cbPhysicsIIb24\_fr\_ca (2)

**Physique basée sur le calcul II**

**Jeffrey W. Schnick**

Copyright 2006, Jeffrey W. Schnick, Creative Commons Attribution Share-Alike License 2**.**5. Vous pouvez copier, modifier et rediffuser ce travail sous la même licence, à condition d’en attribuer la paternité à l’auteur. Voir <http://creativecommons.org/>

*Ce livre est dédié à Marie, Sara et Natalie.*

[1 Charge et loi de Coulomb 2](#_Toc155013479)

[2 Le champ électrique : description et effets 9](#_Toc155013480)

[3 Champ électrique créé par une ou plusieurs charges ponctuelles 14](#_Toc155013481)

[4 Conducteurs et champ électrique 24](#_Toc155013482)

[5 Travail effectué par le champ électrique et potentiel électrique 32](#_Toc155013483)

[6 Potentiel électrique dû à une ou plusieurs charges ponctuelles 42](#_Toc155013484)

[7 Surfaces équipotentielles, conducteurs et différence de potentiel 48](#_Toc155013485)

[8 Condensateurs, diélectriques et énergie dans les condensateurs 53](#_Toc155013486)

[9 Courant électrique, force électromotrice et loi d’Ohm 63](#_Toc155013487)

[10 Résistances en série et en parallèle, et mesure de *I* et *V* 70](#_Toc155013488)

[11 Résistivité et puissance 84](#_Toc155013489)

[12 Lois de Kirchhoff et tension aux bornes 90](#_Toc155013490)

[13 Circuits RC 99](#_Toc155013491)

[14 Condensateurs en série et en parallèle 109](#_Toc155013492)

[15 Introduction au champ magnétique : effets 115](#_Toc155013493)

[16 Champ magnétique : autres effets 122](#_Toc155013494)

[17 Sources de champs magnétiques 137](#_Toc155013495)

[18 Loi de Faraday et loi de Lenz 145](#_Toc155013496)

[19 Induction, transformateurs et générateurs 157](#_Toc155013497)

[20 Loi de Faraday et équation de Maxwell-Ampère 174](#_Toc155013498)

[21 Nature des ondes électromagnétiques 186](#_Toc155013499)

[22 Principe de Huygens et interférence de deux fentes 192](#_Toc155013500)

[23 Diffraction par une fente 211](#_Toc155013501)

[24 Interférence dans une pellicule mince 217](#_Toc155013502)

[25 Polarisation 223](#_Toc155013503)

[26 Optique géométrique et réflexion 229](#_Toc155013504)

[27 Réfraction, dispersion et réflexion interne 237](#_Toc155013505)

[28 Lentilles minces et rayons de lumière 243](#_Toc155013506)

[29 Lentilles minces équation des lentilles minces et vergence 257](#_Toc155013507)

[30 Champ électrique d’une distribution de charge linéique et continue 267](#_Toc155013508)

[31 Potentiel électrique d’une distribution de charge continue 279](#_Toc155013509)

[32 Calcul du champ électrique à partir du potentiel électrique 284](#_Toc155013510)

[33 Théorème de Gauss 296](#_Toc155013511)

[34 Exemple du théorème de Gauss 304](#_Toc155013512)

[35 Équation de Maxwell-Thomson et retour sur le théorème d’Ampère 309](#_Toc155013513)

[36 Loi de Biot et Savart 318](#_Toc155013514)

[37 Équations de Maxwell 324](#_Toc155013515)

# 1 Charge et loi de Coulomb

La charge est une propriété de la matière. Il y a deux types de charge : positive « + » et négative « − ».[[1]](#footnote-1) Un objet peut avoir une charge positive, négative ou nulle. Toute particule chargée provoque l’existence d’un vecteur de « force par unité de charge cible » en chaque point de la région de l’espace qui l’entoure. L’ensemble infini des vecteurs de force par charge présumée victime est appelé champ vectoriel. Toute particule chargée qui se trouve dans la région de l’espace où existe le champ vectoriel de force par unité de charge cible subira une force exercée par ce même champ vectoriel. Le champ de force par unité de charge cible est appelé champ électrique. La particule chargée produisant le champ électrique est appelée charge source. (Petite explication du jargon : une particule chargée est une particule qui possède une charge. Souvent, on appelle ces particules « des charges » par raccourci.)

La charge source crée un champ électrique qui exerce une force sur la charge cible. L’effet net est que la charge source exerce une force sur la charge cible. Bien qu’il y ait beaucoup à dire sur le champ électrique, nous nous concentrons pour l’instant sur l’effet net, que nous énonçons simplement (en négligeant l’agent « intermédiaire », le champ électrique) comme suit :   
« Une particule chargée exerce une force sur une autre particule chargée ». Cette affirmation est la *loi de Coulomb* dans sa forme conceptuelle. Cette force est appelée *force de Coulomb*, ou *force électrostatique*.

À noter que l’une ou l’autre charge peut être considérée comme la charge source ou comme la charge cible. Désigner une charge comme étant la charge cible revient à établir un point de vue, comme on choisit un point de vue lorsqu’on étudie un objet en mouvement ou à l’équilibre aux fins d’application de la deuxième loi de Newton, . Dans la loi de Coulomb, la force exercée sur une particule chargée par une autre est dirigée le long de la ligne reliant les deux particules. Cette force s’éloigne de la particule source si les deux particules ont le même type de charge (toutes deux positives ou toutes deux négatives) ou se rapproche de la particule source si le type de charge est différent (l’une positive et l’autre négative). Ce principe vous est probablement familier : « les charges similaires se repoussent et les charges opposées s’attirent ».

L’unité SI de charge est le coulomb (symbole « C »). Un coulomb représente une charge importante, à tel point que deux particules ayant chacune une charge de +1 C et séparées par une distance d’un mètre exercent l’une sur l’autre une force de N, soit 9 milliards de newtons.

Ce qui nous conduit à l’équation de la loi de Coulomb, qui permet de calculer l’ampleur de la force exercée par une particule chargée sur une autre :

(1-1)

où :

*k* = est une constante universelle dénommée *constante de Coulomb*,

 est la charge de la particule 1,

 est la charge de la particule 2 et

** est la distance entre les deux particules.

L’utilisateur de l’équation (nous parlons toujours de l’équation 1-1, ) est censé déterminer la direction de la force en faisant appel à son « intuition » (sachant que les charges similaires se repoussent et les charges opposées s’attirent).

Si la loi de Coulomb sous forme d’équation est énoncée pour des particules ponctuelles, elle fonctionne également pour les distributions de charges à symétrie sphérique (telles que les sphères uniformément chargées) tant que l’on utilise la distance de centre à centre pour ** .

**.**

*q*1

**.**

*q*2

**

La loi de Coulomb constitue également une bonne approximation dans le cas d’objets sur lesquels la charge n’est pas à symétrie sphérique, tant que les dimensions des objets sont petites par rapport à la distance les séparant (plus c’est vrai, meilleure est l’approximation). Là encore, on utilise la distance entre les centres des distributions de charges dans l’équation de la loi de Coulomb.

La loi de Coulomb peut être écrite sous forme vectorielle comme suit :

(1-2)

où :

 est la force « de 1 sur 2 », à savoir la force exercée par la particule 1 sur la particule 2;

est un vecteur unitaire dans la direction « de 1 vers 2 »;

*k*, *q*1 et *q2* sont définies comme précédemment (la constante de Coulomb, la charge de la particule 1 et la charge de la particule 2, respectivement).

Notez l’absence de signes de valeur absolue autour de *q*1 et *q*2. Pour une particule qui a une certaine quantité de charge négative, disons 5 coulombs, on utilise une charge de −5 coulombs, et pour une particule de 5 coulombs de charge positive, on utilise une charge de +5 coulombs). Les signes plus et moins désignant le type de charge ont la signification arithmétique habituelle lorsqu’on insère les charges dans les équations. Par exemple, si vous combinez deux objets, l’un portant une charge *q*1 = +3 C et l’autre portant une charge *q*2 = −5 C, alors l’objet composite a une charge

*q* = *q*1 + *q*2

*q* = +3 C + (−5 C)

*q* = −2 C

Notez que l’interprétation arithmétique du type de charge dans la forme vectorielle de la loi de Coulomb fait que cette équation donne la bonne direction de la force pour toute combinaison de types de charge. Par exemple, si l’une des particules a une charge positive et l’autre négative, alors la valeur du produit *q*1 *q*2 dans l’équation 1-2

a un signe négatif que nous pouvons associer au vecteur unitaire. Or, est dans la direction opposée à « de 1 vers 2 », c’est-à-dire dans la direction « de 2 vers 1 ». Cela signifie que , la force de 1 sur 2, est dirigée vers la particule 1. On retrouve l’attraction des charges de signes opposés. De même, si *q*1 et *q*2 sont toutes deux positives ou toutes deux négatives dans , alors la valeur du produit *q*1 *q*2 est positive, ce qui signifie que la direction de la force de 1 sur 2 est  (de 1 vers 2), c’est-à-dire qu’elle s’éloigne de 1. On retrouve la répulsion des charges de même signe.

Nous avons parlé de la force de 1 sur 2, mais la particule 2 exerce également une force sur la particule 1. Cette force est donnée par . Le vecteur unitaire , pointant de 2 vers 1, est simplement le vecteur unitaire pointant de 1 vers 2, mais négatif :

Si nous faisons cette substitution dans notre expression de la force exercée par la particule 2 sur la particule 1, nous obtenons :

En comparant le côté droit de notre expression de la force de 1 sur 2   
(à savoir ), nous obtenons :

.

Ainsi, selon la loi de Coulomb, si la particule 1 exerce une force sur la particule 2, alors la particule 2 exerce en même temps une force égale mais opposée sur la particule 1, ce qui, comme nous le savons, doit être le cas en vertu de la troisième loi de Newton.

À l’échelle macroscopique[[2]](#footnote-2), on constate que la charge n’est pas une propriété fixe inhérente à un objet, mais plutôt quelque chose qu’on peut modifier. Frottez une tige de caoutchouc neutre avec de la fourrure animale, par exemple, et vous observerez après coup que la tige a une certaine charge et que la fourrure a le type de charge opposé. C’est à Benjamin Franklin qu’on doit la convention selon laquelle la charge de la tige est négative, et celle de la fourrure, positive. Pour comprendre comment la tige en vient à avoir une charge négative, nous allons nous plonger brièvement dans le monde atomique, et même dans le monde subatomique.

La matière stable que nous connaissons se compose de protons, de neutrons et d’électrons. Les neutrons sont neutres, les protons ont une quantité fixe de charge positive et les électrons ont la même quantité fixe de charge négative. Contrairement à la tige de caoutchouc de notre monde macroscopique, vous ne pouvez pas donner de charge au neutron, ni ajouter ou retirer de charge au proton ou à l’électron. Chaque proton possède la même quantité fixe de charge, à savoir . Les scientifiques n’ont jamais été en mesure d’isoler une plus petite quantité de charge. Cette quantité de charge est désignée par le symbole « e ». e est une unité de charge non-SI. Comme nous le disions, . En unités de e, la charge d’un proton est 1 e (exactement) et la charge d’un électron est −1 e (exactement). Pour quelque obscure raison, les humains ont tendance à interpréter le fait que l’unité e est équivalente à  comme signifiant que 1 e est égal à . C’est faux! En réalité,

.

Un atome neutre type est constitué d’un noyau, lui-même composé de neutrons et de protons, et d’électrons en orbite autour du noyau; le nombre d’électrons en orbite autour du noyau est égal au nombre de protons dans le noyau. Voyons ce que cela signifie pour un objet du quotidien, comme un gobelet en polystyrène. Un gobelet en polystyrène a une masse d’environ 2 grammes. Il se compose d’approximativement neutrons,  protons et, à l’état neutre,  électrons. Ainsi, lorsqu’il est neutre, il a environ C de charge positive et C de charge négative, pour un total de 0 charge. Maintenant, si vous frottez un gobelet en polystyrène avec de la fourrure d’animal, vous pouvez lui donner une charge perceptible. Si vous frottez tout le gobelet avec la fourrure par temps sec et que vous déterminez ensuite expérimentalement la charge du gobelet, vous constaterez qu’elle est d’environ . Cela représente une augmentation d’environ 0,00000000005 % du nombre d’électrons sur le gobelet. Ces électrons proviennent de la fourrure. Nous parlons ici de  électrons, un nombre qui peut sembler considérable, mais qui n’est qu’une fraction minuscule du nombre total d’électrons dans le matériau du gobelet.

Voici ce qu’il faut retenir de cette discussion :

* Un objet macroscopique neutre type est constitué de quantités incroyablement élevées des deux types de charge (environ 50 millions de coulombs par kilogramme de matière), la même quantité de chaque type.
* Lorsqu’on charge un objet, on transfère une quantité relativement minuscule de charge vers ou depuis cet objet.
* Une charge type de la vie quotidienne (exemple : la charge d’une chaussette qui sort de la sécheuse) est de 10 −7 coulombs.
* Lorsqu’on transfère une charge d’un objet à un autre, en réalité, ce sont des particules chargées, généralement des électrons, qui se déplacent d’un objet à l’autre.

Nous n’avons pas encore parlé du fait que *la charge est conservée*. Par exemple, si on frotte une tige de caoutchouc avec de la fourrure, transférant ainsi une certaine quantité de charge négative à la tige de caoutchouc, la fourrure initialement neutre se retrouve avec exactement la même quantité de charge positive. En se rappelant l’égalité exacte entre l’incroyable quantité de charge négative et l’incroyable quantité de charge positive dans tout objet macroscopique, on observe qu’en chargeant la tige en caoutchouc, la fourrure devient chargée positivement non pas parce qu’elle gagne de la charge positive, mais parce qu’elle perd de la charge négative. Autrement dit, l’incroyable quantité de charge positive d’origine dépasse maintenant (légèrement) la quantité (toujours incroyable) de charge négative qui reste sur et dans la fourrure.

### Chargement par frottement

On peut se demander pourquoi frotter une tige de caoutchouc avec de la fourrure animale entraîne un transfert d’électrons de la fourrure vers la tige. Si l’on peut imaginer qu’un seul électron puisse, par hasard, trouver son chemin de la fourrure à la tige, la tige serait alors chargée négativement et la fourrure chargée positivement, de sorte que tout électron libéré de la fourrure serait de nouveau attiré par la fourrure (chargée positivement, on se le rappelle) et repoussé par la tige (chargée négativement). Comment les charges peuvent-elles donc être transférées de la fourrure à la tige? Pour répondre à cette question, il faut tenir compte de la distance. En frottant la tige avec la fourrure, on rapproche de nombreuses molécules de fourrure des molécules de caoutchouc. Dans certains cas, les électrons externes des atomes de la fourrure sont si proches des noyaux des atomes à la surface du caoutchouc que la force d’attraction de ces noyaux positifs est supérieure à la force d’attraction du noyau de l’atome dont ils font partie. La force nette est alors dirigée vers la tige, et les électrons en question subissent une accélération vers la tige et se déplacent vers celle-ci. La charge par frottement dépend fortement de la structure moléculaire des matériaux employés. Un aspect intéressant du processus est que le frottement ne fait que rapprocher de nombreuses molécules de fourrure des molécules du caoutchouc. Ce n’est pas comme si l’énergie associée au mouvement du frottement était d’une manière ou d’une autre transmise aux électrons, les faisant sauter de la fourrure au caoutchouc. Il convient de noter que la fourrure n’est pas le seul matériau qui a tendance à céder des électrons et que le caoutchouc n’est pas le seul matériau qui a tendance à en acquérir. Le phénomène de charge par frottement est appelé triboélectricité. La liste ci-dessous, qui classe certains matériaux selon leur tendance à céder ou à accepter des électrons, est appelée *séquence triboélectrique* :

Tendance croissante à accepter des électrons

|  |
| --- |
| **Air Fourrure de lapin Verre Laine Soie** Acier **Caoutchouc Polyester Mousse de polystyrène Vinyl Téflon** |

Tendance croissante à céder des électrons

La présence et la position de l’air dans la liste suggèrent qu’il est plus facile de maintenir une charge négative sur des objets dans l’air qu’une charge positive.

### Conducteurs et isolants

Supposons que vous chargiez une tige de caoutchouc et que vous la mettiez en contact avec un objet neutre. Une partie de la charge, repoussée par la charge négative de la tige, sera transférée à l’objet initialement neutre. Ce qu’il advient de cette charge dépend ensuite du matériau dont est constitué l’objet initialement neutre. Dans certains matériaux, la charge reste au point de contact entre l’objet initialement neutre et la tige chargée. Ces matériaux sont appelés isolants : la charge ne peut pas s’y déplacer du tout, ou alors seulement de manière très restreinte. Le quartz, le verre et l’air sont des exemples de bons isolants. Dans d’autres matériaux, la charge se répand presque instantanément dans tout le matériau en réponse à la force de répulsion que chaque particule élémentaire de la charge exerce sur toutes les autres particules élémentaires de la charge (rappelons que la force provoque l’accélération qui conduit au mouvement). Les matériaux dans lesquels la charge est libre de se déplacer sont appelés conducteurs. Les métaux et l’eau salée sont des exemples de bons conducteurs.

Lorsque l’on place une charge sur un conducteur, elle se répand immédiatement sur tout le conducteur. Plus le conducteur est grand, plus la charge se répand. Dans le cas d’un objet très grand, la charge peut se répandre à tel point que chaque morceau de l’objet va avoir une quantité négligeable de charge et, par conséquent, se comporter comme s’il était neutre. Près de la surface de la Terre, la terre elle-même est suffisamment grande pour cela. Si on enterre un bon conducteur, comme une longue tige ou un tuyau en cuivre, dans la terre et qu’on le connecte à un autre bon conducteur, comme un fil de cuivre, lui-même connecté à un autre objet métallique, comme un boîtier de prise électrique, au-dessus mais près de la surface de la Terre, on peut profiter de la Terre, un immense objet principalement composé de matériaux conducteurs. Si on touche le boîtier métallique mentionné ci-dessus avec une tige de caoutchouc et qu’on retire ensuite la tige, la charge transférée au boîtier métallique se répand sur la Terre jusqu’à ce que le boîtier devienne neutre. Nous disons alors que « la charge qui a été transférée au boîtier s’est répandue dans la terre ». On dit d’un conducteur branché à la Terre comme ce boîtier l’est qu’il est « mis à la terre ». Cette connexion s’appelle « mise à la terre ». Si l’objet qu’on met à la terre (en l’absence de tout autre objet chargé) est un conducteur, il devient neutre.

### Chargement par induction

Si vous tenez un côté d’un conducteur en contact avec la mise à la terre et que vous approchez un objet chargé très près de l’autre côté du conducteur puis que vous rompez le contact du conducteur avec la terre (en gardant l’objet chargé près du conducteur sans le toucher), vous constaterez que le conducteur possède maintenant une charge de signe opposée à celle de l’objet initialement chargé. Voici pourquoi. Lorsque vous approchez l’objet chargé du conducteur, il repousse la charge contenue dans le conducteur; cette charge est rejetée par la mise à la terre. Ces charges étant parties, si vous coupez le lien avec la mise à la terre, le conducteur est coincé avec ce déficit de charges. Comme que l’objet initialement chargé repousse les charges du même signe que lui, le conducteur accumule des charges du signe opposé.

### Polarisation

Frottons à nouveau la tige de caoutchouc avec de la fourrure et approchons-la d’une extrémité d’une petite bande de papier d’aluminium neutre. Nous constatons que le papier d’aluminium est attiré par la tige en caoutchouc, même s’il reste neutre. Voici pourquoi :

La tige de caoutchouc chargée négativement repousse la charge négative libre de la bande jusqu’à l’autre bout de la bande. Par conséquent, l’extrémité proche de la bande d’aluminium se charge positivement, et l’extrémité éloignée se charge négativement. Ainsi, la tige en caoutchouc attire l’extrémité la plus proche de la tige et repousse l’extrémité la plus éloignée. Mais l’extrémité la plus proche étant justement la plus proche, la force d’attraction est supérieure à la force de répulsion, de sorte que la force nette est vers la tige. La séparation des charges qui se produit dans la bande d’aluminium neutre est appelée polarisation; lorsque la bande d’aluminium neutre est positive à une extrémité et négative à l’autre, on dit qu’elle est polarisée.

On peut aussi polariser des isolants, bien que les charges ne sont pas libres d’y circuler. Approchons une tige chargée négativement d’une extrémité d’un morceau de papier. Chaque molécule du papier possède une partie positive et une partie négative. La partie positive est attirée par la tige, et la partie négative est repoussée. Ainsi, chaque molécule du papier est polarisée et étirée. Si chaque charge positive se rapproche un peu de la tige et que chaque charge négative s’en éloigne un peu, l’effet net est que le papier reste neutre dans l’ensemble, mais avec une charge nette à chaque extrémité. À l’extrémité la plus proche, la charge négative repoussée laisse la charge positive attirée toute seule et, à l’extrémité la plus éloignée, la charge positive attirée laisse la charge négative repoussée toute seule.

Tige

Morceau de papier

Comme dans le cas de la bande d’aluminium, la tige de caoutchouc négative attire l’extrémité positive la plus proche et repousse l’extrémité négative la plus éloignée, mais l’extrémité la plus proche étant la plus proche, la force d’attraction est plus grande, ce qui signifie que la force nette exercée sur le morceau de papier est attractive. Là encore, la séparation des charges dans le papier est appelée polarisation; le fait que le morceau de papier (qui, lui, est neutre) possède une extrémité négative et l’autre positive signifie que le morceau de papier est polarisé.

