux quantités différentes l’une avec l’autre. Dans les problèmes, les questions et les discussions, le contexte vous indiquera   
si le U représente l’énergie interne ou l’énergie potentielle mécanique.*

Nous terminons ce manuel de physique en entamant la partie *physique* (le chapitre 1 était   
une révision des *mathématiques*), avec une discussion sur la conservation de l’énergie. Au chapitre 2, nous avons abordé la conservation de l’énergie mécanique. Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l’énergie thermique.

Dans le cas d’un système déformable, il est possible d’effectuer un travail net sur le système sans que son énergie cinétique mécanique ne change (où *m* est la masse du système, ** est la vitesse du centre de masse du système,  est le moment d’inertie du système et ** est la grandeur de la vélocité angulaire du système). Voici des exemples de ce type de travail : la flexion d’un cintre, l’étirement d’un élastique, la compression d’un morceau d’argile, la compression d’un gaz et l’agitation d’un fluide.

Lorsque vous effectuez un travail sur quelque chose, vous lui transférez de l’énergie. Prenons par exemple le cas d’une personne qui pousse un chariot initialement au repos. Dans votre corps, vous convertissez l’énergie potentielle chimique en énergie mécanique, que vous transférez au chariot en le poussant. Après l’avoir poussé pendant un certain temps, le chariot se déplace, ce qui signifie qu’il possède une certaine énergie cinétique. Au bout du compte, le chariot possède donc de l’énergie cinétique qui était à l’origine de l’énergie potentielle chimique stockée en vous. L’énergie a été transférée de vous au chariot.

Dans le cas du chariot, ce qu’il advient de l’énergie que vous transférez au chariot est clair. Mais qu’en est-il du cas d’un système déformable dont le centre de masse reste immobile? Lorsque vous effectuez un travail sur un tel système, vous lui transférez de l’énergie. Qu’advient-il de l’énergie? Expérimentalement, nous constatons que l’énergie devient une partie de l’énergie interne du système. L’énergie interne du système augmente d’une quantité égale au travail effectué sur le système.

Cette augmentation de l’énergie interne peut être une augmentation de l’énergie potentielle interne, une augmentation de l’énergie cinétique interne ou les deux. Une augmentation de l’énergie cinétique interne se manifeste par une augmentation de la température.

Le travail sur un système correspond à la deuxième façon que nous avons envisagé de provoquer une augmentation de l’énergie interne du système. L’autre moyen était de faire circuler la chaleur dans le système. Le fait qu’un travail sur un système ou un flux de chaleur dans ce système y augmente l’énergie interne est représenté, sous forme d’équation, par :

Δ*U = Q +W*IN

que nous reproduisons ici par souci de commodité :

Δ*U = Q +* *W*IN (37-1)

Dans cette équation, Δ*U* correspond au changement de l’énergie interne du système, *Q* est la quantité de chaleur qui circule à l’intérieur du système et *W*IN est la quantité de travail qui est fait sur le système. Cette équation s’appelle le *premier principe de la thermodynamique*. Les chimistes l’écrivent généralement sans l’indice IN sur le symbole *W* représentant le travail effectué sur le système. (L’indice IN est là pour nous rappeler que le *W*IN représente un transfert d’énergie *à l’intérieur* du système. Dans la convention de la chimie, il est entendu que *W* représente le travail effectué sur le système – aucun indice n’est donc nécessaire.)

Historiquement, le milieu de la physique et du génie a étudié et développé la thermodynamique dans le but de construire un meilleur moteur thermique, un dispositif, comme une machine à vapeur, conçu pour produire du travail à partir de la chaleur. Il s’agit d’un dispositif dans lequel la chaleur entre et le travail sort. C’est probablement pour cette raison que le premier principe est presque toujours présenté comme suit :

Δ*U*  = *Q* − *W*  (37-2)

où le symbole *W* représente la quantité de travail effectuée *par* le *système* sur le monde extérieur. (C’est exactement le contraire de la convention de la chimie.) Comme il s’agit d’un cours de physique, c’est sous cette forme (Δ*U = Q −  W*) que le premier principe est indiqué sur la feuille de formule. Il est conseillé de rendre le premier principe aussi explicite que possible en l’écrivant comme suit Δ*U = Q* IN*−  W*OUT  ou, mieux encore :

Δ*U = Q* IN + *W*IN (37-3)

Sous cette forme, l’équation indique que vous pouvez augmenter l’énergie interne d’un système en y provoquant un flux de chaleur ou en effectuant un travail sur ce système. Notez que n’importe laquelle des quantités de l’équation peut être négative. Une valeur négative de *Q* IN signifie que la chaleur circule en fait en dehors du système. Une valeur négative de *W*IN signifie que le travail est en fait effectué par le système sur son environnement. Enfin, une valeur négative de Δ*U* signifie que l’énergie interne du système diminue.