# 2 Le champ électrique : description et effets

Le champ électrique est une entité[[3]](#footnote-3) invisible présente dans la région autour d’une particule chargée. Il est créé par une particule chargée. L’effet d’un champ électrique est d’exercer une force sur toute particule chargée (autre que la particule chargée qui l’a produit) se trouvant en un point de l’espace où le champ électrique existe. Le champ électrique en un point vide de l’espace correspond à la force par unité de charge cible en ce point vide de l’espace. La particule chargée qui est à l’origine du champ électrique est appelée charge source. Le champ électrique existe dans la région autour de la charge source, qu’il y ait ou non une particule chargée cible sur laquelle le champ électrique exerce une force. Partout où il existe, le champ électrique possède une grandeur et une orientation. Il s’agit donc d’un champ vectoriel. Pour tout point de l’espace, on appelle « champ électrique » en ce point le vecteur de force par unité de charge cible correspondant à ce point. Ce qu’on désigne « champ électrique de la charge source » correspond à l’ensemble infini de tous ces vecteurs, dans la région autour de la charge source. Nous utilisons le symbole  pour représenter le champ électrique. Je qualifie de « cible » toute particule sur laquelle un champ électrique exerce une force. Le champ électrique n’exercera de force sur une particule que si elle est chargée. Toutes les particules affectées par un champ électrique sont donc forcément chargées. Si une particule chargée se trouve dans un champ électrique, cette particule chargée (la cible) subira une force

(2-1)

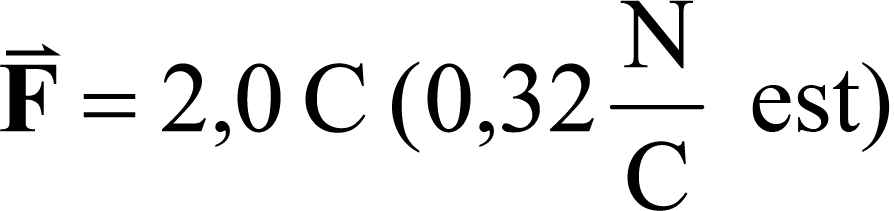
où *q* est la charge de la cible et est le vecteur du champ électrique à l’endroit où se trouve la cible. On peut penser au champ électrique comme étant une caractéristique de l’espace. La force subie par la particule chargée cible est le produit d’une de ses caractéristiques (sa charge) et d’une caractéristique du point dans l’espace (le champ électrique) où elle se trouve.

Or, le champ électrique n’est pas de la matière. Ce n’est pas un objet. Ce n’est pas une charge. Il n’a pas de charge. Il n’attire ni ne repousse les particules chargées. Il ne peut pas le faire parce que les particules chargées sur lesquelles il exerce une force se trouvent à l’intérieur de lui. Dire que le champ électrique attire ou repousse une particule chargée reviendrait à dire que l’eau de l’océan attire ou repousse un sous-marin immergé dans l’océan. Oui, l’eau de l’océan exerce une poussée d’Archimède sur le sous-marin, le poussant vers la surface, mais elle ne l’attire pas, pas plus qu’elle ne le repousse. De la même manière, le champ électrique n’attire ni ne repousse aucune particule chargée. Ce genre de formulation est absurde.

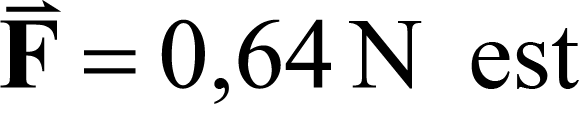
Si vous avez deux particules de charge source, une au point A et l’autre au point B, chacune créant son propre vecteur de champ électrique au même point P, le vecteur de champ électrique au point P est la somme vectorielle des deux vecteurs de champ électrique. Si vous avez plusieurs particules chargées qui contribuent au champ électrique au point P, le champ électrique au point P est la somme vectorielle de tous les vecteurs de champ électrique au point P. Ainsi, au moyen de diverses distributions de charges sources, il est possible de créer une foule d’ensembles de vecteurs de champ électrique dans une région de l’espace donnée. Au chapitre suivant, nous discuterons de la relation entre les charges sources qui donnent naissance à un champ électrique et le champ électrique lui-même. Dans ce chapitre, nous nous concentrons sur la relation entre un champ électrique existant (sans nous préoccuper de ce qui l’a créé) et l’effet de ce champ électrique sur toute particule chargée dans le champ électrique. Pour ce faire, il faut accepter que le champ électrique existe tel qu’il est spécifié, sans se préoccuper de ce qui l’a produit dans cette région de l’espace. (C’est là un sujet important que nous aborderons en détail au chapitre suivant).

Supposons par exemple qu’en un point P d’une région vide de l’espace, il existe un champ électrique orienté vers l’est et de grandeur 0**,**32 N/C. N’oubliez pas qu’au départ, nous parlons du champ électrique en un point vide de l’espace. Imaginons maintenant que nous placions une particule ayant une charge de +2,0 C au point P. Le champ électrique au point P exercera une force sur notre cible :





Notez que nous avons affaire à des vecteurs; nous avons donc inclus à la fois la grandeur et la direction lorsque nous avons substitué . En calculant le produit à droite et sans oublier la direction, nous obtenons :

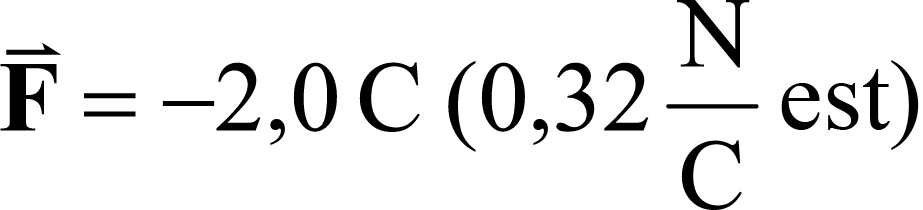


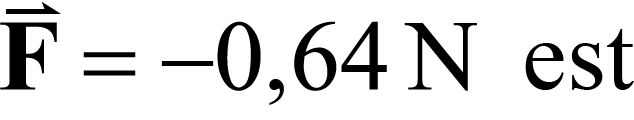
On constate que la force est dans la même direction que le champ électrique. En effet, le point que je souhaite aborder ici concerne la direction du champ électrique : par définition, le champ électrique à un endroit donné pointe *dans la direction de la force que le champ électrique exercerait sur une charge positive* placée à cet endroit.

Si l’on vous dit qu’il existe un champ électrique dans une région vide de l’espace et que l’on vous demande de déterminer sa direction aux différents points de l’espace où le champ électrique existe, il suffit de placer une charge positive à chacun des différents points de la région à tour de rôle et de déterminer la direction de la force que la particule y subit. Une telle particule chargée positivement est appelée *charge d’essai positive*. Où que vous la placiez, la direction de la force subie par la charge d’essai positive correspond à la direction du champ électrique à cet endroit.

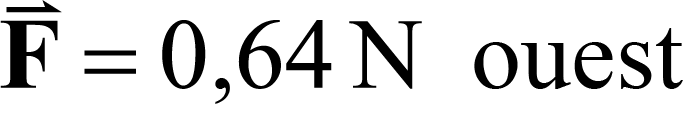
Maintenant qu’on sait que, par définition, le champ électrique pointe dans la direction de la force qu’il exerce sur une charge d’essai *positive*, que se passe-t-il avec une charge d’essai *négative*? Reprenons l’exemple du champ électrique de 0,32 N/C orienté vers l’est, mais avec une particule de −2**,**0 C (et non +2,0 C, comme c’était le cas plus tôt). Cette particule subira une force :







Une force négative orientée vers l’est est une force positive de même grandeur orientée vers l’ouest :



De fait, si la particule cible a une charge négative, l’effet du signe moins dans la valeur de la charge *q* dans l’équation  est d’amener le vecteur de la force à avoir la direction opposée à celle du vecteur du champ électrique. Ainsi, la force exercée par un champ électrique sur une particule chargée négativement située à n’importe quel endroit de ce champ est toujours dans la direction opposée à celle du champ électrique à ce même endroit.

Regardons maintenant ce qui arrive à l’orientation quand on utilise des vecteurs unitaires. Supposons qu’un référentiel cartésien[[4]](#footnote-4) ait été établi dans une région vide de l’espace dans laquelle il y a un champ électrique. Supposons ensuite que le champ électrique au point P soit :

Supposons maintenant qu’un proton () soit placé au point P. Quelle force le champ électrique exercerait-il sur le proton?



La force sur le proton pointe dans la même direction que le champ électrique à l’endroit où le proton a été placé (ici, comme le champ électrique est dans la direction +z, la force sur le proton l’est aussi), comme cela doit être le cas pour une cible positive.

Si on place plutôt un électron () au point P, en se rappelant que dans l’exemple , nous avons



On associe le signe négatif au vecteur unitaire, ce qui signifie que la force a une grandeur de et une orientation de . La dernière valeur signifie que la force est dans la direction -z, soit la direction opposée à celle du champ électrique. Là encore, rien de surprenant. La force exercée sur une charge négative par le champ électrique est toujours dans la direction opposée à celle du champ électrique lui-même.

Comme le champ électrique est l’ensemble de tous les vecteurs de champ électrique dans une région de l’espace, le type de champ électrique le plus simple est le *champ électrique uniforme*. Un champ électrique uniforme est un champ dont tous les vecteurs ont exactement la même grandeur et la même orientation. Il y a donc un ensemble infini de vecteurs de champ électrique, un en chaque point de la région de l’espace où le champ électrique uniforme existe, chacun ayant la même grandeur et la même direction que les autres. Une particule chargée cible placée dans un tel champ, qu’elle soit au repos ou qu’elle ait une vitesse initiale, subira une seule et même force, quel que soit l’endroit où elle se trouve dans le champ électrique. En vertu de la deuxième loi de Newton, cela signifie que la particule subira une accélération constante. Si la particule est initialement au repos ou si sa vitesse initiale est dans la même direction que le champ électrique ou dans la direction exactement opposée à celui-ci, la particule subira un mouvement rectiligne uniformément accéléré. Si la vitesse initiale de la particule est dans une direction qui n’est pas colinéaire[[5]](#footnote-5) avec le champ électrique, la particule suivra un mouvement d’accélération constant dans deux dimensions. Le lecteur est invité à consulter *Physique basée sur le calcul I* sur ces sujets.

#### Diagrammes de champs électriques

Prenons une région de l’espace dans laquelle il existe un champ uniforme orienté vers l’est. Supposons que nous voulions représenter cette situation, vue d’en haut, par un diagramme. En tout point de la région de l’espace où le champ électrique existe, il y a un vecteur de champ électrique. Comme le champ électrique est uniforme, tous les vecteurs sont de la même grandeur et, par conséquent, toutes les flèches représentant les vecteurs de champ électrique auront la même longueur. Et puisque le champ est uniforme et orienté vers l’est, nous tracerons toutes les flèches de manière à ce qu’elles pointent vers l’est. Le problème, c’est qu’on ne peut pas dessiner une flèche en chaque point de la page utilisée pour représenter l’espace où se trouve le champ électrique. En plus, si l’on considère, comme le veut la convention, que la longueur d’un vecteur représente sa grandeur, les flèches ont tendance à se chevaucher.

Les physiciens ont adopté un ensemble de conventions pour représenter les champs électriques. Le résultat de l’application de ces conventions est connu sous le nom de diagramme de champ électrique. Selon ces conventions, on dessine un ensemble de courbes ou de lignes, avec des pointes de flèches, de sorte qu’en chaque point de chaque courbe, le champ électrique est tangent à la courbe, dans la direction de la flèche de la courbe. En outre, l’espacement des lignes[[6]](#footnote-6) dans une région du diagramme par rapport à d’autres régions de ce diagramme représente la grandeur relative du champ électrique par rapport aux autres endroits du même diagramme. Plus les lignes sont rapprochées, plus le champ électrique qu’elles représentent est intense. Pour notre champ électrique uniforme, comme la grandeur du champ électrique est la même partout (c’est ce que nous entendons par « uniforme »), l’espacement des lignes doit être le même partout. De plus, comme le champ électrique dans cet exemple a une seule direction, à savoir l’est, les lignes de champ électrique seront des lignes *droites*, avec des flèches pointant vers l’est :

NORD

EST

SUD

OUEST

*E*

# 3 Champ électrique créé par une ou plusieurs charges ponctuelles

Une particule chargée (on parle aussi de « charge ponctuelle » ou de « charge source ») produit un champ électrique dans la région de l’espace qui l’entoure. C’est ce que dit la loi de Coulomb pour le champ électrique sous sa forme conceptuelle. En réalité, « la région de l’espace qui l’entoure », c’est tout l’univers. En pratique, le champ électrique aux points de l’espace éloignés de la charge source est négligeable, car le champ électrique créé par une charge ponctuelle diminue avec le carré de la distance. C’est-à-dire que le champ électrique dû à une charge ponctuelle obéit à une loi en carré inverse : il est proportionnel à l’inverse du carré de la distance entre le point de l’espace où l’on souhaite connaître le champ électrique et le point où se trouve la charge ponctuelle qui crée le champ électrique. La grandeur du champ électrique produit par une charge ponctuelle est donnée par l’équation de la loi de Coulomb :

(3-1)

où

*E* est la grandeur du champ électrique à ce point dans l’espace,

*k* est la constante universelle de Coulomb ,

*q* est la charge de la particule que nous appelons charge ponctuelle et

**  est la distance entre ce point dans l’espace, auquel nous voulons connaître *E*, et la charge ponctuelle qui produit *E*.

Là encore, la loi de Coulomb est appelée loi en carré inverse en raison du lien de dépendance entre la grandeur du champ électrique et la distance entre le point d’intérêt[[7]](#footnote-7) et la charge source.

Parlons maintenant de l’orientation. On se rappelle qu’en tout point de l’espace, le champ électrique correspond au *vecteur* de force par unité de charge cible; comme tous les vecteurs, le champ a une orientation. Nous avons déjà vu comment définir la direction du champ électrique : le champ électrique en un point de l’espace pointe dans la direction de la force que le champ électrique exercerait sur une charge positive placée en ce point de l’espace. Cette définition de la direction du champ électrique concerne l’*effet* du champ électrique. Nous devons maintenant faire le lien avec la *cause* du champ électrique. Servons-nous de nos acquis et de notre bon sens pour trouver la direction du champ électrique dû à une *charge source positive*. Tout d’abord, nous devons obtenir une charge d’essai positive imaginaire. Je vous recommande de toujours en avoir une sur vous – c’est toujours pratique pour ce genre de situation! Placez votre charge d’essai positive à proximité de la charge source, à l’endroit où vous souhaitez connaître la direction du champ électrique. Nous savons que les charges similaires se repoussent. La charge source positive repousse donc notre charge d’essai. Cela signifie que la charge source, la charge ponctuelle produisant le champ électrique en question, exerce une force sur la charge d’essai dans la direction qui s’éloigne de la charge source. Rappelons que le champ électrique en un point donné pointe dans la direction de la force exercée sur une charge d’essai positive placée en ce point, de sorte que l’orientation du champ électrique correspond à l’orientation qui « s’éloigne de la charge source positive ». On obtient le même résultat quel que soit l’endroit où l’on place la charge d’essai positive dans la région de l’espace entourant la charge source. Vous pouvez maintenant ranger votre charge d’essai positive. Elle a fait son travail. Nous savons ce que nous voulions savoir. En tout point de l’espace autour d’une charge positive produisant un champ électrique, le champ électrique pointe dans la direction qui s’éloigne de la charge source positive. En tout point de l’espace autour de la charge source positive, il y a un vecteur de champ électrique (un vecteur de force par unité de charge cible) qui s’éloigne de la charge source positive. Comment dessine-t-on le diagramme du champ électrique? Nous sommes censés dessiner un ensemble de lignes ou de courbes avec des *flèches* (N’OUBLIEZ JAMAIS LES FLÈCHES!) de telle sorte qu’en chaque point de chaque ligne ou courbe, le vecteur de champ électrique à ce point soit dirigé le long de la ligne ou de la courbe dans la direction spécifiée par la flèche de cette ligne ou courbe. Voyons un exemple.

*E*

Le nombre de lignes dessinées partant de la charge positive est choisi arbitrairement, mais s’il y avait, dans le même diagramme, une autre particule chargée positivement avec deux fois la charge de la première, il faudrait deux fois plus de lignes partant de cette particule. En d’autres termes, l’espacement des lignes n’a pas de signification absolue, mais il a une signification relative à l’intérieur d’un même diagramme de champ électrique. Souvenons-nous que par convention, plus les lignes de champ électrique sont proches les unes des autres, plus le champ électrique est intense. Notez que, dans le cas d’un diagramme de champ créé par une seule charge, plus on s’éloigne de la source, plus la distance entre les lignes de champs augmente. C’est ce qui s’est produit lorsque nous avons créé le diagramme pour qu’il soit cohérent avec le fait que le champ électrique s’éloigne toujours de la charge source. Le resserrement des lignes à proximité de la charge source (signifiant que le champ électrique est intense à cet endroit) est cohérent avec le fait que la grandeur du champ électrique est proportionnelle à l’inverse du carré de la distance entre le point d’intérêt et la charge source.

Il y a quelques points importants à souligner ici. Le premier est probablement assez évident, mais juste au cas où : le champ électrique existe entre les lignes de champ électrique. Son existence à cet endroit est laissée implicite par les lignes qui sont tracées. Nous ne pouvons pas tracer des lignes partout où le champ électrique existe sans noircir complètement le diagramme. Ainsi, une charge cible qui se trouve entre les lignes subira une force, comme on le voit dans l’image ci-dessous représentant deux charges cibles positives.

*E*

*F*2

*F*1

Le point suivant est un rappel qu’une particule chargée négativement se trouvant à un endroit où il existe un champ électrique subit une force de sens opposé à celui du champ électrique à cet endroit

*E*

*F*

Le troisième et dernier point qu’il convient de souligner ici est que la direction de la force subie par une particule n’est pas, en général, la même que la direction dans laquelle la particule se déplace. Certes, l’expression « en général » implique qu’il *existe* des circonstances particulières dans lesquelles la particule peut se déplacer dans la même direction que celle du champ électrique, mais il s’agit bien de circonstances particulières. Une particule subissant uniquement la force du champ électrique ne peut absolument pas rester sur une seule et même ligne de champ électrique (dessinée ou implicite), à moins que cette ligne de champ électrique ne soit droite (comme dans le cas du champ électrique dû à une seule particule). Même si les lignes de champ sont droites, la particule ne peut rester sur une seule et même ligne de champ électrique que si sa vitesse initiale est nulle ou de même direction que la ligne (droite) de champ électrique. Le schéma suivant représente une particule chargée positivement, dont la vitesse initiale est orientée dans la direction +y. La ligne en pointillé représente la trajectoire de la particule (pour un ensemble de valeurs initiales de vitesse, de charge et de masse). La charge source à l’origine est fixée en position par des forces non spécifiées.

**o

*x*

*y*

Voici un exemple de trajectoire de particule chargée négativement, toujours pour un ensemble donné de valeurs de charge source et de charge, de masse et de vitesse initiale de la particule cible :

**o

*x*

*y*

Encore une fois, ce qu’il faut retenir, c’est qu’en général, les particules chargées ne se déplacent pas le long des lignes de champ électrique, mais elles subissent une force dans la direction du champ électrique (de même sens pour les charges positives; de sens opposé pour les charges négatives).

À ce stade, vous devriez en savoir suffisamment sur les diagrammes de champ électrique   
pour pouvoir dessiner le diagramme de champ électrique dû à une seule particule chargée *négativement*. À vos crayons, et comparez ensuite votre travail avec le diagramme suivant :

*E*

*Quelques propriétés des lignes de champ électrique*

Les définitions qui vous ont été données permettent de déduire les informations utiles suivantes sur les lignes de champ électrique :

1) Toute ligne de champ électrique commence soit à l’infini, soit à une charge source positive.

2) Toute ligne de champ électrique se termine soit à l’infini, soit à une charge source négative.

3) Les lignes de champ électrique ne se croisent jamais entre elles ou avec elles-mêmes.

*Superposition*

En présence de plusieurs charges sources, chaque charge source contribue au champ électrique en tout point à proximité des charges sources. Le champ électrique en un point de l’espace à proximité des charges sources est la somme vectorielle du champ électrique en ce point dû à chaque charge source. Par exemple, supposons qu’on a affaire à deux particules chargées. Le champ électrique au point P sera le vecteur de champ électrique au point P dû à la première particule chargée plus le vecteur de champ électrique au point P dû à la seconde particule. Le calcul du champ électrique total au point P est un problème d’addition vectorielle; en effet, les deux vecteurs de champ électrique qui y contribuent sont, comme leur nom l’indique, des vecteurs.

Supposons, par exemple, que l’on vous demande de trouver la grandeur et l’orientation du vecteur de champ électrique[[8]](#footnote-8) au point P dû aux deux charges représentées dans le diagramme ci-dessous :

y

P

x

*q*2 = −1**,**2 mC

*q*1 = −1**,**2 mC

sachant que la charge *q*1 est à (0,0), *q*2 à (11 cm, 0) et le point P à (11 cm, 6**,**0 cm). La première chose à faire est de trouver l’orientation et la grandeur de  (le vecteur de champ électrique dû à *q*1) et l’orientation et la grandeur de  (le vecteur de champ électrique dû à *q*2).

y

*E*1

P

*E*2

*q*2 = −1**,**2 mC

*q*1 = −1**,**2 mC

x

Si l’on se réfère au diagramme ci-dessus, on voit que  « pointe vers –y ».

L’angle *θ* spécifiant la direction de  peut être déterminé en analysant le triangle ombré dans le diagramme suivant.

y

P

*θ*

*E*1

**2 = 6**,**0 cm

**1

*θ*

x

*q*2 = −1**,**2 mC

*q*1 = −1**,**2 mC

*d*12 = 11 cm

L’analyse du triangle ombré donnera également la distance **1 entre le point P et la charge *q*1. La valeur **1 peut ensuite être insérée dans l’équation

pour obtenir la grandeur de . Dans ce référentiel, la valeur de **2 est évidente et nous pouvons l’insérer dans l’équation

pour obtenir la grandeur de . Avec la grandeur et l’orientation de  et de , il vous suffit de suivre la recette de l’addition vectorielle pour obtenir votre réponse :

*Équation vectorielle de la loi de Coulomb pour le champ électrique*

**Recette de l’addition vectorielle**

1. Pour chaque vecteur :

a. Dessinez un diagramme de composantes vectorielles.

b. Analysez le diagramme de composantes vectorielles pour décomposer le vecteur.

2. Additionnez les composantes x pour obtenir la composante x de la somme des vecteurs.

3. Additionnez les composantes y pour obtenir la composante y de la somme des vecteurs.

4. Pour le vecteur résultant :

a. Dessinez un diagramme de composantes vectorielles.

b. Analysez le diagramme de composantes vectorielles pour obtenir la grandeur et l’orientation du vecteur résultant.

Les informations relatives à la grandeur et à l’orientation de la loi de Coulomb pour le champ électrique peuvent être combinées en une seule équation. Cette équation est la suivante :

(3-2)

où :

 est le champ électrique en un point vide dans l’espace[[9]](#footnote-9), appelé point P, dû à une charge ponctuelle,

*k* est la constante de Coulomb ,

*q*  est la charge de la particule chargée (la charge ponctuelle) qui produit le champ électrique,

** est la distance entre le point P et la charge ponctuelle qui produit le champ électrique et

 est un vecteur unitaire dans la direction « de la charge ponctuelle vers le point P ».

Notez l’absence de signes de valeur absolue autour de *q* dans l’expression . (Nous les avions dans le cas de l’expression pour la grandeur du champ électrique.) Dans l’équation vectorielle , le signe indiquant le type de charge de la charge source, traité algébriquement, donne automatiquement le sens du champ électrique. Par exemple, si la charge est négative, après avoir inséré la valeur négative de la charge dans , le signe moins est associé au vecteur unitaire,de sorte que la direction du vecteur de champ électrique résultant au point P pointe « du point P vers la charge source ». En effet, une charge d’essai positive placée au point P subirait une force orientée directement vers la charge source négative (puisque les charges opposées s’attirent). De plus, la direction de la force sur une charge d’essai positive à un endroit donné correspond à la direction du vecteur de champ électrique à cet endroit.

*Cohérence*

Au premier chapitre, nous avons vu que la force qu’une particule chargée (appelons-la particule 1) exerce sur une autre particule chargée (particule 2) est donnée par l’équation 1-2 :

Au deuxième chapitre, nous avons vu que la force exercée sur une particule chargée par un champ électrique est donnée par l’équation 2-1 :

Dans ce chapitre, nous avons vu que le champ électrique au point P est donné par l’équation 3-2 :

Si nous appelons la charge source *q*1 (plutôt que *q*), nous pouvons écrire cette dernière équation comme suit :

où les indices du vecteur unitaire indiquent qu’il s’agit de la direction « de la particule 1 vers le point P ».

En substituant cette expression dans l’équation du champ électrique écrite pour le cas d’une charge cible *q*2 au point P (), nous obtenons l’équation 1-2 :

qui est l’expression de la force de Coulomb exercée sur la particule chargée 2 par la particule chargée 1 présentée au chapitre 1 – l’expression sans « agent intermédiaire »   
(le champ électrique).

# 4 Conducteurs et champ électrique

Un conducteur idéal est rempli de particules chargées parfaitement libres de se déplacer à l’intérieur du conducteur. Comme tous les échantillons macroscopiques de matière, un conducteur idéal est constitué d’une énorme quantité de charges positives et, lorsqu’il est neutre, de la même quantité de charges négatives. Lorsqu’il n’est pas neutre, il y a un minuscule déséquilibre dans un sens ou dans l’autre. Dans un conducteur idéal, une fraction considérable de la charge est totalement libre de se déplacer. Certains matériaux que vous connaissez constituent de bonnes approximations de conducteur idéal, notamment les métaux. Dans certains matériaux, c’est la charge positive qui est libre de se déplacer; dans d’autres, c’est la charge négative; et dans d’autres encore, ce sont les deux. Pour nos fins, les effets observables d’une charge positive se déplaçant dans une direction sont si difficiles à distinguer de ceux d’une charge négative se déplaçant dans la direction opposée que nous traiterons généralement les porteurs de charge comme étant positifs, sans nous préoccuper des véritables porteurs de charge[[10]](#footnote-10).

Voyons une analogie qui nous aidera à comprendre les conducteurs. Imaginez un lac rempli de poissons. Le lac représente le conducteur, et les poissons, les porteurs de charge. Les poissons sont libres de se déplacer n’importe où dans le lac mais, et c’est là l’essentiel, ils ne peuvent pas sortir du lac dans des circonstances normales. Ils peuvent atteindre toutes les limites de la masse d’eau, vous pouvez même en voir à la surface, mais ils ne peuvent pas sortir de l’eau. Cette situation est similaire à celle des porteurs de charge dans un conducteur se trouvant dans le vide ou dans un milieu isolant (comme l’air). Les charges peuvent aller partout à l’intérieur et à la surface du conducteur, mais elles ne peuvent pas le quitter.

Les faits que nous avons présentés sur la nature de la charge, des champs électriques et des conducteurs permettent de tirer des conclusions sur le champ électrique et le déséquilibre de charge à l’intérieur d’un conducteur idéale et à sa surface. Essayez de répondre aux questions suivantes :

1) Supposez qu’on place une sphère solide neutre faite d’un conducteur idéal dans une région de l’espace où il y a un champ électrique initialement uniforme. Décrivez (le plus précisément possible) le champ électrique à l’intérieur du conducteur et le champ électrique à la surface du conducteur. Décrivez la répartition la charge dans et sur le conducteur.

2) Répétez la question 1 pour un champ non uniforme.

3) Supposez qu’on place une charge sur une sphère initialement neutre, solide et parfaitement conductrice qui n’est pas soumise à un champ électrique externe. Décrivez le champ électrique à l’intérieur du conducteur, à la surface du conducteur et à l’extérieur du conducteur résultant de ce déséquilibre de charge. Décrivez la répartition de la charge dans et sur le conducteur.

4) Répétez les questions 1 à 3 pour une coquille sphérique creuse parfaitement conductrice (l’intérieur étant sous vide).

5) En quoi vos réponses aux questions 1 à 4 changeraient-elles si le conducteur n’était pas sphérique?

Voici les réponses (précédées, dans chaque cas, de la question correspondante).

1) Supposez qu’on place une sphère solide neutre faite d’un conducteur idéal dans une région de l’espace où il y a un champ électrique initialement uniforme. Décrivez (le plus précisément possible) le champ électrique à l’intérieur du conducteur et le champ électrique à la surface du conducteur. Décrivez la répartition la charge dans et sur le conducteur.

Réponse : Nous partons d’un champ électrique uniforme.

*E*

Nous y plaçons un conducteur solide idéal. Le champ électrique imprègne tout, y compris le conducteur.

*E*

Les particules chargées dans le conducteur réagissent à la force exercée sur elles par le champ électrique. (La force provoque une accélération, l’accélération des particules initialement au repos leur fait acquérir une certaine vitesse. Bref, elles se déplacent). Tout cela se produit en moins d’une microseconde. Résultat : il y a redistribution des particules chargées.

*E*

*E*

Maintenant, regardez ça! Les particules chargées créent leur propre champ électrique.

En tout point du conducteur, le champ électrique total est la somme vectorielle du champ électrique initial et du champ électrique dû aux particules chargées redistribuées. Étant donné qu’elles sont de sens contraires, les deux contributions au champ électrique à l’intérieur du conducteur tendent à s’annuler. Maintenant, la partie subtile : les deux contributions au champ électrique en tout point du conducteur s’annulent exactement. En effet, elles doivent s’annuler complètement, car si ce n’était pas le cas, la charge libre dans le conducteur se déplacerait sous l’effet de la force exercée sur elle par le champ électrique. Et la force exercée sur la charge est toujours orientée de manière à entraîner la redistribution des charges dans des positions où elles créeront leur propre champ électrique, qui tendra à annuler le champ électrique ayant provoqué leur déplacement. Autrement dit, la charge ne cessera de réagir au champ électrique que lorsque le champ électrique net sera nul en tout point dans le conducteur.

En résumé : le champ électrique est nul en tout point à l’intérieur du conducteur et, bien que la charge totale soit toujours nulle, la charge a été redistribuée comme ceci :

*E*

*E*

Souvenons-nous que nous devons aussi décrire le champ électrique à la surface du conducteur. Notez que la charge à la surface de la sphère ne contribuera pas seulement au champ électrique à l’intérieur du conducteur, mais aussi au champ électrique à l’extérieur. L’effet net de toutes les contributions au champ électrique à proximité de la sphère est que le champ électrique est normal (perpendiculaire) à la surface de la sphère en tout point où il rencontre la sphère.

Comment pouvons-nous dire ça sans faire aucun calcul? Voici la logique : si le champ électrique à la surface avait une composante parallèle à la surface, les particules chargées à la surface du conducteur subiraient une force dirigée le long de la surface. Comme ces particules sont libres de se déplacer n’importe où dans le conducteur, elles seraient redistribuées. Dans leurs nouvelles positions, elles apporteraient leur propre contribution au champ électrique à la surface, qui annulerait le champ électrique ayant causé la redistribution des charges.

À propos de la répartition de la charge : l’objet était neutre au départ et, comme aucune charge n’a quitté le conducteur ou n’y est entrée depuis le monde extérieur, il est toujours neutre. Or, nous constatons une séparation entre les deux différents types de charge. Nous avons dit que l’ensemble de la charge se loge sur la surface, mais nous ne l’avons pas prouvé. (Dans l’image ci-dessus, il y a une charge positive sur la surface droite de la sphère et une quantité égale de charge négative sur la surface gauche.) Comment sait-on que toute la charge doit se trouver à la surface? Supposons qu’il y ait une charge ponctuelle positive à un endroit quelconque dans le conducteur :

*E*

Le champ électrique de cette charge ponctuelle entraînerait le déplacement de la charge libre dans le conducteur jusqu’à ce qu’il n’y ait plus de champ électrique. Où la charge devrait-elle se déplacer pour annuler le champ électrique de la charge ponctuelle positive? Vous pouvez répartir la charge autour de cette charge ponctuelle positive comme vous le voulez mais, s’il est stipulé qu’il y a une charge positive nette à cet endroit, il n’y a aucun moyen d’annuler le champ électrique de cette charge positive. C’est donc une situation qui ne peut pas se produire. Si c’était le cas, la particule repousserait la charge positive libre du conducteur, de sorte que (sans tenir compte de la charge positive stipulée) le conducteur aurait une charge négative nette à cet endroit exactement égale à la charge positive stipulée à l’origine. Si l’on tient également compte de la charge positive, le point serait neutre après la redistribution de la charge. En régime statique, il ne peut donc pas y avoir de charge nette à l’intérieur d’un conducteur parfait. Même si l’on suppose qu’il y en a, elle serait rapidement neutralisée par la redistribution quasi instantanée de la charge qu’elle provoquerait.

Question suivante :

2) Répétez la question 1 pour un champ non *uniforme.* (La question 1 demandait une description de la répartition de charges qui se développe sur une sphère conductrice neutre solide lorsque vous la placez dans un champ électrique *uniforme*).

*E*

Réponse : Voici un exemple de champ non uniforme :

Si nous y plaçons une sphère solide et parfaitement conductrice, nous obtenons :

*E*

Les mêmes arguments conduisent aux mêmes conclusions. Après moins d’une microseconde, lorsqu’on retrouve le régime statique : il ne peut pas y avoir de champ électrique à l’intérieur du conducteur, sinon les charges libres de se déplacer continueraient à se déplacer à l’intérieur du volume du conducteur. Il ne peut y avoir de déséquilibre de charge dans le volume du conducteur, sinon il y aurait un champ électrique à l’intérieur du conducteur. Par conséquent, tout déséquilibre local de charge doit se trouver à la surface. (On se rappelle que la sphère, qui était initialement neutre, doit rester globalement neutre.) Le champ électrique doit être normal à la surface de la sphère, sinon la charge libre à la surface continuerait de se déplacer. La seule chose qui diffère dans ce cas, par rapport au cas du champ électrique initialement uniforme, est la façon dont la charge est répartie sur la surface. On constate qu’ici, la charge négative est plus resserrée que la charge positive, alors que pour le champ électrique initialement uniforme, la répartition de la charge positive était l’image miroir de la répartition de la charge négative.

Question suivante :

3) Supposez qu’on place une charge sur une sphère initialement neutre, solide et parfaitement conductrice qui n’est pas soumise à un champ électrique externe. Décrivez le champ électrique à l’intérieur du conducteur, à la surface du conducteur et à l’extérieur du conducteur résultant de ce déséquilibre de charge. Décrivez la répartition de la charge dans et sur le conducteur.

Là encore, nous supposons que nous avons attendu suffisamment longtemps (moins d’une microseconde) pour qu’on retombe en régime statique. Il ne peut pas y avoir de charge à l’intérieur du conducteur, sinon il y aurait un champ électrique dans le conducteur – or, il ne peut pas y avoir de champ électrique dans le conducteur, sinon la charge libre du conducteur se déplacerait, et nous ne serions plus en régime statique. Par conséquent, tout le déséquilibre de charge doit se trouver à la surface. La charge ne peut pas être plus dense à un endroit donné de la surface qu’à un autre, sinon la charge avoisinante serait repoussée et se déplacerait, ce qui voudrait encore dire que nous n’avons pas attendu que la charge cesse de se déplacer. La charge doit donc être répartie uniformément sur la surface de la sphère. À l’intérieur de la sphère, il n’y a pas de champ électrique. Là où le champ électrique extérieur rencontre la surface de la sphère, le champ électrique doit être normal à la surface de la sphère. Sinon, le champ électrique à la surface aurait une composante vectorielle parallèle à la surface, ce qui entraînerait le déplacement de la charge le long de la surface – et nous ne serions pas en régime statique. Or, les lignes de champ électrique perpendiculaires à la surface d’une sphère se situent sur des lignes qui passent par le centre de la sphère. Par conséquent, à l’extérieur de la sphère, les lignes de champ électrique forment le même motif que celui qui serait formé par une charge ponctuelle placée au centre de la sphère (sans la sphère). En outre, si vous vous éloignez tellement de la sphère que celle-ci « ressemble » à un point, le champ électrique sera le même que celui dû à une charge ponctuelle placée au centre de la sphère. Étant donné qu’à l’extérieur de la sphère, le champ a la même forme que le champ dû à une charge ponctuelle au centre de la sphère, le seul moyen pour qu’il corresponde au champ dû à une charge ponctuelle à une grande distance de la sphère est qu’il soit identique au champ dû à une charge ponctuelle partout où il existe. Ainsi, à l’extérieur de la sphère, le champ est identique au champ créé par la quantité de charge se trouvant sur la surface de la sphère, si toute cette charge était placée au centre de la sphère (et qu’on retirait la sphère).

*E*

Question suivante :

4) Répétez les questions 1 à 3 pour une coquille sphérique creuse parfaitement conductrice (l’intérieur étant sous vide).

Dans les trois cas précédents, l’intérieur de la sphère n’a joué aucun rôle. Il est initialement neutre et reste neutre après que la sphère a été placée dans un champ électrique préexistant ou qu’une charge a été placée sur elle. Rien ne changerait si l’on retirait tout le matériau neutre à l’intérieur, soit la majeure partie du conducteur, en ne laissant rien d’autre qu’une sphère creuse. De ce fait, tous les résultats obtenus pour la sphère solide s’appliquent à la sphère creuse. En particulier, le champ électrique en tout point à l’intérieur d’une sphère creuse vide et parfaitement conductrice est toujours nul, quelles que soient les conditions.

Dernière question :

5) En quoi vos réponses aux questions 1 à 4 changeraient-elles si le conducteur n’était pas sphérique?

Pour un conducteur solide parfait, le champ électrique et la charge partout à l’intérieur doivent être nuls pour les mêmes raisons que celles indiquées ci-dessus. En outre, le champ électrique doit être normal à la surface pour les mêmes raisons que précédemment. Encore une fois, cela ne changerait rien si nous vidions le conducteur en enlevant un groupe de matériaux neutres. Les seules choses qui seraient différentes pour un conducteur non sphérique sont la répartition de la charge sur la surface et le champ électrique extérieur. Plus particulièrement, si on place une charge sur un conducteur parfait non sphérique, le champ électrique à proximité de l’objet ne sera pas le même que le champ électrique dû à une charge ponctuelle au centre de l’objet (bien que la différence soit négligeable à des distances suffisamment grandes).

# 5 Travail effectué par le champ électrique et potentiel électrique

Lorsqu’une particule chargée se déplace d’une position dans un champ électrique à une autre position dans ce même champ électrique, le champ électrique effectue un travail sur la particule. Ce travail est conservatif; nous pouvons donc définir une énergie potentielle associée à la force exercée par un champ électrique. Cela nous permet d’utiliser les concepts de travail, d’énergie et de conservation de l’énergie dans l’analyse des processus physiques impliquant des particules chargées et des champs électriques.

Nous avons défini le travail effectué sur une particule par une force comme étant le produit de la composante de la force parallèle à la trajectoire multipliée par la longueur de la trajectoire. Si la composante de force parallèle diffère sur différents segments de la trajectoire, il faut diviser la trajectoire en segments de manière à ce que la force ait une seule valeur pour un segment donné, calculer le travail effectué sur chaque segment et additionner les résultats.

Examinons le travail effectué par un champ électrique uniforme sur une particule chargée qui se déplace dans ce champ. Calculons par exemple le travail effectué par une particule de charge positive *q* lorsqu’elle se déplace du point P1 au point P3

*b*

P3

P2

*c*

*a*

*E*

P1

le long de la trajectoire « de P1 tout droit jusqu’à P2 et, de là, tout droit jusqu’à P3. » Notez qu’on ne nous dit pas ce qui amène la particule à se déplacer. Dans ce problème, on ne s’y intéresse pas. Peut-être que la particule chargée se trouve à l’extrémité d’une tige de quartz (le quartz est un bon isolant) et qu’une personne tenant la tige par l’autre extrémité la fait bouger pour que la particule chargée se déplace en suivant cette trajectoire.

Dans la première partie de la trajectoire, de P1 vers P2, la force sur la particule chargée est perpendiculaire à la trajectoire.

*b*

P3

P2

*F*

*c*

*a*

*E*

P1

La force n’a pas de composante parallèle à la trajectoire et n’effectue donc aucun travail sur la particule chargée lorsqu’elle se déplace du point P1 au point P2.

De P2, la particule va tout droit au point P3.

Sur ce segment, la force est parallèle au déplacement.

*F*

*b*

P2

P3

*c*

*a*

*E*

P1

Le travail équivaut donc simplement à la grandeur de la force multipliée par la longueur du segment de trajectoire :

La grandeur de la force est égale à la charge de la particule multipliée par la grandeur du champ électrique.

*F*= *q E*, donc

Ainsi, le travail effectué sur la particule chargée par le champ électrique lorsque la particule se déplace du point P1 au point P3 le long de la trajectoire spécifiée est

*(Il s’agit juste d’une réponse à un exemple de problème. Ne vous en servez pas pour résoudre un problème donné en devoir ou en examen).*

Calculons maintenant le travail effectué sur la particule chargée lorsqu’elle a la même origine et la même destination (P1 et P3 ) mais se déplace le long de la trajectoire directe de P1 à P3.

*b*

P3

*c*

*a*

*θ*

*E*

*F*

P2

P1

La force exercée sur une particule chargée positivement étant dans la même direction que le champ électrique, le vecteur de force fait un angle *θ* avec la direction de la trajectoire et l’expression

pour le travail devient

En analysant le triangle ombré dans le schéma suivant :

*b*

*θ*

P3

P2

P1

*c*

*a*

*θ*

*E*

*F*

nous constatons que . En insérant ce résultat dans notre expression pour le travail   
(), nous obtenons

*(Il s’agit juste d’une réponse*

*à un exemple de problème.)*

C’est le même résultat que nous avions obtenu pour le travail effectué sur la particule chargée par le champ électrique lorsque la particule s’est déplacée entre les deux mêmes points (de P1 à P3) le long de l’autre trajectoire (P1 à P2 à P3). Le travail effectué est le même ,quelle que soit la trajectoire suivie par la particule pour se rendre de P1 à P3. Je ne souhaite pas prendre le temps de le démontrer ici, mais j’aimerais étudier une trajectoire supplémentaire (non pas tant pour obtenir le résultat, mais plutôt pour aborder un point important sur le calcul du travail).   
En nous référant au diagramme suivant :

*d*

*b*

P3

P2

P4

P1

P5

*a*

*a*

*E*

*b*

*d*

Calculons le travail effectué sur une particule de charge *q* par le champ électrique lorsque la particule se déplace de P1 à P3 le long de la trajectoire « de P1 tout droit vers P4 , de P4 tout droit vers P5  et de P5 tout droit vers P3 ». De P1 à P4 , la force est exactement dans la même direction que le déplacement de la particule, donc

Du point P4 à P5 , la force exercée sur la particule chargée par le champ électrique est perpendiculaire à la trajectoire, de sorte que la force n’effectue aucun travail sur la particule chargée sur le segment P4 à P5.

Sur le segment allant de P5 à P3,

*d*

P3

*F*

P2

P1

P5

*a*

*a*

*E*

*b*

*d*

P4

la force est de sens opposé au déplacement de la particule. Cela signifie que le travail effectué par la force du champ électrique sur la particule chargée lorsqu’elle se déplace de P5 à P3 est la valeur *négative* du produit de la force multipliée par la longueur du segment de la trajectoire. Donc

et

*(Il s’agit juste d’une réponse*

*à un exemple de problème.)*

Comme prévu, nous obtenons le même résultat pour le travail effectué par la particule lorsqu’elle se déplace de P1à P3 le long de la trajectoire « P1 à P4 à P5 à P3 » que pour les deux autres trajectoires.