Encore une fois, la meilleure chose à faire est d’utiliser des indices et de faire preuve de bon sens. Rédigez le premier principe de la thermodynamique en tenant compte du fait que la chaleur ou le travail entrant *à l’intérieur* d’un système *augmente* l’énergie interne du système   
et que la chaleur ou le travail *sortant* du système *diminue* l’énergie interne du système.

1. Un capteur photoélectrique est un dispositif qui produit un faisceau lumineux, et qui envoie un signal à un ordinateur pour indiquer si le faisceau est bloqué ou non. Lorsqu’un chariot passe dans le capteur, il bloque temporairement le faisceau lumineux. L’ordinateur mesure alors la durée du blocage du faisceau et utilise cette valeur de même que la longueur connue du chariot pour déterminer la vitesse du chariot lorsque ce dernier franchit le capteur. [↑](#footnote-ref-1)
2. Procédé qui consiste à associer quelque chose dont on se souvient facilement à une notion difficile à mémoriser. [↑](#footnote-ref-2)
3. En physique classique, nous avons affaire à des vitesses beaucoup moins grandes que la vitesse de la lumière c = 3**.**00×108m/s. L’expression de physique classique est une approximation (une approximation fantastique à des vitesses bien inférieures à la vitesse de la lumière – plus la vitesse est faible, mieux c’est) de l’expression relativiste , qui est valable pour toutes les vitesses. [↑](#footnote-ref-3)
4. L’énergie potentielle dont il est question ici est l’énergie potentielle gravitationnelle « de l’objet ». En fait, il s’agit   
   de l’énergie potentielle gravitationnelle du système objet – Terre pris dans son ensemble. Il serait plus exact d'attribuer l'énergie potentielle au champ gravitationnel de l'objet et au champ gravitationnel de la Terre. Lorsque vous soulevez un objet, c’est comme si vous étiriez un ressort invisible bizarre – bizarre en ce sens qu’il n’est pas plus difficile à étirer à mesure que vous tirez, comme le fait un ressort ordinaire – et que l’énergie serait emmagasinée dans ce ressort invisible. Toutefois, pour des raisons de comptabilisation de l’énergie, il est plus facile d’attribuer l’énergie potentielle gravitationnelle d’un objet près de la surface de la Terre à l’objet lui-même, et c’est ce que nous faisons dans ce manuel. C’est comme lorsqu’on appelle « poids de l’objet » la force gravitationnelle que le champ gravitationnel terrestre exerce sur un objet, comme s’il s’agissait d’une propriété de l’objet, plutôt que de désigner cette force par   
   ce qu’elle est en réalité : une influence externe qui agit sur l’objet. [↑](#footnote-ref-4)
5. Cette équation classique de physique s’applique aux vitesses inférieures à la vitesse de la lumière c = 3**,**00×108m/s. L’équation relativiste correspondant à la quantité de mouvement est la suivante : . À des vitesses très faibles par rapport à la vitesse de la lumière, l’équation classique de physique *p* = *m* est une approximation remarquable de l’équation relativiste. [↑](#footnote-ref-5)
6. Le « problème de collision de type I », que nous n’avons pas nommé ainsi précédemment, étant donné qu’il s’agissait à ce moment-là du seul type de problème de collision que vous deviez traiter, est le type de problème que vous avez résolu lorsque vous avez étudié la quantité de mouvement, soit le type de problème (et ses variations) dans lequel deux objets entrent en collision, et en fonction de la vélocité initiale et de la masse de chaque objet, vous devez trouver la vélocité finale de chaque objet. [↑](#footnote-ref-6)
7. Comment peut-on se rappeler ce qui doit être indiqué sur chaque axe? Un truc mnémonique s’applique à tous les graphiques « *y vs x* » Voyez-vous le « v » dans « vs »? Oui, c’est la première lettre du mot « versus », mais dites-vous qu’elle veut aussi dire « *vertical* ». La variable physique se rapprochant le plus du « v » dans « vs » est placée le long de l’axe *vertical*. Par exemple, dans un graphique de *Position en fonction du temps*, la Position est placée le long de l’axe vertical (soit l’axe des y), laissant le Temps pour l’axe horizontal (soit l’axe des x). D’ailleurs, le mot mnémonique signifie « dispositif de mémoire », un truc, un mot, une ritournelle ou une image que l’on peut   
   utiliser pour se souvenir de quelque chose. [↑](#footnote-ref-7)
8. La vélocité initiale, ou vitesse à la bouche, de tout pistolet est la vélocité, par rapport au pistolet, à laquelle la balle, la bille ou le dard sort du canon du pistolet. La sortie du canon, soit l’ouverture à l’extrémité avant du pistolet, se nomme la bouche du pistolet, ce qui explique le nom « vélocité à la bouche. » [↑](#footnote-ref-8)
9. L’équation 12-4 est connue comme étant la deuxième loi de Newton. La deuxième loi de Newton peut également être écrite où  représente la quantité de mouvement de l’objet. Cette dernière équation est valide pour toutes les vitesses possibles, même pour les vitesses près de la vitesse de la lumière. Pour dériver l’équation 12-4   