Lorsque le travail effectué par une force sur une particule se déplaçant du point P1 au point P2 ne dépend pas de la trajectoire prise par la particule, on peut définir une fonction d’énergie potentielle. La fonction d’énergie potentielle attribue une énergie potentielle à chaque point de l’espace. Elle nous permet de calculer le travail effectué sur la particule par la force lorsque la particule se déplace du point P1 au point P3 simplement en soustrayant la valeur de l’énergie potentielle de la particule au point P1 de la valeur de l’énergie potentielle au pointP3 et en prenant la valeur négative du résultat. En d’autres termes, le travail effectué sur la particule par la force du champ électrique lorsque la particule passe d’un point à un autre est simplement la valeur négative de la variation d’énergie potentielle de la particule.

Pour déterminer la fonction d’énergie potentielle dans le cas d’une particule de charge *q* dans un champ électrique uniforme  (un ensemble infini de vecteurs, chacun pointant dans une seule et même direction et chacun ayant une seule et même grandeur *E* ), nous utiliserons ce que nous savons de l’énergie potentielle gravitationnelle près de la surface terrestre. Près de la surface de la Terre, nous l’avons dit dans le premier volume de ce livre, il existe un champ gravitationnel uniforme (un champ de vecteurs de force par unité de masse ) pointant vers le bas. Une particule de masse *m* dans ce champ subit une force « *mg* vers le bas » en tout point au voisinage de la surface terrestre. L’énergie potentielle d’une particule de masse *m* est alors donnée par *mgy* , où *mg* est la grandeur de la force vers le bas et *y* est la hauteur de la particule par rapport à une hauteur de référence arbitraire. Pour faciliter la comparaison avec le cas du champ électrique, décrivons cette hauteur de référence comme un plan perpendiculaire au champ gravitationnel , le champ vectoriel de force par unité de masse, et utilisons la variable *y* pour représenter la distance « en amont du champ » (c’est-à-dire, dans la direction opposée à celle du champ gravitationnel) à laquelle la particule se trouve par rapport au plan de référence. (Autrement dit, le champ gravitationnel pointe « en aval », ou, en langage courant, vers le bas.)

Passons maintenant au cas du champ électrique uniforme. Comme dans le cas du champ gravitationnel à la surface de la Terre, la force exercée par un champ électrique uniforme sur une charge cible a une seule et même grandeur et une seule et même orientation en tout point de l’espace. Bien entendu, dans le cas du champ électrique, la force est *q E*, et non pas *mg*, et la caractéristique de la cible qui importe est sa charge (*q*), et non sa masse (*m*). Nous appelons la direction dans laquelle pointe le champ électrique la direction « en aval », et la direction opposée, la direction « en amont ». Nous définissons maintenant arbitrairement un plan perpendiculaire au champ électrique comme étant le plan de référence pour l’énergie potentielle électrique d’une particule de charge *q* dans le champ électrique. Si nous appelons *d* la distance séparant la particule chargée du plan dans la direction « en amont » du champ, l’énergie potentielle de la particule de charge *q* est donnée par

*U* = *q E d*

où :

*U* est l’énergie potentielle électrique de la particule chargée,

*q* est la charge de la particule,

*E* est la grandeur de chaque vecteur de champ électrique composant le champ électrique uniforme et

*d* est la distance « en amont du champ » séparant la particule du plan de référence, où *U* = 0.

Vérifions que cette expression de la fonction d’énergie potentielle donne le résultat que nous avons obtenu précédemment pour le travail effectué sur une particule de charge *q*, par le champ électrique uniforme représenté sur le schéma suivant, lorsque la particule se déplace de P1 vers P3

P3

*E*

*b*

P1

Le plan de référence, vu de côté. Tous les points de ce plan sont à *d* = 0.

Direction positive pour les mesures de *d*, la distance en amont du champ entre un point et le plan de référence.

Comme vous pouvez le constater, j’ai choisi (pour me simplifier la vie) de définir le plan de référence comme étant la position la plus en aval du champ pour ce problème. Ainsi, au point P1, la particule de charge *q* a une énergie potentielle de *q E b* (puisque le point P1 est à une distance *b* « en amont du champ » par rapport au plan de référence). Au point P3, elle a une énergie potentielle de 0 puisque P3 se trouve sur le plan de référence.

*(Il s’agit juste d’une réponse à un exemple de problème.*

C’est en effet le résultat que nous avons obtenu par les trois autres démarches pour le travail effectué par le champ électrique sur la particule de charge *q* se déplaçant de P1 vers P3 .

*Énergie potentielle électrique par unité de charge*

L’expression du travail que nous avons trouvée ci-dessus avait la forme « la charge de la cible multipliée par d’autres variables ». Pareillement, l’énergie potentielle de la cible (voir ci-dessus) a la forme « la charge de la cible multipliée par d’autres variables ».d’où partent deux fils Dans les deux cas, les « autres variables » étaient des quantités caractérisant le champ électrique et les positions dans l’espace. Il s’agit là d’un résultat général : L’énergie potentielle électrique d’une charge (cible) dans n’importe quel champ électrique (et non pas seulement un champ électrique uniforme) peut être exprimée comme le produit de la charge de la cible et de quantités utilisées pour caractériser le champ électrique dans la région de l’espace où la cible se trouve. Ainsi, on peut toujours diviser l’énergie potentielle de la cible par la charge de la cible pour obtenir ce que l’on peut appeler l’énergie potentielle électrique par unité de charge pour le point de l’espace où se trouve la cible. Quelle que soit la charge de la cible, son énergie potentielle divisée par sa charge donne toujours la même valeur d’énergie potentielle. En effet, l’énergie potentielle par unité de charge cible est une caractéristique du point de l’espace où se trouve la cible, et non une caractéristique de la cible. Cela signifie qu’on peut spécifier les valeurs de l’énergie potentielle par unité de charge cible (que nous représenterons par le symbole *ϕ*  pour tous les points d’une région de l’espace dans laquelle il y a un champ électrique, sans même avoir besoin d’une charge cible. Puis, lorsqu’on ajoute une cible, son énergie potentielle en un point donné est simplement :

*U* = *q ϕ* (5-1)

où :

*U* est l’énergie potentielle électrique de la cible (la charge dans le champ électrique ),

*q* est la charge de la cible, et

*ϕ* est l’énergie potentielle électrique par unité de charge cible (aussi appelée *potentiel électrique* , pour faire plus court) du point dans l’espace où se trouve la cible.

Bon, j’ai vendu la mèche dans la liste des variables : « énergie potentielle par unité de charge cible » est un nom tout simplement trop long, alors appelons-la le *potentiel électrique*. Pour que l’énergie potentielle *U* soit exprimée en joules dans l’expression *U* = *q ϕ*, et comme *q* est exprimée en coulombs, le potentiel électrique *ϕ* doit s’exprimer en J/C. Le concept de potentiel électrique est si important que nous avons donné un nom à cette unité dérivée (J/C) : le volt (symbole : V).

1 volt = 1  ou 1 V = 1 

Dans le cas d’un champ électrique uniforme, l’expression *U* = *q E d* pour l’énergie potentielle électrique d’une cible de charge *q*, après division par *q*, donne le potentiel électrique en un point d’intérêt dans un champ électrique uniforme,

*ϕ* = *E d* (5-2)

où :

*ϕ* est le potentiel électrique au point d’intérêt,

*E* est la grandeur de chaque vecteur de champ électrique dans la région de l’espace où existe le champ électrique uniforme et

*d* est la distance en amont du champ qui sépare le point d’intérêt du plan de référence (arbitrairement choisi).

# 6 Potentiel électrique dû à une ou plusieurs charges ponctuelles

Le potentiel électrique dû à une charge ponctuelle est donné par

(6-1)

où

*ϕ* est le potentiel électrique dû à la charge ponctuelle,

*k* = est la constante de Coulomb.

*q* est la charge de la particule (la charge source, ou charge ponctuelle) produisant le champ électrique pour lequel le potentiel électrique s’applique, et

**  est la distance entre le point d’intérêt et la charge source.

Pour un champ électrique non uniforme (comme le champ électrique dû à une charge ponctuelle), si on veut calculer le travail effectué sur une particule chargée, il est beaucoup plus facile d’utiliser la méthode du potentiel électrique que de calculer le produit de la force parallèle multipliée par la longueur de la trajectoire. Supposons, par exemple, qu’une particule de charge *q*′ soit fixée à l’origine et que nous devions déterminer le travail effectué par le champ électrique de cette particule sur une cible de charge *q* qui se déplace le long de l’axe x de *x*1 à *x*2. Nous ne pouvons pas simplement calculer le travail comme suit :

même si la force est dans la même direction que le déplacement, car la force *F* prend une valeur différente en chaque point de l’axe x entre *x*1 et *x*2. Il faut donc faire une intégrale :

Comparez avec la solution suivante au même problème (qu’une particule de charge *q*′ soit fixée à l’origine et que nous devions déterminer le travail effectué par le champ électrique de cette particule sur une cible de charge *q* qui se déplace le long de l’axe x de *x*1 à *x*2) :

L’énergie potentielle électrique d’une particule, utilisée en conjonction avec le principe de conservation de l’énergie mécanique, constitue un outil puissant pour résoudre les problèmes. L’exemple suivant le montre bien :

*Exemple*

Une particule de charge 0,180 μC est fixée dans l’espace par des moyens non spécifiés. Une particule de charge −0**,**0950 μC et de masse 0,130 g se trouve à 0,885 cm de la première particule et s’éloigne directement de la première particule à une vitesse de 15,0 m/s. Par rapport à la première particule, jusqu’à quelle distance la deuxième particule se rendra-t-elle?

Ce problème en est un de conservation de l’énergie. Comme pour tous les problèmes de conservation de l’énergie, nous commençons par un schéma avant et après :

Après

Avant



**  = 15**,**0 m/s

*′* = 0



0



*Superposition du potentiel électrique*

Lorsque plusieurs particules chargées contribuent au potentiel électrique en un point de l’espace, le potentiel électrique en ce point est la somme des contributions dues aux particules chargées individuelles. Le potentiel électrique en un point de l’espace dû à un ensemble de plusieurs particules chargées est plus facile à calculer que le champ électrique dû au même ensemble de particules chargées. En effet, la somme des contributions au potentiel électrique est une simple addition, alors que la somme des contributions au champ électrique est une somme vectorielle.

*Exemple*

Trouvez une formule qui donne le potentiel électrique en tout point (x, y) du plan x-y, dû à une paire de particules, l’une de charge – *q* à , et l’autre de charge +*q* à .

*Solution* : Établissons un point P à une position arbitraire (x, y) sur l’axe x-y et déterminons la distance qui sépare le point P de chacune des particules chargées. Dans le schéma suivant, j’utilise le symbole *+* pour représenter la distance entre le point P et la particule chargée positivement, et le symbole *−* pour représenter la distance entre le point P et la particule chargée négativement.

*x*

*y*

– *q*

*+q*





P

(*x, y*)

*x*

*y*

*+*

*−*

*x*

*y*

−*q*

*+q*



P

(*x, y*)

*x*

*y*

*+*



L’analyse du triangle ombré dans le schéma de droite nous donne *+* .

*x*

*y*

−*q*

*+q*



P

(*x, y*)

*x*

*y*

*−*



L’analyse du triangle ombré dans le schéma de droite nous donne − .

Maintenant que nous avons les distances qui séparent le point P de chacune des particules chargées, nous sommes prêts à déterminer le potentiel :

P

*y*

(*x, y*)

*−*

*y*

*+*

*+q*

−*q*

*x*





*x*

# 7 Surfaces équipotentielles, conducteurs et différence de potentiel

Considérez une région de l’espace dans laquelle il existe un champ électrique. Concentrez votre attention sur un point en particulier de ce champ électrique. Appelons-le le point A.

*E*

A

Imaginez que vous placez une charge d’essai positive au point A. (Imaginons que, par des moyens non spécifiés, vous pouvez déplacer la charge d’essai où vous le souhaitez). Posez-vous la question suivante avant de poursuivre votre lecture : est-il possible de déplacer la charge d’essai dans le champ électrique de manière à ce que le champ électrique n’effectue aucun travail sur la charge d’essai?

Si nous déplaçons la charge d’essai positive dans la direction « en aval du champ » (vers le coin supérieur gauche du schéma), la charge d’essai subira un travail positif (force parallèle multipliée par la longueur de la trajectoire). Si nous déplaçons la charge d’essai positive dans la direction « en amont du champ », elle subira un travail négatif. En revanche, si nous déplaçons la charge d’essai positive de manière perpendiculaire au champ électrique, aucun travail n’est effectué sur elle. Autrement dit, si nous choisissons une trajectoire pour la charge d’essai positive telle que chaque élément infinitésimal du déplacement de la particule est perpendiculaire au champ électrique en ce point, le travail effectué sur la charge d’essai par le champ électrique est nul. L’ensemble des points qui peuvent être atteints par de telles trajectoires constitue une coquille infinitésimalement mince et partout perpendiculaire au champ électrique. En déplaçant une charge d’essai le long de cette surface d’un point (point A) jusqu’à un autre point (point B) de la surface, le travail effectué est nul, car le champ électrique est perpendiculaire à la trajectoire en tout point du déplacement. Appelons (momentanément) ce type de surface une « surface sans travail ». Nous l’avons construite en pensant au travail, en prenant le produit de la force le long de la trajectoire multipliée par le travail effectué sur la longueur de la trajectoire. Mais le travail effectué par le champ électrique lorsqu’une charge d’essai se déplace du point A de la surface au point B de la surface doit également être nul si nous utilisons la méthode de calcul basée sur la variation d’énergie potentielle. Effectuons cet exercice et voyons où ça nous mène. Nous savons que le travail  = 0.

De même,

En termes du potentiel électrique *ϕ , U* = *q ϕ*, de sorte que le travail peut être exprimé comme suit :

Étant donné que  = 0, cela signifie que

Cela vaut pour n’importe quel point B de toute la surface « sans travail ». Autrement dit, chaque point de la surface tout entière est à la même valeur de potentiel électrique. Ainsi, une surface « sans travail » est aussi une *surface équipotentielle*. C’est d’ailleurs le terme (surface équipotentielle) que les physiciens emploient pour désigner ce type de surface. Une surface équipotentielle est généralement accompagnée de sa valeur potentielle. (*ϕ* A dans le cas présent). Dans le schéma suivant, la courbe en pointillés est la surface équipotentielle vue de côté.

*E*

A

*ϕ* A

En résumé :

* Une surface équipotentielle est une surface imaginaire sur laquelle tous les points ont le même potentiel électrique.
* Elle est partout perpendiculaire au champ électrique qu’elle caractérise.
* Le travail effectué par le champ électrique sur une particule qui se déplace entre deux points d’une surface équipotentielle est toujours nul.

*Conducteurs parfaits et potentiel électrique*

Rappelez-vous ce que vous savez sur les conducteurs parfaits et le *champ* électrique : le champ électrique est nul partout à l’intérieur et sur un conducteur parfait. Cela vaut autant pour les conducteurs solides que pour les coquilles vides composées d’un matériau parfaitement conducteur. Cela signifie que le travail effectué par le champ électrique sur une charge d’essai se déplaçant entre deux points sur ou dans un conducteur parfait est nul. Autrement dit, la différence de *potentiel* électrique entre deux points[[11]](#footnote-11) quelconques dans ou sur un conducteur parfait doit être nulle. Cela signifie que le potentiel électrique en tout point dans et sur un conducteur parfait doit avoir une seule et même valeur. Notez que, en général, cette valeur *n’est pas* nulle.

*Un peu de jargon du potentiel électrique*

Lorsqu’on parle du potentiel électrique dans le contexte d’un conducteur parfait (ou d’un objet qui se rapproche d’un conducteur parfait), puisque tous les points dans et sur le conducteur ont la même valeur de potentiel électrique, on parle généralement du potentiel électrique *du conducteur*. On emploie également des expressions comme « le conducteur a un potentiel de 25 V », ce qui signifie que la valeur du potentiel électrique en chaque point du conducteur est de 25 V par rapport à l’infini (si on a défini le zéro du potentiel comme étant à une distance infinie du conducteur) ou par rapport à la mise à la terre (si on a défini le zéro du potentiel comme étant le potentiel de la mise à la terre).

*Différence de potentiel électrique, ou tension*

En général, quand on parle de conducteurs et de potentiel électrique, ce n’est pas la valeur du potentiel électrique du conducteur qui nous intéresse, mais bien la différence de potentiel électrique entre deux conducteurs.

***Exemple 7-1***

Une sphère métallique creuse a un potentiel supérieur de 472 volts à celui d’une plaque métallique voisine. Une particule de charge 2e est placée au repos à la surface de la sphère. Elle vient heurter la plaque. Avec quelle énergie cinétique la particule chargée heurte-t-elle la plaque? (Supposez que la seule force agissant sur la particule est celle due au champ électrique correspondant à l’information donnée).

APRÈS

AVANT

*ϕ* S

*ϕ* S

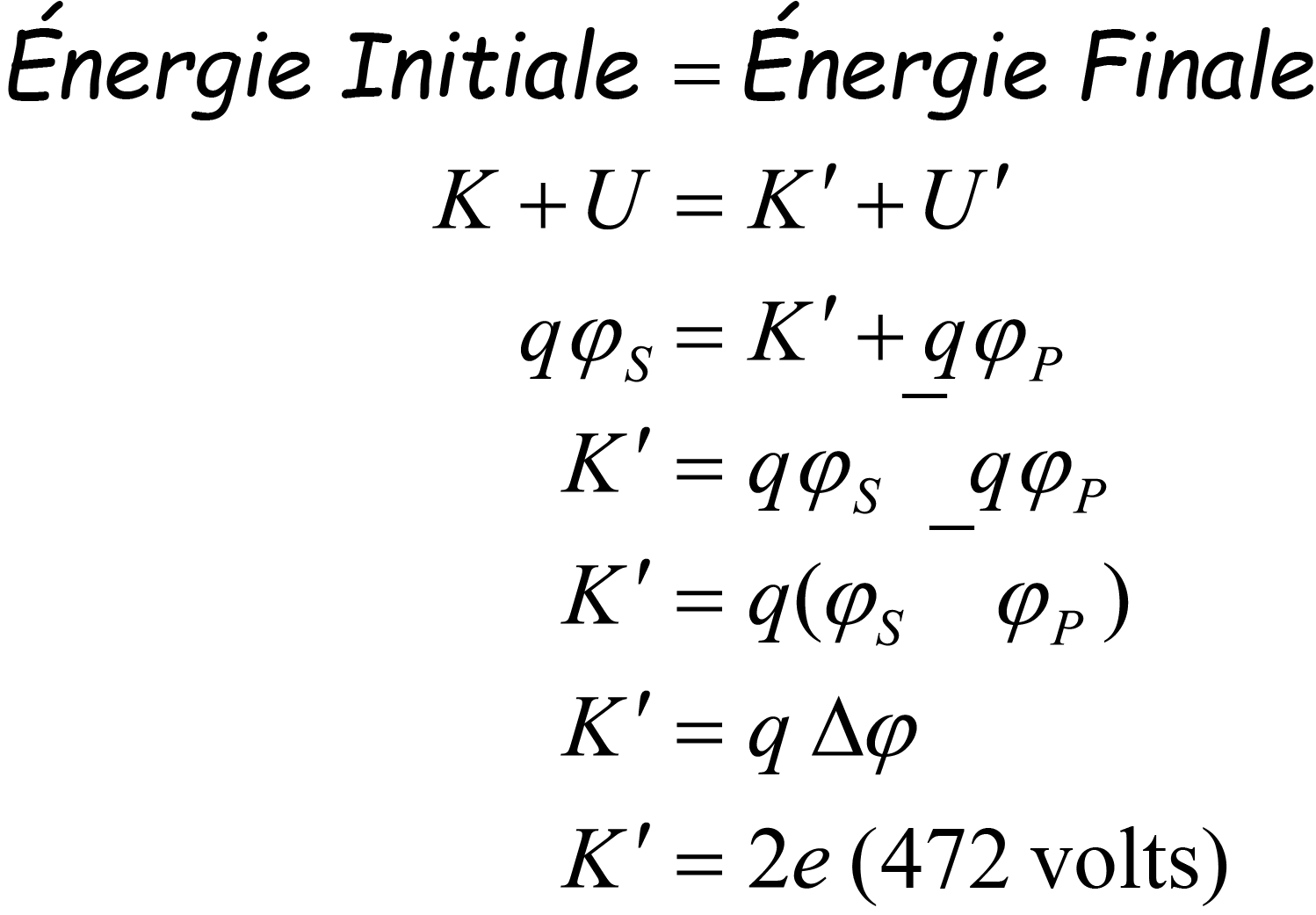
*q = 2*e, ** = 0

*ϕ*  P

*ϕ*  P

** ′

(Étant donné que *ϕ* S – *ϕ*  P = Δ*ϕ* = 472 volts.)



0



Notez que pour résoudre ce problème, nous n’avons pas à connaître la valeur du potentiel électrique de la sphère ou de la plaque, mais seulement la différence entre les deux potentiels.

Il existe un appareil qui permet de mesurer la différence de potentiel entre deux points dans l’espace : le voltmètre. Un voltmètre type se compose d’un boîtier d’où partent deux fils. À l’extrémité de chaque fil se trouve une courte tige métallique appelée sonde. Chaque fil et chaque sonde, à l’exception de la pointe de la sonde, sont revêtus d’un matériau isolant. La différence de potentiel s’affiche sur le boîtier, soit grâce à un écran d’affichage numérique, soit grâce à une aiguille. Typiquement, on appuie la pointe métallique d’une des sondes sur le conducteur concerné et on la maintient en place, de sorte que la sonde et le fil arrivent au même potentiel que le conducteur. On pose ensuite la pointe de l’autre sonde sur un autre conducteur, de sorte que cette sonde et ce fil ont le potentiel du second conducteur. Lorsque chaque sonde est en contact avec un conducteur, le voltmètre affiche la différence de potentiel entre les deux conducteurs.

La différence de potentiel électrique entre deux points dans l’espace porte un autre nom, la *tension*. La tension désigne la *différence de potentiel électrique*, c’est-à-dire la différence d’énergie électrique potentielle par unité de charge cible entre deux points de l’espace. Si le mot *tension* désigne à proprement parler la différence de potentiel, il est aussi souvent employé pour désigner le potentiel électrique lui-même, où un conducteur particulier ou un point de l’espace est défini comme étant le zéro du potentiel. Si aucun conducteur ou point de l’espace n’a été défini comme étant le zéro, c’est alors l’« infini » qui est considéré comme étant le zéro du potentiel électrique. Ainsi, si on vous dit qu’un objet métallique a un potentiel de 230 V (quand aucun conducteur ou point de l’espace n’a été identifié comme le zéro du potentiel électrique), vous pouvez présumer que le potentiel électrique de l’objet métallique est 230 V plus élevé que le potentiel électrique en tout point situé à une distance infinie de l’objet.

Plus loin dans votre parcours en physique, lorsque vous étudierez les circuits électriques, il sera important de garder à l’esprit que la tension dans un circuit est la différence entre la valeur d’une caractéristique (le potentiel électrique) d’un conducteur et la valeur de la même caractéristique d’un autre conducteur.

*Analogie entre tension et altitude*

On peut établir une bonne analogie entre la tension (potentiel électrique) et l’altitude. Considérons une altitude donnée au-dessus de la surface de la terre (mesurée, par exemple, à partir du niveau de la mer). La valeur de l’altitude caractérise un point dans l’espace ou un ensemble de points dans l’espace. En fait, l’ensemble de tous les points dans l’espace qui se trouvent à la même altitude   
au-dessus de la surface de la terre forme une surface d’« équialtitude ». À l’échelle locale, nous pouvons considérer cette surface d’« équialtitude » comme un plan. À l’échelle globale, nous pouvons la voir comme une coquille sphéroïdale. Si une volée d’oiseaux se trouve à cette altitude, on peut la lui attribuer : on dit que la volée d’oiseaux a telle ou telle altitude. Cependant, l’altitude existe, qu’il y ait une volée d’oiseaux ou non. À une altitude donnée, il peut y avoir des oiseaux, de l’air et des nuages qui se déplacent, mais le fait est que l’altitude elle-même existe – elle ne circule pas et ne va nulle part. C’est comme la tension dans un circuit. La tension dans un circuit existe; elle caractérise un conducteur dans un circuit. Les particules chargées peuvent se déplacer et circuler à l’intérieur et à travers un conducteur qui est à cette tension, mais la tension ne circule pas et ne va nulle part, pas plus que l’altitude ne circule et ne va nulle part.

# 8 Condensateurs, diélectriques et énergie dans les condensateurs

La capacité est une caractéristique d’un objet conducteur. Elle est également une caractéristique d’une paire d’objets conducteurs.

Commençons par la capacité d’un objet conducteur unique, isolé de son environnement. Supposons que l’objet est neutre. Maintenant, plaçons-y une charge positive. Son potentiel électrique n’est plus nul. Si on y rajoute de la charge, l’objet aura une valeur de potentiel électrique plus élevée. Ce qui est intéressant, c’est que, quelle que soit la quantité de charge sur l’objet, le rapport entre cette quantité de charge *q* et le potentiel électrique résultant *ϕ*  de l’objet a une seule et même valeur.

 est constant pour toutes les valeurs de *q*.

Vous doublez la charge, et le potentiel électrique est doublé. Vous réduisez la quantité de charge à un dixième de ce qu’elle était, et le potentiel électrique devient un dixième de ce qu’il était. Ce rapport invariable est appelé capacité *C*cu de l’objet (où l’indice « cu » signifie « conducteur unique »).

 (8-1)

où :

*C*cu est la capacité d’un objet conducteur unique, isolé (distant) de son environnement,

*q* est la charge sur le conducteur et

*ϕ* est le potentiel électrique du conducteur par rapport au potentiel électrique à l’infini   
(la position que nous avons définie comme notre niveau zéro de potentiel électrique).

La capacité d’un objet conducteur est une propriété que l’objet possède même s’il n’a aucune charge. Elle dépend de la taille et de la forme de l’objet.

Plus vous devez ajouter de charge positive à un objet pour augmenter le potentiel de cet objet d’un volt, plus sa capacité est grande. En fait, si vous définissez *q*1 comme la quantité de charge à ajouter à un objet conducteur donné pour augmenter le potentiel électrique de cet objet d’un volt, alors la capacité de l’objet est .

*Capacité d’un conducteur sphérique*

Prenons une sphère (soit une coquille sphérique vide, soit une sphère pleine) de rayon *R* constituée d’un matériau parfaitement conducteur. Supposons que la sphère a une charge positive *q* et qu’elle est isolée de son environnement. Nous avons déjà vu que le champ électrique de la sphère chargée, entre l’infini et la surface de la sphère, est indiscernable du champ électrique dû à une charge ponctuelle *q* à la position du centre de la sphère et que, partout à l’intérieur de la surface de la sphère, le champ électrique est nul. Ainsi, à l’extérieur de la sphère, le *potentiel* électrique doit être identique au potentiel électrique dû à une charge ponctuelle au centre de la sphère (au lieu de la sphère). Cependant, à l’intérieur de la sphère, le potentiel électrique ne change plus. Quelle que soit la valeur du potentiel électrique à la surface de la sphère, c’est la valeur du potentiel électrique en tout point à l’intérieur de la sphère.

Cela signifie que le potentiel électrique de la sphère est égal au potentiel électrique qui serait causé par une charge ponctuelle (toute seule) en un point de l’espace situé à une distance *R* de la charge ponctuelle (où *R* est le rayon de la sphère).

La valeur du potentiel électrique ici est la même que la valeur du potentiel électrique en tout point dans et sur une sphère conductrice de rayon *R* et de charge *q*.

P

*R*

*q*

Ainsi,  est le potentiel électrique d’une sphère conductrice de rayon *R* et de charge *q*.

En isolant , on obtient :



Puisque, par définition, la capacité , on a :

 (8-2)

La capacité d’une sphère conductrice est directement proportionnelle à son rayon. Plus la sphère est grande, plus il faut la charger pour augmenter son potentiel d’un volt (autrement dit, plus la capacité de la sphère est grande). Il en va de même pour les objets conducteurs en général. Étant donné que toute la charge d’un conducteur réside à sa surface, la capacité dépend en fait de la surface de l’objet. Plus la surface est grande, plus la charge a de place pour se répandre; par conséquent, plus il faut mettre de charge sur l’objet pour augmenter son potentiel d’un volt (autrement dit, plus sa capacité est grande).

Prenons l’exemple d’un trombone. (Pour le papier, pas pour la musique!) Il suffit d’une charge de l’ordre d’un pC (picocoulomb,  coulombs) pour augmenter le potentiel du trombone de 10 V.

*Unités*

L’unité de capacité est le coulomb par volt, . Cette unité dérivée porte un nom, le farad (symbole : F).



*Capacité d’une paire d’objets conducteurs*

Jusqu’à présent, nous avons parlé de la capacité d’un objet conducteur isolé de son environnement. Vous placez une charge sur un objet et, en conséquence, l’objet acquiert un certain potentiel électrique. Le rapport entre la charge et le potentiel donne la capacité de l’objet. Mais attention : si le conducteur est proche d’un autre conducteur lorsque vous le chargez, il acquerra, pour la même quantité de charge, un potentiel électrique différent de celui qu’il aurait s’il était éloigné de tous les autres conducteurs. Autrement dit, le simple fait d’être à proximité d’un autre conducteur modifie la capacité effective[[12]](#footnote-12) du conducteur en question. En fait, si vous placez une charge sur un conducteur isolé et que vous placez ensuite un autre conducteur à proximité du premier, le potentiel électrique du premier conducteur changera, ce qui signifie que sa capacité effective a changé. Penchons-nous sur un exemple pour voir comment cela se produit.

Soit une sphère conductrice sur laquelle se trouve une certaine quantité de charge, *q*. Supposons qu’au départ, la sphère est éloignée de son environnement et que, en raison de la charge qu’elle porte, elle a un potentiel *ϕ*.

Prenons un moment pour revoir ce qu’on entend par « avoir un potentiel *ϕ* ». Imaginez que vous preniez une charge d’essai *q*E à une grande distance de la sphère et que vous l’ameniez à la surface de la sphère. Vous aurez alors fait passer l’énergie potentielle de la charge d’essai de zéro à *q*E*ϕ*. Pour ce faire, vous devez effectuer un travail *q*E*ϕ* sur la charge d’essai. Nous supposons que la charge d’essai est au repos à l’état initial et à l’état final. Vous devez pousser la charge sur la sphère. Vous appliquez une force sur une certaine distance pour donner à cette particule l’énergie potentielle *q*E*ϕ* . Vous effectuez un travail positif sur cette particule. Le champ électrique de la sphère exerce une force sur la charge d’essai dans le sens opposé à celui dans lequel vous la poussez. Il effectue une quantité négative de travail sur la charge d’essai, de sorte que le travail total, c’est-à-dire le travail effectué par vous plus le travail effectué par le champ électrique, est nul (comme il doit l’être puisque l’énergie cinétique de la charge d’essai ne change pas). Mais je veux que vous portiez votre attention sur la quantité de travail que vous devez effectuer en poussant la charge d’essai dans la direction dans laquelle elle se déplace, pour l’amener de l’infini à la surface de la sphère. Cette quantité de travail est *q*E*ϕ*, car *q*E*ϕ* est la quantité par laquelle vous augmentez l’énergie potentielle de la particule chargée. Si vous répétez l’expérience dans d’autres circonstances et que vous constatez que vous n’avez pas besoin d’effectuer autant de travail pour amener la charge d’essai de l’infini à la surface de la sphère, vous saurez alors que la sphère a un potentiel inférieur à celui de l’autre fois.

Nous sommes maintenant prêts à explorer un exemple qui illustrera le principe suivant : le rapport charge-tension de l’objet conducteur dépend de la présence ou non d’un autre conducteur à proximité. Approchons une sphère conductrice identique d’un côté de la première sphère. La première sphère possède toujours la même quantité de charge *q,* tandis que la seconde sphère est neutre. La question est la suivante : le potentiel de la sphère d’origine est-il toujours le même que celui qu’elle avait lorsqu’elle était seule? Vérifions ça en apportant une charge d’une distance infinie jusqu’au côté de la première sphère opposé à celui où se trouve la deuxième sphère. Expérimentalement, on constate qu’il faut moins de travail pour amener la charge d’essai jusqu’à la sphère d’origine qu’auparavant, ce qui signifie que la sphère d’origine a désormais un potentiel électrique plus faible. Pourquoi? Lorsque nous avons rapproché la deuxième sphère de la sphère d’origine, la deuxième sphère s’est polarisée. (Bien qu’elle soit neutre, elle est conductrice et la charge équilibrée qu’elle contient est donc libre de se déplacer). La sphère d’origine, qui a une charge positive *q*, attire la charge négative de la deuxième sphère et repousse la charge positive. Le côté proche de la deuxième sphère se retrouve avec une charge négative, et son côté éloigné, avec la même quantité de charge positive. (La deuxième sphère reste globalement neutre.) Par conséquent, la charge négative de la partie proche de la deuxième sphère attire la charge positive (polarisée) de la sphère d’origine. Ainsi, la charge de la sphère d’origine, au lieu d’être répartie uniformément sur la surface comme elle l’était avant l’introduction de la deuxième sphère, est condensée sur le côté proche de la deuxième sphère. L’autre côté de la sphère d’origine n’est pas neutre, mais il est moins moins chargé qu’auparavant. Par conséquent, il faut moins de travail pour amener la charge d’essai positive de l’infini vers ce côté de la sphère d’origine. Comme nous l’avons mentionné, cela signifie que le potentiel électrique de la sphère d’origine doit être inférieur à ce qu’il était avant que la deuxième sphère n’entre en jeu. Étant donné qu’elle possède toujours la même charge, le nouveau potentiel, plus faible, signifie que la sphère d’origine a un rapport charge-potentiel plus élevé, et donc une capacité effective plus grande.

En pratique, plutôt que d’appeler le rapport charge-potentiel d’un conducteur proche d’un autre conducteur, la « capacité effective » du premier conducteur, nous définissons une capacité pour la paire de conducteurs. Prenons une paire de conducteurs, séparés par du vide ou un matériau isolant, placés à une position donnée l’un par rapport à l’autre. Cette configuration s’appelle un condensateur. Commençons par deux conducteurs neutres. Prélevez une charge sur l’un des conducteurs et placez-la sur l’autre. La quantité de charge déplacée d’un conducteur à l’autre est appelée charge du condensateur. (Contrairement à la charge totale réelle de l’appareil, qui est toujours nulle). Le repositionnement de la charge entraîne une différence de potentiel ∆*ϕ* entre les deux conducteurs. Souvent, on parle de la tension aux bornes du condensateur. Nous utilisons le symbole V pour représenter la tension aux bornes du condensateur. En d’autres termes, V ≡ ∆*ϕ*. Le rapport entre la quantité de charge déplacée d’un conducteur à l’autre et la différence de potentiel du condensateur résultante est la capacité du condensateur.

 (8-3)

où :

*C* est la capacité d’un condensateur (une paire de conducteurs séparés par du vide ou un matériau isolant).

*q* est la « charge sur le condensateur », la quantité de charge qui a été déplacée d’un conducteur initialement neutre à l’autre. Concrètement, l’un des conducteurs du condensateur a une quantité de charge *q*, et l’autre, – *q*.

*V* est la différence de potentiel électrique ∆*ϕ* entre les conducteurs. On parle aussi de tension aux bornes du condensateur.

Un condensateur à deux conducteurs constitue un composant important dans les circuits électriques. Le type de condensateur le plus simple est le condensateur plan, qui se compose de deux plaques identiques et parallèles de matériau conducteur. Dans la version la plus simple du condensateur plan, les deux plaques sont séparées par du vide.

*d*

Surface *A*

L’un des deux fils utilisés pour déplacer la charge sur et hors des plaques du condensateur.

La capacité d’un tel condensateur est donnée par :



où :

*C* est la capacité du condensateur plan dont les plaques sont séparées par du vide.

*d* est la distance entre les plaques.

*A* est la surface d’une face des deux plaques.

**o est une constante universelle appelée « permittivité du vide ». **o est étroitement liée à *k* (la constante de Coulomb). En fait, . Ainsi, . L’équation pour la capacité peut être exprimée avec la constante de Coulomb *k* sous la forme , mais le plus souvent, on l’exprime sous en terme d’**o.

Cette équation de la capacité est une approximation. Il s’agit d’une *bonne* approximation tant que la distance *d* entre les plaques est petite par rapport à une dimension caractéristique de la plaque (le diamètre des plaques circulaires, ou la plus petite longueur de bord des plaques rectangulaires). La dérivation de la formule repose sur l’hypothèse que le champ électrique est uniforme dans la région entre les plaques et nul partout ailleurs. En fait, le champ électrique n’est pas uniforme au voisinage des bords des plaques. Notre formule pour la capacité tient la route tant que la région dans laquelle le champ électrique n’est pas bien approximée par un champ électrique uniforme est petite par rapport à la région dans laquelle il l’est.

*E*

*Effet d’un matériau isolant entre les plaques d’un condensateur*

Pour comprendre l’effet d’un matériau isolant, en lieu et place du vide, entre les plaques d’un condensateur, je dois au moins présenter la dérivation de la formule . N’oubliez pas que la capacité est la charge divisée par la différence de potentiel du condensateur. Supposons que nous déplacions une charge *q* d’une plaque initialement neutre à l’autre. Nous supposons que le champ électrique est uniforme entre les plaques du condensateur et nul partout ailleurs.

*q*

*V* (la différence de potentiel entre les plaques, c’est-à-dire la tension aux bornes du condensateur)

*E*

*-q*

Par des moyens que vous découvrirez plus loin dans cet ouvrage, nous établissons que la valeur du champ électrique (valable partout entre les plaques) est donnée par :

 (8-4)

Nous savons également que le travail effectué sur une charge d’essai *q*E par le champ électrique lorsque la charge d’essai est déplacée de la plaque de potentiel supérieur à la plaque de potentiel inférieur est le même, que nous le calculions en multipliant la force parallèle par la longueur de la trajectoire ou en prenant le négatif de la variation de l’énergie potentielle. Il en résulte la relation suivante entre le champ électrique et le potentiel électrique :

calculé par le produit de la force par la distance =  calculé en prenant le négatif du changement d’énergie potentielle



En utilisant l’équation 8-4 () pour remplacer *E* dans  par , on obtient :



En isolant *q*/*V*, on a :



pour le rapport charge-tension. La capacité étant le rapport charge-tension, cela signifie que



CQFD.

Bien, voici maintenant ce qu’il en est quand on ajoute un isolant entre les plaques. Prenons un condensateur identique à tous égards à celui que nous venons d’utiliser, à ceci près qu’il a un matériau isolant entre ses plaques, et non plus du vide. Supposons aussi que le condensateur porte la même quantité de charge *q* que le condensateur à vide. *La présence de l’isolant entre les plaques affaiblit le champ électrique entre les plaques.* Cela signifie qu’une charge d’essai déplacée d’une plaque à l’autre subira moins de travail de la part du champ électrique et verra donc son énergie potentielle changer dans une moindre mesure. La différence de potentiel électrique entre les plaques est donc plus petite. Ainsi, avec la même charge, mais une différence de potentiel plus faible, le rapport charge-tension (c’est-à-dire la capacité du condensateur) doit être *plus élevé*.

La présence du matériau isolant augmente la capacité. Ce qu’il reste à expliquer, c’est l’affaiblissement du champ électrique par le matériau isolant. Pourquoi le matériau isolant affaiblit-il le champ? Voici la réponse :

Commençons avec des plaques séparées par du vide :

Nous insérons du matériau isolant :

*q*

*E*

*-q*

*q*

*E*

*-q*

Le champ électrique d’origine polarise le matériau isolant :

*q*

*-q*

La charge déplacée crée son propre champ électrique, dans le sens opposé à celui du champ électrique d’origine :

*q*

*-q*

Le champ électrique net, qui est en chaque point de l’espace la somme vectorielle des deux contributions à ce champ, est dans la même direction que le champ électrique d’origine, mais est plus faible que celui-ci :

*E*

*q*

*-q*

CQFD. À charge égale, la présence du matériau isolant affaiblit le champ électrique, ce qui réduit la différence de potentiel plus faible, ce qui augmente le rapport charge-tension – et donc la capacité. L’ampleur de cette différence dépend du degré de polarisation de l’isolant, qui dépend lui-même du type de matériau. Lorsqu’un matériau isolant est placé entre les plaques d’un condensateur, il est appelé *diélectrique*. L’utilisation d’un diélectrique au lieu du vide entre les plaques a pour effet net de multiplier la capacité par un facteur connu sous le nom de constante diélectrique. Chaque diélectrique est caractérisé par une constante diélectrique sans unité propre au matériau dont il est constitué. La capacité d’un condensateur plan doté d’un diélectrique entre les plaques, au lieu du vide, est simplement le produit de la constante diélectrique *κ* par la capacité du même condensateur avec du vide entre les plaques.

 (8-5)

où :

*C* est la capacité du condensateur plan dont les plaques sont séparées par un matériau isolant,

κ est la constante diélectrique caractérisant le matériau isolant entre les plaques,

*d* est la distance entre les plaques.

*A* est la surface d’une des deux plaques et

**o est une constante universelle appelée permittivité du vide.

La constante diélectrique du vide valant exactement 1, nous pouvons considérer que cette équation s’applique à tous les condensateurs plans. Le tableau suivant présente quelques constantes diélectriques de matériaux utilisés dans la fabrication des condensateurs :

|  |  |
| --- | --- |
| **Substance** | **Constante diélectrique** |
| Air | 1,00 |
| Oxyde d’aluminium (produit de corrosion présent dans de nombreux condensateurs électrolytiques) | 7 |
| Mica | 3-8 |
| Dioxyde de titane | 114 |
| Vide | 1 (exactement) |
| Papier ciré | 2**,**5-3**,**5 |

*Énergie emmagasinée dans un condensateur*

Lorsqu’on déplace de la charge d’une plaque de condensateur initialement neutre à l’autre, on dit qu’on *charge* le condensateur. Lorsqu’on charge un condensateur, on y emmagasine de l’énergie. Lorsqu’on permet à la charge de retourner à la plaque d’où elle vient (en lui créant un circuit conducteur), on dit qu’on *décharge* le condensateur. Si le condensateur se décharge dans un moteur électrique, la charge pourra certainement effectuer un travail sur l’environnement. Quelle quantité d’énergie est emmagasinée dans un condensateur chargé? Imaginez le processus de charge. Vous utilisez une certaine force pour déplacer une charge d’une plaque à l’autre sur une certaine distance. Au départ, ça ne prend pas beaucoup de force, puisque les deux plaques sont neutres. Mais plus vous avez déplacé et repositionné de charges, plus il devient difficile d’en déplacer d’autres. Pensez-y : si vous déplacez une charge positive, vous retirez une charge positive d’une plaque chargée négativement et vous la poussez sur une plaque chargée positivement. La quantité totale de travail que vous effectuez en déplaçant la charge est la quantité d’énergie que vous emmagasinez dans le condensateur. Calculons cette quantité de travail.