   de celle-ci, nous utilisons qui s’applique uniquement pour les petites vitesses comparées à la vitesse de la lumière. Donc, l’équation 12-4 est uniquement valide pour les petites vitesses comparées à la vitesse de la lumière (3,00 × 10 8 m/s). De plus, le concept de force s’avère peu pratique à l’échelle atomique ou à une échelle plus petite (distances inférieures à environ 1 × 10 -9 m). Des échelles si petites sont du domaine de la mécanique quantique où l’énergie et la quantité de mouvement jouent encore un rôle important. [↑](#footnote-ref-9)
10. La loi universelle de la gravitation de Newton est une approximation de la théorie beaucoup plus compliquée de la relativité générale d’Einstein. L’approximation est excellente pour la mécanique spatiale des engins spatiaux et la plupart des planètes, mais il faut appliquer la théorie de la relativité générale pour une explication exhaustive de l’orbite de Mercure. [↑](#footnote-ref-10)
11. L’énoncé selon lequel les différentes contributions au champ gravitationnel s’additionnent comme des vecteurs est connu comme le principe de superposition pour le champ gravitationnel. Einstein, dans sa théorie de la relativité générale, avait démontré que le principe de superposition pour le champ gravitationnel est en fait une approximation qui sert bien pour les champs gravitationnels que vous verrez dans le cadre de ce cours, mais qu’il ne tient plus la route dans le cas de champs gravitationnels très puissants. [↑](#footnote-ref-11)
12. Un court axe vertical est fixé sur la surface horizontale et traverse la plaque au moyen d’un petit trou circulaire, de manière à ce que la plaque puisse tourner librement autour de l’axe. Sauf mention contraire dans le cas étudié, on considère qu’aucune friction ne s’applique au couple exercé sur un objet fixé par une goupille. [↑](#footnote-ref-12)
13. Vous connaissez beaucoup mieux les opérateurs relationnels que vous ne le pensez. Le signe + est un opérateur relationnel pour les scalaires (nombres). L’opération est alors une addition. Son application aux nombres 2 et 3 donne 2 + 3 = 5. Vous connaissez également les opérateurs relationnels −, ⋅ et ÷, correspondant respectivement à la soustraction, à la multiplication et à la division (des scalaires). [↑](#footnote-ref-13)
14. Deux vecteurs antiparallèles suivent l’un et l’autre des directions exactement opposées. Ils forment un angle de 180°. Des vecteurs antiparallèles suivent soit des lignes parallèles, soit la même ligne, mais sont orientés dans des directions opposées. [↑](#footnote-ref-14)
15. Pour ce cours, vous devez apprendre deux règles de la main droite : la « règle de la main droite pour les courbes et les droites » et la règle de la main droite pour le produit vectoriel de deux vecteurs. [↑](#footnote-ref-15)
16. Vous aurez peut-être remarqué que nous utilisons un raisonnement circulaire. Notez que si, dans la Figure 1, nous avions choisi d’orienter l’axe z dans la direction opposée (en conservant *x* et y tels quels), alors serait dirigé dans la direction –z. D’ailleurs, en choisissant les directions +*x* et +y, on définit la direction +z comme la direction donnant . Ce procédé aboutit à ce qu’on appelle un « système de coordonnées droitier » qui est, par convention, le type de système utilisé en sciences et en mathématiques. Si , alors le système de coordonnées est gaucher : cette situation doit être évitée. [↑](#footnote-ref-16)
17. Comme indiqué précédemment, l’énergie potentielle est l’énergie du système des objets et de leurs champs dans son ensemble, mais il est courant de l’attribuer à une partie du système à des fins de « comptabilité ». [↑](#footnote-ref-17)
18. L’énergie potentielle est en fait l’énergie potentielle du système composé de la particule, ce avec quoi la particule interagit, et du champ correspondant. Par exemple, si nous avons une particule dans le champ gravitationnel de la Terre, l’énergie potentielle est celle de la Terre plus la particule et le champ gravitationnel de la Terre plus la particule. Pour simplifier les calculs, il est pratique d’attribuer l’énergie potentielle à la particule, ce qui a été fait dans le présent ouvrage. [↑](#footnote-ref-18)
19. Dans cette discussion, nous traitons l’échantillon comme s’il avait une température bien définie. Il s’agit d’une approximation. Lorsque l’échantillon est en contact avec un objet plus chaud, et que la chaleur circule de l’objet plus chaud vers l’échantillon, la partie de l’échantillon en contact direct avec l’objet plus chaud et à proximité de celui-ci sera à une température plus élevée que les autres parties de l’échantillon. Plus l’objet est chaud, plus la variation de la température de la partie locale de l’échantillon est importante en fonction de la distance par rapport à l’objet. Nous négligeons cette variation de température, de sorte que notre discussion n’est appropriée que lorsque la variation de température est faible. [↑](#footnote-ref-19)