Dans cette démarche, je vais utiliser un *q* minuscule pour représenter la quantité variable de charge sur la plaque du condensateur (qui augmente au fur et à mesure que le condensateur se charge) et un *Q* majuscule pour représenter la quantité finale de charge. De même, je choisis d’utiliser un ** minuscule pour représenter la quantité variable de tension aux bornes du condensateur (qui augmente également au fur et à mesure que le condensateur se charge) et un *V* majuscule pour représenter la tension finale aux bornes du condensateur. Soit *U* l’énergie emmagasinée dans le condensateur :

mais la tension aux bornes du condensateur est liée à la charge du condensateur par l’équation *C* = *q* /** , ce qui, une fois qu’on isole ** , donne ** = *q*/*C*, de sorte que :



En utilisant *C = Q/V*, on peut également exprimer l’énergie emmagasinée dans le condensateur sous la forme  ou

 (8-6)

# 9 Courant électrique, force électromotrice et loi d’Ohm

Nous allons maintenant entamer notre étude des circuits électriques. Un circuit est un chemin conducteur fermé à travers lequel circule une charge. Dans les circuits, les charges tournent en boucle. Le débit de circulation de la charge est appelé courant électrique. Un circuit se compose d’éléments reliés entre eux par des fils. Le condensateur est un exemple d’élément de circuit que vous connaissez déjà; dans ce chapitre, nous allons en introduire d’autres. Lorsqu’on analyse des circuits, on considère les fils comme des conducteurs parfaits, et les éléments de circuit, comme des éléments de circuit idéaux. La complexité des circuits est très variable. Un ordinateur est un circuit complexe, une lampe de poche est un circuit simple.

Le type d’éléments de circuit dont vous allez vous occuper dans ce cours sont les éléments de circuit à deux bornes. Il existe plusieurs types d’éléments de circuit à deux bornes, mais ils ont tous des points communs. Un élément de circuit à deux bornes est un dispositif doté de deux extrémités, toutes deux conductrices. Ces deux extrémités s’appellent des bornes. Les bornes peuvent prendre de nombreuses formes différentes. Il peut s’agir de fils, de plaques métalliques, de boutons métalliques ou encore en poteaux métalliques. Il faut connecter des fils aux bornes pour que l’élément fasse partie d’un circuit.

L’un des éléments importants du circuit à deux bornes est la source de force électromotrice (FEM)[[13]](#footnote-13). Vous pouvez considérer les sources de FEM comme des batteries ou des sources d’alimentation idéales. Leur rôle est de maintenir une différence de potentiel (ou tension) constante entre ses bornes. On les désigne soit par le symbole ** (E en cursif), soit par le symbole V pour représenter cette différence de potentiel.

Pour obtenir une différence de potentiel ** entre ses bornes, la source de FEM, lorsqu’elle commence à exister, doit déplacer une certaine charge d’une borne à l’autre. (Nous considérons le mouvement de la charge comme le mouvement de la charge *positive.*) La première borne se retrouve avec une charge nette négative, et la seconde acquiert une charge nette positive. La source de FEM déplace la charge jusqu’à ce que la borne positive atteigne un potentiel ** supérieur à la borne négative. Notez que la source de FEM ne produit pas de charge; elle ne fait que déplacer la charge existante. Si vous connectez un fil isolé à la borne positive, il aura le même potentiel que la borne positive et, comme la charge de la borne positive se répartira sur le fil, la source de FEM devra déplacer davantage de charge depuis la borne au potentiel inférieur pour maintenir la différence de potentiel. On parle rarement de la charge sur l’une ou l’autre des bornes d’une source de FEM ou sur un fil connecté à l’une ou l’autre des bornes. Une source de FEM type maintient une différence de potentiel entre ses bornes de l’ordre de 10 V, et la quantité de charge qui doit être déplacée depuis un fil (dont les dimensions sont similaires à celles d’un trombone vers) un autre du même type est de l’ordre d’un pC (). En outre, l’accumulation de charge est presque instantanée, de sorte qu’au moment où vous avez fini de connecter le fil à la borne, le fil possède déjà la charge en question. En général, on ne sait pas quelle quantité de charge se trouve sur la borne positive ou sur les fils qui y sont connectés. Et cela ne nous intéresse pas. Cette charge est minuscule, mais elle suffit pour que la différence de potentiel entre les bornes corresponde à la tension nominale de la source de FEM.

Rappelons qu’on peut utiliser le potentiel électrique pour caractériser un champ électrique. En créant une différence de potentiel entre ses bornes et entre toute paire de fils connectés à ses bornes, la source de FEM crée un champ électrique. Le champ électrique dépend de la disposition des fils connectés aux bornes de la source de FEM. Le champ électrique est une autre quantité dont il est rarement question lors de l’analyse des circuits. On peut généralement trouver ce qu’on cherche à partir de la valeur de la différence de potentiel ** que la source de FEM maintient entre ses bornes. Mais le champ électrique existe et, dans un circuit, c’est le champ électrique de la charge sur les fils connectés à la source de FEM qui fait circuler la charge dans le circuit, et la circulation de la charge est une caractéristique fondamentale des circuits électriques.

On utilise le symbole

pour représenter la source de FEM dans un schéma de circuit. Les deux segments de ligne parallèles représentent les bornes de la source : le segment court représente la borne négative (ou borne de potentiel inférieur), et le segment long, la borne positive (ou borne de potentiel supérieur).

L’autre élément de circuit que je souhaite présenter dans ce chapitre est la *résistance*. Une résistance est un mauvais conducteur. La valeur de la résistance quantifie sa mauvaise qualité de conducteur. Plus elle est élevée, moins l’élément du circuit laisse circuler la charge. Les résistances se présentent sous de nombreuses formes. Le filament d’une ampoule électrique est une résistance. L’élément chauffant du grille-pain est une résistance. Les humains fabriquent de petits cylindres en céramique (avec une couche de carbone et un fil dépassant à chaque extrémité) pour obtenir certaines valeurs de résistance. La valeur de la résistance est indiquée sur la résistance elle-même. Le symbole

représente une résistance dans un schéma de circuit. La variable *R* est généralement employée pour représenter la valeur d’une résistance.

Nous sommes maintenant prêts à examiner le circuit simple suivant :

**

*R*

fil (conducteur)

fil (conducteur)

Résistance

Source de FEM

Maintenant, sans légendes :

**

*R*

Le fil (conducteur) supérieur a une valeur de potentiel électrique (HAUT ), et le fil inférieur a une autre valeur de potentiel électrique (*ϕ* BAS ), de sorte que la différence *ϕ* HI −*ϕ* BAS est **.

*ϕ* **HAUT**

**

*R*

*ϕ* HAUT −*ϕ* BAS = **

*ϕ* **BAS**

Afin de maintenir la différence de potentiel ** entre les deux conducteurs, la source de FEM   
force l’accumulation d’une quantité minuscule de charge positive sur le fil supérieur et la même quantité de charge négative sur le fil inférieur. Cette séparation des charges provoque un champ électrique dans la résistance.

**

*R*

*ϕ* **HAUT**

*ϕ* **BAS**

*E*

(Aux fins de notre raisonnement, nous utilisons le modèle des porteurs de charge positive. En réalité, ce sont des charges négatives qui se déplacent, et dans la direction opposée. Cependant, cela ne fait aucune différence pour le circuit; l’effet est le même.)

Il faut bien comprendre que chaque partie du circuit est remplie des deux types de charge. Le fil, la résistance et tout le reste regorgent de charges positives et négatives. Un type de charge peut se déplacer sur fond d’un autre type de charge. Le champ électrique dans la résistance pousse la charge positive dans la résistance depuis la borne de potentiel supérieur vers la borne de potentiel inférieur.

**

*R*

*ϕ* **HAUT**

*ϕ* **BAS**

*E*

En poussant une charge positive sur le fil de potentiel inférieur, on aurait tendance à élever le potentiel du fil de potentiel inférieur et à laisser l’extrémité supérieure de la résistance avec une charge négative. Je dis « aurait » parce que toute tendance au changement dans le potentiel relatif des deux fils est immédiatement compensée par la source de FEM. N’oubliez pas que c’est le rôle de la source de FEM : maintenir une différence de potentiel constante entre les fils. Dans notre exemple, la source de FEM doit retirer des charges positives du fil à plus faible potentiel et les pousser sur le fil à plus fort potentiel. En outre, toute tendance de l’extrémité supérieure de la résistance à devenir négative déclenche immédiatement une force d’attraction sur la charge positive du fil de potentiel supérieur. Cette charge positive descend alors dans la résistance à la place de la charge qui vient de se déplacer le long de la résistance vers le fil de potentiel inférieur. L’effet net est un mouvement continu de la charge, dans le sens des aiguilles d’une montre autour de la boucle (sur ce schéma). La quantité nette de charge dans une courte section du circuit ne change jamais. Choisissez un point n’importe où dans le circuit. Dès qu’une charge positive en sort, une autre charge positive y entre à partir d’un point voisin. Nous avons donc une masse de porteurs de charge positive se déplaçant dans le sens des aiguilles d’une montre autour de la boucle, en raison du champ électrique dans la résistance et de l’« insistance » de la source de FEM à maintenir une différence de potentiel constante entre les fils.

Maintenant, tracez une ligne en pointillés sur le trajet du circuit, en n’importe quel point du circuit, comme ci-dessous.

**

*R*

*ϕ* **HAUT**

*ϕ* **BAS**

*E*

Ligne en pointillés

Le débit auquel la charge traverse cette ligne représente l’intensité du courant à ce point (le point où vous avez dessiné la ligne pointillée). Le débit de charge, c’est-à-dire le nombre de coulombs qui traversent cette ligne chaque seconde, est *l’intensité du courant électrique* en ce point. Ici, l’ensemble du circuit étant constitué d’une seule boucle, le courant est le même en tout point du circuit, quel que soit l’endroit où vous tracez la ligne. Le symbole que l’on utilise généralement pour représenter l’intensité du courant est *I*.

Lorsque vous analysez un circuit, si on ne vous donne pas le courant, vous devez le définir en dessinant une flèche (que vous appellerez *I*, ou *I* avec un indice) sur le circuit.

*I*

*R*

**

L’unité de mesure de l’intensité du courant est le coulomb par seconde (C/s). Cette unité dérivée porte un nom : l’ampère (symbole : A).



Retournons à notre résistance. Dans notre modèle de porteur de charge positive, les particules chargées qui sont libres de se déplacer dans la résistance subissent une force exercée par le champ électrique dans la direction du champ électrique. Elles subissent donc une accélération. Mais les porteurs de charge sont issus d’un matériau, et ce matériau exerce sur eux une force de freinage qui dépend de leur vitesse. Plus ils vont vite, plus la force de freinage est importante. Une fois le circuit fermé (par la dernière connexion fil-borne), les porteurs de charge dans la résistance atteignent presque instantanément une vitesse terminale : à cette vitesse, la force de freinage est égale à la force du champ électrique. L’intensité du courant dans la résistance est déterminé par la valeur de la vitesse terminale, le nombre de porteurs de charge par volume dans la résistance et la section transversale du matériau peu conducteur dont la résistance est faite. Dans notre circuit simple, l’intensité de courant dans la résistance est égale à l’intensité de courant partout dans le circuit.

La valeur de la vitesse terminale dépend elle-même du champ électrique et de la nature de la force de freinage. La nature de la force de freinage dépend du type de matériau dont est faite la résistance. Pour un même champ électrique, divers matériaux auront diverses vitesses terminales. Même avec un seul type de matériau, on peut se demander comment la force de freinage dépend de la vitesse. Est-elle proportionnelle au carré de la vitesse, au logarithme de la vitesse, à autre chose? Expérimentalement, on voit que dans un sous-ensemble important de matériaux, pour certaines plages de vitesse terminale, la force de freinage est linéairement proportionnelle à la vitesse. On dit de ces matériaux qu’ils obéissent à la loi d’Ohm; ils sont qualifiés de matériaux ohmiques.

Prenons l’exemple de la résistance dans le circuit simple que nous venons de voir.

**

*R*

Si vous doublez la tension aux bornes de la résistance (en utilisant une source de FEM qui maintient entre ses bornes une différence de potentiel deux fois supérieure à celle de la source de FEM originale), vous doublez le champ électrique dans la résistance, ce qui double la force exercée sur chaque porteur de charge. Ainsi, à la vitesse terminale, la force de freinage doit être deux fois plus grande. (Lorsqu’on ferme le circuit, les porteurs de charge accélèrent jusqu’à ce que la force de freinage soit égale à la force du champ électrique.) Dans un matériau ohmique, si la force de freinage est deux fois plus grande, la vitesse est deux fois plus grande. Et si la vitesse est deux fois plus grande, le débit de charge (l’intensité du courant électrique) est deux fois plus grand. Ainsi, en doublant la tension aux bornes de la résistance, on double l’intensité du courant. En effet, dans les résistances qui obéissent à la loi d’Ohm, le courant est directement proportionnel à la tension aux bornes de la résistance.

En résumé : lorsque vous créez une tension aux bornes d’une résistance, il se produit un courant dans cette résistance. Le rapport entre la tension et le courant quantifie la valeur de la résistance.



Cette définition de la résistance est cohérente avec notre compréhension du fait que la résistance mesure la piètre qualité de ce dernier comme conducteur. Voyons ça plus en détail. Si, pour une tension donnée aux bornes de la résistance, vous obtenez un courant de très faible intensité (ce qui signifie que la résistance est un très mauvais conducteur), la valeur de la résistance  avec cette petite valeur de courant au dénominateur est très grande. Si, en revanche, pour la même tension, vous obtenez un courant de grande intensité (ce qui signifie que la résistance est un bon conducteur), la valeur de la résistance  est petite.

Si le matériau de la résistance obéit à la loi d’Ohm, alors la résistance *R* est une constante, ce qui signifie que sa valeur est la même pour différentes tensions. La relation  est généralement transcrite sous la forme .

Loi d’Ohm : La résistance *R*, dans la formule , est une constante.

La loi d’Ohm est valable pour les résistances constituées de certains matériaux (appelés matériaux ohmiques) sur une plage limitée de tensions.

*Unités de résistance*

Comme la résistance est définie comme le rapport entre la tension aux bornes de la résistance et le courant dans la résistance,



il est évident que l’unité de résistance est le volt par ampère, . Cette unité dérivée a un nom : l’ohm (symbole : Ω – la lettre grecque oméga en majuscule).



# 10 Résistances en série et en parallèle, et mesure de *I* et *V*

L’analyse d’un circuit implique de déterminer la tension aux bornes des éléments du circuit et l’intensité du courant qui les traverse. Pour simplifier l’analyse des circuits ayant plus qu’une résistance, j’aime utiliser la méthode que j’appelle « la simplification continue ». Cette méthode consiste à regrouper les résistances de manière à ce que la nouvelle résistance ne modifie ni la tension aux bornes des autres éléments du circuit, ni le courant qui les traverse. Le circuit qui en résulte est plus facile à analyser, et les résultats de cette analyse valent pour le circuit d’origine. Étant donné que la résistance unique soigneusement choisie a le même effet sur le reste du circuit que la combinaison originale de résistances, nous disons qu’il s’agit d’une résistance équivalente à la combinaison. Pour faire court, nous l’appelons « résistance équivalente ».

*Résistances en série*

Les résistances en série peuvent être combinées en une seule résistance équivalente. Deux éléments de circuit à deux bornes sont en série l’un avec l’autre lorsqu’une extrémité de l’un est connectée à une extrémité de l’autre sans que rien d’autre ne soit relié à la connexion[[14]](#footnote-14). Par exemple, dans le circuit suivant, *R*1 et *R*2 sont en série :

A diagram of a circuit

Description automatically generated

De notre point de vue, l’extrémité droite de *R*1 est connectée à l’extrémité gauche de *R*2 et rien d’autre n’est connecté au point du circuit où ils sont connectés.

*R*1 et *R*2 dans le circuit suivant sont également en série :

*R*1

*R*2

*R*3

*V*

Cependant, *R*1 et *R*2 dans le circuit suivant ne sont *pas* en série :









S’il est vrai que l’extrémité droite de *R*1 est connectée à l’extrémité gauche de *R*2, il n’est pas vrai que « rien d’autre n’est connecté à la connexion ». En effet, l’extrémité gauche de *R*3 est connectée au point du circuit auquel *R*1 et *R*2 sont connectées l’une à l’autre.

Pour appliquer la méthode de simplification continue, il faut remplacer une combinaison de résistances en série par une seule résistance *équivalente* bien choisie. Or, quelle doit être la valeur de la résistance unique pour qu’elle soit équivalente à l’ensemble des résistances en série qu’elle remplace? Pour l’instant, nous nous contenterons de vous donner le résultat; le raisonnement sera expliqué au chapitre suivant.

La résistance équivalente de résistances en série est simplement la somme des résistances.



*Résistances en parallèle*

Les éléments d’un circuit sont en parallèle les uns avec les autres s’ils sont connectés ensemble (par rien d’autre qu’un conducteur « parfait ») aux deux extrémités. Par exemple, dans le circuit suivant,



*R*2 et *R*3 sont en parallèle l’une avec l’autre.

Par contre, dans le circuit suivant R1 et R3 ne sont *pas* en parallèle :

*R*1

*R*2

*R*3

*V*

Dans le circuit suivant, les résistances *R*2 et *R*3 sont en parallèle :

*R*1

*R*2

*R*3

*V*

Cependant, dans le circuit suivant, aucunes des résistances ne sont parallèles :

Mais dans le circuit suivant, *R*1 et *R*3 sont en parallèle :

*R*1

*R*2

*R*3

*V*

Quelle est la résistance équivalente pour des résistances en parallèle? Nous donnons ici le résultat, que nous expliquerons au chapitre suivant.

La résistance équivalente de résistances en parallèle est la réciproque de la somme des réciproques des résistances des résistances en parallèle :



*Exemple*

Pour chacun des éléments du circuit ci-dessous, trouvez la tension aux bornes et l’intensité du courant.

25Ω

12 V

42Ω

58Ω

*Solution*

Tout d’abord, nous ajoutons quelques indications au schéma pour définir nos variables   
(n’oubliez jamais cette étape!) :

*R*2= 42Ω

*R*1= 25Ω

*I*1

*V*1

−

−

+

+

*V*2

1

*R*3= 58Ω

−

+

*V*3

*I*3

*I*

*V* = 12 V

Les signes + et - sur les résistances (indiquant le côté à haut potentiel et le côté à bas potentiel de chaque résistance) sont une partie importante de la définition des tensions. Si on vous donne des valeurs et que la valeur que vous calculez pour *V*1 s’avère positive, par exemple +5,0 V, la personne qui lit votre solution sait que le potentiel de la borne gauche de *R*1 est supérieur de 5,0 V à celui de la borne droite. En revanche, si la valeur que vous calculez pour *V*1 est négative, par exemple −5,0 V, la personne sait que le potentiel de la borne gauche de *R*1 est inférieur de 5,0 V à celui de la borne droite.

Les signes + et - sur les résistances doivent être cohérents avec la direction du courant. En réalité, on commence par dessiner et nommer les flèches de courant avant de place le « + » à l’extrémité de la résistance où entre le courant (et le « - » à l’autre extrémité).

Ensuite, on dessine une séquence de circuits. Chaque nouveau schéma inclut une résistance équivalente à *une* combinaison de résistances (en série ou en parallèle). (N’omettez aucun schéma et ne remplacez pas plus d’une combinaison de résistances par étape.) Lorsque vous dessinez chaque circuit, calculez la valeur de la résistance équivalente.

*I*

*I*1

*I*3

*V*1

*V*2

*V*3

+

+

+

−

−

−

*R*1= 25Ω

*V* = 12 V

*R*2= 42Ω

*R*3= 58Ω

1

Tout d’abord, nous recopions   
le schéma de la page précédente.

*I*1

*R*3

*V*

*I*

*I*3

*V*12

+

−

−

*V*3

+

*R*12

2

Ensuite, nous remplaçons la combinaison en série de *R*1 et *R*2 par la résistance équivalente *R*12.







*R*123

*V*

*I*

Enfin, nous remplaçons la combinaison en parallèle de *R*12 et *R*3 par la résistance équivalente *R*123.

3







Analysons maintenant le circuit le plus simple, celui que j’ai numéroté « 3 » ci-dessus.

*R*123 = 31,1 Ω

*V* = 12 V

*I*

3

Dans l’analyse des circuits, c’est une erreur fréquente que d’utiliser n’importe quelle tension dans V =IR. Il faut utiliser la tension aux bornes de la résistance. Dans l’analyse du circuit 3, il n’y a qu’une seule tension : la tension aux bornes de la source de FEM est égale à la tension aux bornes de la résistance. Les bornes de la résistance sont connectées aux deux mêmes conducteurs que les bornes de la source de FEM. Ainsi,









À ce stade, nous avons obtenu deux des réponses. On nous a demandé la tension aux bornes de la source de FEM, mais on nous l’a donnée; pas besoin de démarche pour cet élément de réponse. Et maintenant, nous avons l’intensité du courant qui traverse la source de FEM.

|  |
| --- |
| *V* = 12 V |
| *I* = 0**,**39 A |

Notez que la flèche *I* dans notre schéma fait partie de notre réponse. Elle indique au lecteur la signification de *I*, ainsi que la direction du courant pour une valeur positive de *I*.

La prochaine étape consiste à utiliser ces variables avec le circuit précédant dans la méthode de simplification continue, soit le circuit numéro 2.

*R*3= 58Ω

*I* = 0**,**386 A

*I*1

*I*3

*V*12

+

−

−

*V*3

+

*R*12 = 67 Ω

2

*V* = 12 V

Ce circuit ne contient que deux fils (conducteurs). Je vais les mettre en évidence afin d’illustrer mon propos suivant :

*R*3= 58Ω

*I* = 0**,**386 A

*I*1

*I*3

*V*12

+

−

−

*V*3

+

*R*12 = 67 Ω

2

*V* = 12 V

Comme ça, on voit clairement que la tension aux bornes de *R*12 est la même que la tension aux bornes de la source de FEM : dans les deux cas, la tension correspond à la différence de potentiel entre une seule et même paire de conducteurs. De même, la tension aux bornes de *R*3 est la même que la tension aux bornes de la source de FEM. Par conséquent, nous avons

*V*12 = *V*

*V*12 = 12 V

et

*V*3 = *V*

*V*3 = 12 V

Cette dernière valeur (*V*3) est l’une des réponses demandées. Maintenant que nous connaissons la tension aux bornes de *R*3, nous pouvons l’insérer dans *V* =*I R* pour obtenir *I*3.

*R*3= 58Ω

*I* = 0**,**386 A

*I*1

*I*3

+

−

−

*V*3 = 12 V

+

*R*12 = 67 Ω

2

*V* = 12 V

*V*12 = 12 V

Pour la résistance *R*3 :











L’intensité du courant et la tension aux bornes de la résistance *R*3 sont des réponses demandées :

|  |
| --- |
| *V*3 = 12 V |
| *I*3 = 0**,**21 A |

Passons maintenant à l’intensité du courant traversant *R*12. J’ai appelé ce courant *I*1 dans le schéma 2.

*I*3

*R*12 = 67 Ω

−

+

*I*1

*R*3= 58Ω

−

*V*12 = 12 V

2

+

*V*3 = 12 V

*I* = 0**,**386 A

*V* = 12 V

Pour la résistance *R*12 :









Nous pouvons maintenant utiliser ces variables pour remonter d’un niveau dans la méthode de simplification continue et analyser le circuit original.

1

*R*3= 58Ω

+

*I*3

*I*

*R*1= 25Ω

*I*1

−

+

+

*V*2

*V*1

*R*2= 42Ω

−

−

*V*3

Je le recopie avec les valeurs d’intensité du courant :

*V* = 12 V

*I*1 = 0**,**179 A

*V*1

*V*2

*V*3

+

+

+

−

−

−

*R*1= 25Ω

*V* = 12 V

*R*2= 42Ω

*R*3= 58Ω

*I*3 = 0**,**207 A

*I* = 0**,**386 A

1

Clairement, l’intensité du courant *I*1 que nous venons de trouver (l’intensité du courant qui traverse la résistance *R*12) est égale à celle du courant qui traverse la résistance *R*1, et donc à l’intensité du courant qui traverse *R*2.

*I*2 = *I*1

*I*2 = 0**,**179 A

Ce sont d’autres réponses demandées.

Maintenant que nous connaissons l’intensité du courant qui traverse *R*1, nous pouvons trouver *V*1 :







Ainsi, nos réponses pour la résistance *R*1 sont :

|  |
| --- |
|  |
| *I*1 = 0**,**18 A |

Et maintenant que nous connaissons l’intensité du courant qui traverse *R*2, nous pouvons trouver *V*2 :







Ainsi, nos réponses pour la résistance *R*2 sont :

|  |
| --- |
|  |
| *I*2 = 0**,**18 A |

*Comment connecter un voltmètre dans un circuit*

Comme nous l’avons vu précédemment dans cet ouvrage, un voltmètre est un appareil utilisé pour mesurer la différence de potentiel entre deux points différents dans l’espace. Dans un circuit, nous l’utilisons pour mesurer la différence de potentiel entre deux conducteurs (deux fils). Le voltmètre devient alors un élément du circuit à deux bornes. Le voltmètre idéal, en tant qu’élément de circuit, peut être considéré comme une résistance infinie. En tant que tel, il n’a aucun effet sur le circuit. C’est une bonne chose : il ne faudrait pas que l’appareil de mesure modifie la valeur de ce que vous essayez de mesurer.

Un voltmètre se compose d’un boîtier d’où sortent deux fils. En général, chaque fil se termine par une tige métallique (appelée sonde) ou par une sorte de pince métallique. Le boîtier est muni d’une jauge qui affiche la différence de potentiel entre les deux fils. Touchez l’extrémité d’un fil à un point du circuit et l’extrémité de l’autre fil à un autre point du circuit (en veillant à établir un bon contact de métal à métal aux deux points), et le voltmètre affichera la différence de potentiel (la tension) entre ces deux points.

Le voltmètre est généralement représenté comme suit dans un circuit :

*V*

*V*

ou

Pour connecter un voltmètre afin de mesurer la tension aux bornes *R*1 dans le circuit suivant :

*R*1

*R*2

*R*3

*V*

placez-le comme suit :

*R*1

*R*2

*R*3

*V*

*V*

Le voltmètre devient (par la bande) un élément du circuit, mais un voltmètre idéal a autant d’effet sur le circuit que l’air ambiant.

*Comment connecter un ampèremètre dans un circuit*

L’ampèremètre, qui sert à mesurer l’intensité du courant, est complètement différent du voltmètre. L’ampèremètre idéal se comporte comme un fil parfaitement conducteur qui surveille le flux de charge qui le traverse. Si vous branchez un ampèremètre dans un circuit comme vous le feriez pour un voltmètre (ne faites pas ça!), vous modifieriez radicalement le circuit (et pourriez endommager l’ampèremètre).

L’ampèremètre est généralement représenté comme suit dans un circuit :

*A*

*A*

ou

Pour connecter un ampèremètre afin de mesurer l’intensité du courant en *R*1 dans le circuit suivant :

*R*1

*R*2

*R*3

*V*

vous devez d’abord couper le circuit :

*R*1

*R*2

*R*3

*V*

puis connecter l’ampèremètre en série avec l’élément du circuit dont vous souhaitez mesurer l’intensité du courant.

*R*1

*R*2

*R*3

*V*

*A*

N’oubliez pas que, pour mesurer l’intensité du courant à l’aide d’un ampèremètre,   
*vous devez couper le circuit*!

# 11 Résistivité et puissance

Au chapitre 9, nous avons parlé des résistances qui obéissent à la loi d’Ohm. Nous avions dit que la valeur de ces résistances dépend de la nature du matériau qui les compose, ainsi que de leur taille et de leur forme. En fait, pour les résistances faites d’un seul type de matériau, en forme de fil[[15]](#footnote-15) et avec une borne à chaque extrémité,

Section transversale (aire) *A*

Longueur *L*

la résistance est donnée par :

(11-1)

où :

*R* est la résistance mesurée entre les deux extrémités

*ρ* est la résistivité du matériau de la résistance

*A* est la section transversale (l’aire) de la résistance en forme de fil et

*L* est la longueur de la résistance

Le tableau suivant présente la valeur de résistivité de plusieurs matériaux courants :

|  |  |
| --- | --- |
| **Matériau** | **Résistivité **** |
| Argent | 1**,**6 ×10−8 Ω⋅m |
| Cuivre | 1**,**7 ×10−8 Ω⋅m |
| Or | 2**,**4 ×10−8 Ω⋅m |
| Aluminium | 3 ×10−8 Ω⋅m |
| Tungstène | 5**,**6 ×10−8 Ω⋅m |
| Nichrome | 1**,**0 ×10−6 Ω⋅m |
| Eau de mer | 0**,**25 Ω⋅m |
| Caoutchouc | 1 ×1013 Ω⋅m |
| Verre | 1 ×1010 à 1 ×1014 Ω⋅m |
| Quartz | 5×1015 à 7**,**5×1017 Ω⋅m |

Dans l’expression , la résistivité ρ dépend de la densité de porteurs de charge[[16]](#footnote-16),   
c’est-à-dire du nombre de porteurs de charge par unité de volume. Plus il y a de porteurs de charge par unité de volume, plus la résistance est faible : pour une tension donnée aux bornes de la résistance, il y aura un plus grand nombre de porteurs de charge se déplaçant à une vitesse donnée en tout point le long de la résistance. La résistivité dépend également du facteur de force de freinage. Rappelons-nous que la force de freinage est proportionnelle à la vitesse du porteur de charge.

Force de freinage = − (facteur) multiplié par (vitesse du porteur de charge)

(Le signe moins indique que la force de freinage est de sens opposé à la vitesse du porteur de charge). Plus le facteur de force de freinage est important, plus la résistivité du matériau en question est élevée.

La densité de porteurs de charge et le facteur de force de freinage déterminent la valeur de ρ. L’effet de ρ est évident dans l’expression . Plus ρ est grand, plus la résistance

est importante.

Pourquoi le *L* dans ? Le *L* indique que plus la résistance monosubstance en forme de fil est longue, plus sa résistance est élevée, si on ne change pas les autres variables (même matériau, même surface de section transversale). Par exemple, si vous avez deux résistances identiques en tous points, à ceci près que l’une est deux fois plus long que l’autre,et que vous appliquez la même tension aux bornes de chacune, vous obtiendrez la moitié du courant dans la résistance la plus longue. Pourquoi?

Pour obtenir la réponse, il faut considérer le champ électrique à l’intérieur d’une résistance en forme de fil lorsque dont les bornes sont soumises à une tension *V*. Le champ électrique à l’intérieur de la résistance est dirigé le long de la longueur de la résistance, et il a la même grandeur partout dans la résistance. Pour s’en convaincre, il suffit d’effectuer de simples mesures de tension. Utilisez un voltmètre pour mesurer la différence de potentiel Δ*ϕ* entre deux points de la résistance séparés par une certaine distance Δ*x*, disons 2 mm (mesurée sur la longueur de la résistance) par exemple. Il s’avère que, quel que soit l’endroit où vous choisissez la paire de points (séparés l’un de l’autre par Δ*x* sur la longueur de la résistance), vous obtenez toujours la même tension. Voici une expérience par la pensée : imaginez que vous déplaciez une charge d’essai positive *q*E sur cette distance Δ*x* le long de la résistance, d’un potentiel élevé vers un potentiel faible. Où que vous fassiez cela dans la résistance, le travail effectué (par le champ électrique caractérisé par le potentiel) *q*E Δ*ϕ* (calculé en prenant le négatif de la variation d’énergie potentielle de la charge d’essai) est le même. Le travail, calculé en multipliant la force par la distance, est *q*E *E*Δ*x*. Pour que ce travail soit le même en tout point de la longueur de la résistance, le champ électrique *E* doit avoir la même valeur partout sur la longueur de la résistance. De plus, en comparant les deux expressions du travail, on obtient :



Comme *E* est constant,  est constant; le graphique de *ϕ*(x) donne une droite de pente . Comme on a affaire à une droite, il n’est pas nécessaire d’utiliser un petit Δ*x* pour calculer la pente. On peut utiliser toute la longueur de la résistance et la différence de potentiel correspondante, qui est la tension *V* aux bornes de la résistance. Ainsi,



où :

*E* est la grandeur du champ électrique partout dans la résistance monosubstance en forme de fil,

*V* est la tension aux bornes de la résistance, et

*L* est la longueur de la résistance

L’équation  est profonde en soi, mais souvenons-nous qu’au départ, nous tentions de répondre à la question suivante : pourquoi la résistance *R* d’une résistance monosubstance en forme de fil   
est-elle proportionnelle à la longueur de la résistance? Nous y sommes presque. La résistance est le rapport entre la tension aux bornes de la résistance et l’intensité du courant qui la traverse. L’équation  nous indique que plus la résistance est longue, plus le champ électrique dans la résistance est faible pour une tension donnée aux bornes de la résistance. Un champ électrique plus faible se traduit par une moindre vitesse terminale pour les porteurs de charge dans la résistance, ce qui donne une intensité de courant plus faible. Ainsi, plus la résistance est long, plus l’intensité du courant est faible; et plus l’intensité du courant est faible, plus le rapport tension-intensité est élevé; et plus le rapport tension-intensité est élevé, plus la résistance est élevée.

L’autre caractéristique jouant sur la résistance dans que nous allons aborder est l’aire *A*. Pourquoi cette caractéristique influence-t-elle sur la résistance ? Sa présence au dénominateur signifie que plus l’aire de la section transversale de la résistance en forme de fil est grande, plus la résistance est *faible*. Pourquoi?

Si on prend deux résistances distinctes fabriquées dans le même matériau et ayant la même longueur, mais des surfaces de section différentes, et qu’on les soumet toutes deux à la même tension, le champ électrique () à l’intérieur d’elles sera le même. Les porteurs de charge auront donc la même vitesse **. Dans un intervalle de temps Δ*t*,

tous les porteurs de charge qui se déplacent librement dans une résistance sortiront par l’extrémité de la résistance présentant le potentiel le plus bas (tandis que la même quantité de charge entrera par l’extrémité de potentiel supérieur). Cet intervalle de temps Δ*t* est le même pour les deux résistances, puisqu’elles ont la même longueur et que les porteurs de charge qui s’y trouvent ont la même vitesse  **. Le nombre de porteurs de charge dans une résistance est proportionnel au volume de la résistance. Le volume valant *L A*, le nombre de porteurs de charge dans une résistance est proportionnel à la section transversale *A* de la résistance. Et puisque le nombre de porteurs de charge dans une résistance divisé par l’intervalle de temps Δ*t* correspond à l’intensité du courant dans cette résistance, l’intensité du courant est donc proportionnelle à l’aire.

Si l’intensité du courant est proportionnelle à l’aire, la résistance (qui est le rapport entre la tension et l’intensité) doit être inversement proportionnelle à l’aire. Voilà pourquoi le *A* se trouve au dénominateur dans la formule

***Puissance***

La puissance vous a été présentée dans le premier volume de cet ouvrage. C’est la vitesse à laquelle le travail est effectué, à laquelle l’énergie est transférée, ou à laquelle l’énergie est transformée d’une forme en une autre. L’unité de puissance est le watt (symbole : W).



Voici comment calculer la quantité d’énergie transformée entre l’instant *t’ = 0* et l’instant *t’ = t* :

* Si la puissance est constante, il suffit de multiplier la puissance par la durée de l’intervalle de temps :

Énergie = *P t*

* Si la puissance dépend du temps, soit *t*′ la variable de temps variant entre *t*′ = 0 et *t*′ = *t* :



*Puissance d’une résistance*

Dans une résistance soumise à une tension *V*, l’énergie potentielle électrique est transformée en énergie thermique. Une particule de charge *q* qui traverse cette résistance perd une quantité d’énergie potentielle *qV*  sans gagner d’énergie cinétique. Lorsqu’elle traverse la résistance, la particule subit un travail *qV* de la part du champ électrique dans la résistance; en même temps, la force de freinage exercée par le matériau de la résistance sur la particule chargée effectue le même travail, mais de signe négatif. La force de freinage, comme la friction, est une force non conservative. Elle s’exerce sur le porteur de charge lorsqu’il entre en collision avec des impuretés et des ions (en particulier là où la structure du matériau présente des défauts et imperfections). Lors de ces collisions, les porteurs de charge transfèrent de l’énergie aux ions avec lesquels ils entrent en contact. Cela confère aux ions une énergie de vibration qui se manifeste, à l’échelle macroscopique, par une augmentation de la température (en premier lieu). Une partie de l’énergie thermique est continuellement transférée à l’environnement. En régime permanent, une fois que la résistance s’est réchauffée, l’énergie thermique est transférée à l’environnement au même rythme que l’énergie potentielle électrique se transforme en énergie thermique dans la résistance.

La vitesse à laquelle l’énergie potentielle électrique est convertie en énergie thermique dans la résistance, c’est la puissance de la résistance (aussi appelée la « puissance dissipée[[17]](#footnote-17) » par la résistance). C’est la vitesse à laquelle l’énergie est fournie à la résistance. La conversion d’énergie qui se produit dans la résistance est parfois appelée dissipation d’énergie. On dit que la puissance de la résistance est la vitesse à laquelle elle dissipe l’énergie. Il est assez facile de trouver une équation pour exprimer la puissance d’une résistance en termes de quantités du circuit. Pour chaque coulomb qui traverse une résistance soumise à une tension *V*, une quantité d’énergie égale à un coulomb multiplié par *V* est convertie en énergie thermique. L’intensité du courant *I* est le nombre de coulombs par seconde traversant la résistance. Par conséquent, *V* multiplié par *I* est le nombre de joules par seconde convertis en énergie thermique. C’est la puissance de la résistance. En résumé,

*P* = *IV*

où :

*P* est la puissance de la résistance. C’est la vitesse à laquelle la résistance convertit l’énergie potentielle électrique en énergie thermique. L’unité de puissance est le watt. 1 W = 1.

*I* est l’intensité du courant dans la résistance. C’est la vitesse à laquelle la charge traverse la résistance. L’unité d’intensité de courant est l’ampère. 1 A = 1.

*V* est la tension aux bornes de la résistance. C’est la valeur de la différence de potentiel électrique (l’énergie potentielle électrique par unité de charge) entre les deux bornes de la résistance. L’unité de tension est le volt. 1 volt = 1 .

*Puissance d’une source de FEM*

Dans un circuit type, la source de FEM fait que les porteurs de charge positifs (dans notre modèle de porteurs de charge positifs) passent d’un conducteur de potentiel inférieur à un conducteur de potentiel supérieur. Le champ électrique des conducteurs exerce une force sur les porteurs de charge à l’intérieur de la source de FEM de sens opposé au déplacement des porteurs de charge. Les particules chargées acquièrent de l’énergie potentielle électrique en se déplaçant de la borne de potentiel inférieur de la source de FEM à la borne de potentiel supérieur. D’où vient cette énergie?

Dans le cas d’une pile, l’énergie provient de l’énergie potentielle chimique emmagasinée dans la pile et libérée lors des réactions chimiques qui se produisent pour déplacer la charge d’une borne à l’autre. Dans le cas de l’alimentation électrique, lorsqu’on branche l’alimentation sur une prise murale et qu’on la met en service, elle s’intègre à un énorme circuit comprenant des fils de transmission qui remontent jusqu’à une centrale électrique. À la centrale électrique, l’énergie potentielle électrique est produire à partir de l’énergie cinétique de l’eau en mouvement, de l’énergie thermique utilisée pour produire de la vapeur et faire tourner les turbines, ou encore de l’énergie potentielle chimique stockée dans le bois, le charbon ou le pétrole. Qu’il s’agisse d’une pile ou de l’alimentation électrique, la source de FEM convertit l’énergie en énergie potentielle électrique. Elle maintient l’une de ses bornes à un potentiel ** plus élevé que l’autre. Chaque fois qu’elle déplace une charge d’un coulomb de la borne de potentiel inférieur à la borne de potentiel supérieur, elle augmente l’énergie potentielle de cette charge d’un facteur **. Puisque l’intensité du courant *I* est le nombre de coulombs par seconde que la source de FEM déplace d’une borne à l’autre, la puissance, à savoir la vitesse à laquelle la source de FEM fournit de l’énergie au circuit, est donnée par :



Rappelons qu’il est courant d’employer le symbole *V* (ainsi que **) pour représenter la tension aux bornes d’une source de FEM. SI vous utilisez *V*, alors la puissance de la source de FEM est donnée par :



où :

*P* est la vitesse à laquelle la source de FEM fournit de l’énergie à un circuit,

*I* est l’intensité de courant dans la source de FEM (le débit de charge dans la source de FEM ), et

*V* est la tension aux bornes de la source de FEM.

Il s’agit de la même expression que celle de la puissance d’un résistance.

# 12 Lois de Kirchhoff et tension aux bornes

Il y a deux lois d’analyse des circuits qui sont si simples qu’elles peuvent paraître évidentes, mais qui sont pourtant si puissantes pour faciliter l’analyse de circuits de grande complexité.   
Ces lois sont connues sous le nom de lois de Kirchhoff. La première, connue sous le nom de « loi des mailles », énonce qu’en partant d’un conducteur[[18]](#footnote-18), pour toute boucle fermée du circuit, la différence de potentiel totale est nulle. (Si vous placez votre doigt sur un conducteur et que vous tracez une boucle jusqu’à revenir au conducteur de départ, la différence de potentielle est nulle. Pour éviter de vous électrocuter, faites cet exercice mentalement!)

*Loi des mailles de Kirchhoff*

Voici une analogie pour expliquer l’idée qui sous-tend la loi des mailles Kirchhoff. Imaginez que vous explorez un manoir de six étages comportant vingt escaliers. Supposez que vous commenciez au premier étage. Lorsque vous vous promenez dans le manoir, tantôt vous montez des escaliers, tantôt vous les descendez. Chaque fois que vous montez un escalier, vous gagnez de l’altitude. Chaque fois que vous descendez un escalier, vous perdez de l’altitude. Quel que soit le chemin que vous empruntiez, si vous vous retrouvez à nouveau au premier étage du manoir, vous pouvez avoir la certitude que la somme algébrique de tous vos changements d’altitude est égale à zéro.

Pour en revenir au circuit, il est préférable de considérer le circuit comme un ensemble de conducteurs connectés par des éléments de circuit (plutôt que l’inverse, comme nous le faisons habituellement). Chaque conducteur du circuit a une valeur distincte de potentiel électrique (tout comme chaque étage du manoir est à une altitude distincte). Vous commencez avec le bout de votre doigt sur un conducteur donné du circuit, tout comme vous avez commencé votre exploration à un étage donné du manoir. Le conducteur a un potentiel donné. Vous ne connaissez probablement pas la valeur de ce potentiel, pas plus que vous ne connaissez l’altitude du premier étage du manoir par rapport au niveau de la mer. Vous n’avez pas besoin de cette information. Lorsque vous faites glisser votre doigt autour de la maille, tant que vous restez sur le même conducteur, le potentiel au bout de votre doigt restera le même. Mais lorsque vous faites glisser le bout de votre doigt de ce conducteur jusqu’à un autre conducteur en passant par un élément de circuit, le potentiel au bout de votre doigt changera d’une quantité égale à la tension aux bornes de l’élément de circuit (la différence de potentiel entre les deux conducteurs). C’est comme si vous montiez ou descendiez un escalier : votre altitude changera, et la variation sera égale à la différence d’altitude entre les deux étages.

Si vous faites glisser le bout de votre doigt en boucle autour du circuit, jusqu’au conducteur d’origine, votre doigt retrouve le potentiel de ce conducteur. Ainsi, la somme des changements de potentiel électrique subis par votre doigt lors de sa traversée de la maille doit être nulle. Cela revient à dire que si vous commencez à un étage du manoir, que vous déambulez en montant et en descendant des escaliers et que vous vous retrouvez au même étage, votre changement total d’altitude est nul.

Lorsque vous faites glisser votre doigt autour d’une maille fermée d’un circuit (dans la direction de votre choix, quelle que soit la direction du courant) et que vous additionnez chacune des tensions, il faut faire attention au signe des tensions. Dans l’exemple suivant, nous montrons les étapes à suivre pour obtenir les bons signes et le prouver à la personne qui lit votre démarche.

*Exemple*

Trouvez l’intensité du courant aux bornes de chacun des résistances du circuit suivant.

222 Ω

560 Ω

15 V

27 V

18 V

Avant de commencer, nommons les quantités données :

*R*1 = 222 Ω

*V*2 = 27 V

*V*3 = 18 V

*V*1 = 15 V

*R*2 = 560 Ω

Chaque élément de circuit à deux bornes a une borne qui a un potentiel plus élevé que l’autre. La prochaine étape consiste donc à mettre un « + » à chaque borne à potentiel plus élevé, et un « − » à chaque borne à potentiel plus faible. Commençons par les sources de FEM. Elles sont triviales. Par définition, dans le symbole utilisé pour les représenter, la ligne parallèle la plus longue a le potentiel le plus élevé.

*R*1 = 222 Ω

*V*2 = 27 V

*V*3 = 18 V

*V*1 = 15 V

*R*2 = 560 Ω

+

−

+

−

+

−

Ensuite, nous définissons une variable de courant pour chaque « branche » du circuit. Une « branche » du circuit va d’un point du circuit où trois fils ou plus sont reliés – ce qu’on appelle un nœud – jusqu’au nœud suivant. Tous les éléments d’une branche sont en série les uns avec les autres, de sorte qu’ils sont tous traversés par le même courant.

*R*2 = 560 Ω

*R*1 = 222 Ω

*I*1

*I*3

−

+

*I*2

−

*V*1 = 15 V

*V*2 = 27 V

+

−

+

*V*3 = 18 V

*Remarque : En définissant vos variables de courant, la direction dans laquelle vous dessinez la flèche dans une branche donnée du circuit n’est qu’une supposition. Ne passez pas trop de temps là-dessus, cela n’a pas d’importance. Si le courant est en fait de sens opposé à votre flèche, vous obtiendrez simplement une intensité de courant négative. Il incombe à la personne qui lit votre solution de regarder votre schéma pour voir comment vous avez défini la direction du courant et d’interpréter le signe de l’intensité du courant en conséquence.*

Par définition, le courant est la direction dans laquelle circulent les porteurs de charge positifs. Les porteurs de charge *perdent* de l’énergie potentielle électrique lorsqu’ils traversent une résistance, passant ainsi d’un conducteur de potentiel supérieur à un conducteur de potentiel inférieur. Cela signifie que l’extrémité de la résistance à laquelle le courant entre est la borne de potentiel supérieur (+), et que l’extrémité à laquelle le courant sort de la résistance, la borne de potentiel inférieur (−).

+

+

−

−

*I*3

*R*2 = 560 Ω

*R*1 = 222 Ω

*I*1

−

+

*I*2

−

*V*1 = 15 V

*V*2 = 27 V

+

−

+

*V*3 = 18 V

Maintenant, nommons les tensions des résistances :

*I*1

*R*1 = 222 Ω

*V*2 = 27 V

*V*3 = 18 V

*V*1 = 15 V

*R*2 = 560 Ω

+

−

+

−

+

−

*I*3

*I*2

+

+

−

−

*V*R1

*V*R2

Notez que les signes + et – sur les résistances ont leur importance dans nos définitions de *V*R1 et *V*R2. Si, par exemple, nous calculons que *V*R1 a une valeur positive, cela signifie que la borne gauche (de notre point de vue) de *V*R1 a un potentiel supérieur à celui de la borne droite (comme c’est indiqué dans notre schéma). Par contre, si *V*R1 a une valeur négative, la borne gauche de *R*1 a un potentiel inférieur à celui de la borne droite. SI *V*R1 a une valeur négative, il n’y a rien d’autre à faire. Il incombe à la personne qui lit la solution de regarder le schéma de circuit pour trouver la signification du signe de *V*R1.

Toutes les bornes des éléments du circuit étant étiquetées « + » pour un potentiel supérieur ou « - » pour un potentiel inférieur, nous sommes maintenant prêts à appliquer la loi des mailles. Je vais dessiner deux mailles, ou boucles, avec des flèches. La maille que l’on dessine n’est pas qu’un vague indicateur de direction; elle dit précisément : « Commencez à ce point du circuit. Faites le tour de cette maille dans cette direction et terminez à ce point du circuit ». En outre, le point de départ et le point d’arrivée doivent être identiques. Plus précisément, ils doivent se trouver sur le même conducteur. (Ne commencez jamais la boucle sur un élément du circuit.) Le schéma suivant représente les deux boucles, l’une étiquetée  et l’autre étiquetée .

*I*1

*R*1 = 222 Ω

*V*2 = 27 V

*V*3 = 18 V

*V*1 = 15 V

*R*2 = 560 Ω

+

−

+

−

+

−

*I*3

*I*2

+

+

−

−

*V*R1

*V*R2

1

2

Nous écrivons maintenant LMK  pour indiquer au lecteur que nous appliquons la loi des mailles de Kirchhoff pour la maille  et transcrivons l’équation de la maille à partir du schéma de circuit :

LMK 

+ *V* 1 – *V* R1 + *V*2 = 0

L’équation est obtenue en suivant la maille et en notant les variations de tension subies, qu’on met égales à zéro. En commençant par le point du circuit le plus proche de la queue de la flèche de la maille 1, lorsqu’on glisse le doigt le long de la maille, on traverse d’abord la source de FEM *V*1. En traversant *V*1, on va du potentiel inférieur (−) au potentiel supérieur (+). Cela signifie que le doigt subit un changement positif de potentiel, et donc que *V*1 entre dans l’équation avec un signe positif. On arrive ensuite à la résistance *R*1. En traversant *R*1, on passe du potentiel supérieur (+) au potentiel inférieur (−). Il s’agit d’un changement de potentiel négatif. Par conséquent, *V*R1 entre dans l’équation de maille avec un signe négatif. Plus loin dans la maille, on arrive à la source de FEM *V*2, où l’on passe d’un potentiel inférieur (−) à un potentiel supérieur (+). Ainsi, *V*2 entre dans l’équation avec un signe positif. Enfin, on revient au point de départ. Cela signifie qu’il est temps d’écrire «  = 0 ».

On transcrit la deuxième équation de la maille de la même manière :

LMK 

− *V*2 + *V*R2 – *V*3 = 0

Grâce à ces deux équations, et étant donné que *V*R1 = *I*1*R*1 et *V*R2 = *I*2 *R*2, on peut facilement résoudre le problème. (Cet exercice est laissé au lecteur.) Passons maintenant à l’autre loi de Kirchhoff.

*Loi des nœuds de Kirchhoff*

La loi des nœuds de Kirchhoff énonce simplement que la charge ne s’accumule pas à un nœud. (Rappelons qu’un nœud est un point d’un circuit où trois fils ou plus sont reliés ensemble). Je vais l’énoncer de deux façons; vous pourrez utiliser la méthode que vous préférez. La première façon de l’énoncer est de dire que le courant net dans un nœud est nul. Regardez le circuit de notre exemple de problème :

*R*2 = 560 Ω

*R*1 = 222 Ω

*I*1

A

*V*R2

*V*R1

−

−

+

+

*I*3

*I*2

−

+

*V*1 = 15 V

*V*2 = 27 V

+

−

−

+

*V*3 = 18 V

Dans cette copie du schéma de ce circuit, j’ai mis un point au nœud auquel je souhaite appliquer la loi des nœuds de Kirchhoff, et j’ai appelé ce nœud « A ».

Vous noterez qu’il y a trois branches du circuit reliées au nœudA. Dans l’une d’elles, le courant *I*1 entre dans le nœud. Dans une autre, le courant *I*2 entre dans le nœud. Dans la troisième branche, le courant *I*3 sort du nœud. Un courant qui sort du nœud,c’est l’équivalent d’un courant négatif qui entre dans le nœud. Ainsi, en appliquant la loi de Kirchhoff sous la forme « le courant net dans tout nœud est nul », au nœud A, on obtient :

LNK A

*I*1 + *I*2 – *I*3 = 0

Notez le signe négatif devant *I*3. Un courant d’intensité –*I*3 entrant dans le nœud A équivaut à un courant d’intensité *I*3 sortant de ce nœud, ce qui est exactement ce que nous avons.

L’autre façon d’énoncer la loi des nœuds de Kirchhoff est la suivante : « Le courant entrant dans un nœud est égal au courant sortant de ce nœud ». Sous cette forme, en appliquant la loi des de Kirchhoff au nœud A dans le circuit ci-dessus, on écrirait :

LNK A

*I*1 + *I*2 =  *I*3

Évidemment, ces équations sont parfaitement équivalentes.

*Tension aux bornes – Un modèle plus réaliste pour une pile ou une source de courant continu*

Jusqu’à présent, notre modèle de pile était une source de FEM. J’ai dit qu’une source de FEM peut être considéré comme une pile idéale. Ce modèle est bon tant que la pile est relativement neuve et que le courant qui la traverse est de faible intensité. Faible… par rapport à quoi? Faible… à quel point? Suffisamment faible pour que si on place la pile dans un circuit, la tension à ses bornes est a peu près égale à la tension à ses bornes si la pile est hors circuit. Quelle différence est acceptable? Cela dépend de la précision que vous visez pour vos résultats. La tension aux bornes d’une pile diminue lorsqu’elle est connectée à un circuit. Si elle diminue de 5 % et que vous calculez des valeurs basées sur la tension aux bornes de la pile hors circuit, vos résultats seront probablement faussés d’environ 5 %.

Pour être plus réaliste, on modélise la pile comme une source de FEM placée en série avec une résistance. En effet, c’est le comportement réel d’une pile : une source de FEM indissociable d’une résistance. Cependant, ne vous attendez pas à trouver de résistance si vous ouvrez une pile. Considérez les piles comme des boîtess noire contenant une source de FEM et une résistance. Dans ce modèle, la résistance est appelée « résistance interne de la pile ».

Pile

**

**

Borne de pile à potentiel inférieur (−)

Borne de pile à potentiel supérieur (+)

Source de FEM

Résistance interne de la pile

Le point auquel la source de FEM est connectée à la résistance interne de la pile est inaccessible. La différence de potentiel entre les bornes de la pile est appelée tension aux bornes de la pile. Lorsque la pile ne fait pas partie d’un circuit, la tension aux bornes est égale à la FEM. On peut le déduire : lorsque la pile est hors circuit, aucun courant ne peut circuler dans la résistance. S’il n’y a pas de courant dans la résistance, les deux bornes de la résistance doivent avoir une seule et même valeur de potentiel électrique. Ainsi, dans le schéma ci-dessus, l’extrémité droite de la résistance a le même potentiel que la borne de potentiel supérieur de la source de FEM.

Maintenant, plaçons la pile dans un circuit.

Pile

**

**

*R*

*I*

A

B

J’ai indiqué les deux points A et B sur le circuit aux fins de mon explication. La tension aux bornes est la tension entre A et B (*V*AB ). Si vous tracez le circuit avec le bout de votre doigt, entre A et B, la tension aux bornes (la différence de potentiel entre B et A) est simplement la somme des variations de tension subies par votre doigt tout au long du parcours. (Notez que, cette fois-ci, nous ne faisons *pas* le tour complet d’une maille. Nous ne finissons *pas* sur le même conducteur que celui sur lequel nous avons commencé. La somme des variations de tension entre A et B n’est *pas* nulle.) Pour additionner les variations de tension entre A et B, je marquerai les bornes des éléments entre A et B d’un « + » pour indiquer un potentiel supérieur et d’un «− » pour indiquer un potentiel inférieur.

Tout d’abord, la source de FEM : c’est trivial. La ligne courte du symbole est du côté du potentiel le plus bas (−), tandis que la ligne longue est du côté du potentiel le plus élevé (+).  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
Passons maintenant à la résistance interne de la pile : L’extrémité de la résistance interne ** par laquelle le courant entre est l’extrémité de potentiel supérieur (+), tandis que l’extrémité par laquelle il sort est l’extrémité de potentiel inférieur (−).

Pile

**

**

*R*

*I*

A

B

+

−

*I*

**

**

Pile

−

B

A

*V*

−

+

+

*R*

Vous noterez que dans le diagramme précédent, j’ai également défini, la variable *V* pour la tension aux bornes de la résistance interne de la pile. On se rappelle que pour obtenir la tension aux bornes *V*AB de la pile, il faut simplement faire la somme des variations de potentiel que le bout de notre doigt subirait si nous le faisions glisser de A vers Bdans le circuit. (C’est un exercice par la pensée : ne mettez surtout pas votre doigt DANS la pile!)

*V*AB = ** – *V*

*V*AB = ** – *I*

Notez qu’à la deuxième ligne, j’ai utilisé la définition de la résistance (*V*=*I R*) sous la forme *V*= *I* pour remplacer *V* par *I*.

Dans cet ouvrage, nous avons suivi la convention voulant qu’un double indice AB se lise « de Avers B ». Ici, cela signifie que *V*AB correspond à la somme des variations de potentiel de A vers B (et non dans l’autre sens), c’est-à-dire que *V*AB désigne le degré par lequel le potentiel électrique au point B dépasse le potentiel électrique au point A. Cependant, dans certains ouvrages, *V*AB (sans autre indication) désigne la différence de potentiel de A par rapport à B (le contraire de ce que nous venons de dire). Ainsi, pour les personnes utilisant une convention différente de la vôtre, il peut être utile de définir schématiquement ce que vous entendez par *V*AB. Pour ce faire, vous pouvez placer un voltmètre en indiquant *V*AB ainsi que la borne « + » et la borne « − ».

Pile

*V*AB

−

+

*I*

**

**

B

A

−

+

+

*V*

−

*R*

# 13 Circuits RC

Supposons que vous connectiez un condensateur à une pile et que vous attendiez que le condensateur soit chargé au point que la tension aux bornes du condensateur soit égale à la force électromotrice *V*0 de la pile. Supposons ensuite que vous déconnectiez le condensateur de la pile. Vous avez maintenant un condensateur avec une tension *V*0 et une charge *q*0, où *q*0 = *C V*0.

*q*0 , *V*0

*C*

+ +

− −

*C*

*q*0 , *V*0

*C*

+ +

− −

*R*

*C*

On dit du condensateur qu’il est chargé. Supposons maintenant que vous connectiez le condensateur en série avec un interrupteur ouvert et une résistance, comme dans le schéma ci-dessous.

*R*

+ +

− −

*q*0 , *V*0

Le condensateur reste chargé tant que l’interrupteur reste ouvert. Supposons maintenant que vous fermiez l’interrupteur à un moment que nous appellerons le temps 0 (*t* = 0).

*R*

+ +

− −

À compter de *t* = 0, le circuit prend la forme suivante :

*q* , *V*

Le potentiel aux bornes de la résistance est maintenant égal au potentiel aux bornes du condensateur. Il en résulte un courant passant par la résistance :

*I*

*C*

*R*

+ +

− −

*q* , *V*

+

−

Une charge positive circule de la plaque supérieure du condensateur vers la plaque inférieure du condensateur, en passant par la résistance. C’est ce qu’on appelle la décharge du condensateur. Et comme *q*=*CV* (ou, autrement dit, *V*=*q/C*), au fur et à mesure que la charge du condensateur diminue, la tension aux bornes du condensateur diminue. Mais comme le montre clairement le schéma, la tension aux bornes du condensateur correspond à la tension aux bornes de la résistance. Autrement dit, la tension aux bornes de la résistance diminue. Puisque *V* = *I R* (ou *I* = *V*/*R*), cela signifie que l’intensité du courant circulant dans la résistance diminue. Le condensateur continue donc à se décharger à un rythme de plus en plus lent. La charge du condensateur décroît jusqu’à ce qu’elle soit négligeable, essentiellement nulle, et l’intensité courant décroît jusqu’à ce qu’elle soit négligeable, essentiellement nulle. Il est intéressant de voir comment les différentes quantités (la tension entre les deux éléments du circuit, la charge du condensateur et l’intensité du courant à travers la résistance) dépendent du temps *t*. Appliquons la loi des mailles au circuit pendant que le condensateur se décharge :

*I*

1

*R*

+ +

− −

*C*

+

*V*R

−

*V*

LMK

+*V* – *V*R = 0

En réarrangeant *q* = *CV* pour obtenir  et *V*R = *I R*, on obtient :

 .

*I* est le débit de charge à travers la résistance, qui est équivalent à la vitesse à laquelle le condensateur se décharge (puisque la charge circulant dans la résistance provient du condensateur). *I* est donc la valeur négative du taux de variation de la charge du condensateur :



En insérant  dans l’équation de la loi des mailles (), on obtient :





Ainsi, *q*(*t*) est une fonction dont la dérivée par rapport au temps est *q(t)* elle-même, multipliée par la constante . La fonction est essentiellement sa propre dérivée, ce qui n’est pas sans nous rappeler la fonction exponentielle *e t*. Pour faire apparaître cette constante de proportionnalité () lorsque nous prenons la dérivée de *q*(*t*) par rapport à *t*, il suffit de l’inclure dans l’exposant. Essayons . En appliquant la règle de dérivation en chaîne, on obtient , ce qui signifie que ; c’est exactement ce qu’on cherchait. Vérifions les unités. *R* a été définie comme , ce qui signifie qu’un ohm est un volt par ampère. Et *C* a été défini comme , ce qui signifie qu’un farad est un coulomb par volt. Les unités du produit *RC* sont donc :



L’exposant dans  n’a donc pas d’unité. C’est bien, parce qu’on ne peut pas élever *e* à une puissance qui a des unités. Maintenant, à propos de ce *q*0 dans . L’exponentielle donne un facteur sans unités. Il faut donc la multiplier par *q*0 ici pour obtenir des unités de charge. Si vous insérez *t* = 0 dans , vous obtenez *q* = *q*0. Ainsi, *q*0 est la valeur initiale de la charge du condensateur.

Dernier point : le produit *RC* est appelé la « constante de temps RC ». Cette constante est souvent représentée par le symbole *τ* . Autrement dit,

*τ* = *RC* (13-1)

où *τ* est *également* désignée sous le terme de constante de temps RC. En termes de *τ*, notre expression pour *q* devient :



que nous reproduisons ici par souci de commodité.



Notez qu’à *t* = *τ*,





 vaut 0,368, si bien que *τ* est le temps qu’il faut pour que *q* atteigne 36**,**8 % de sa valeur d’origine.

Maintenant que nous avons pouvons exprimer *q*, il est facile d’exprimer la tension aux bornes du condensateur (qui est la même que la tension aux bornes de la résistance, *V*C = *V*R ), que nous avons appelée *V*. En insérant l’expression  dans l’équation de définition de la capacité *q*= *CV* et en isolant *V*,



on obtient :



Et comme *q*0 est la charge du condensateur à *t* = 0, alors *q*0 = *CV*0, où *V*0 est la tension aux bornes du condensateur à *t* = 0. Autrement dit,



En remplaçant *V*0 par  dans  ci-dessus, on obtient :

 (13-2)

pour la tension aux bornes du condensateur et aux bornes de la résistance. À partir de la définition de la résistance :

*V* = *I R* ,

on peut écrire :





En insérant notre expression  à la place de *V*, cette équation  devient :



Mais comme  est simplement *I*0 (il suffit d’isoler *I*0 dans *V*0 = *I*0), l’intensité du courant à *t* = 0, donc :

 (13-3)

En résumé, les trois quantités, *V*, *I* et *q*, diminuent de manière exponentielle dans le temps.

*Circuit de recharge*

Prenons le circuit suivant, contenant un condensateur initialement vide :

*R*

+

−

*t=0*

L’annotation à l’interrupteur indique qu’on le ferme au temps 0. Le circuit devient alors :

*q*0 *= 0*

*C*

*R*

*C*

*q*0 *= 0*

+

−

Réfléchissons à ce qui va se passer lorsque le temps s’écoule. Le condensateur n’étant pas chargé, la tension à ses bornes est nulle, ce qui signifie que le potentiel de la borne droite de la résistance est le même que le potentiel de la borne de potentiel inférieur de la source de FEM. Comme la borne gauche de la résistance est connectée à la borne de potentiel supérieur de la source de FEM, cela signifie qu’à *t* = 0, la tension aux bornes de la résistance est égale à la FEM ** produite par la source. Il y aura donc un courant vers la droite à travers la résistance.

+ −

*I*

*C*

*R*

*V*R

+

−

La charge positive qui traverse la résistance doit bien venir de quelque part, mais d’où? De la plaque inférieure du condensateur! De plus, la charge ne peut pas circuler dans un condensateur idéal. Alors, où va-t-elle? Elle s’accumule sur la plaque supérieure du condensateur.

*R*

*C*

+ +

− −

*I*

+ −

*V*R

*q, V*C

+

−

Le condensateur se charge. À mesure qu’il se charge, la tension à ses bornes augmente, ce qui signifie que le potentiel de la borne droite de la résistance (par rapport au potentiel de la borne de potentiel inférieur de la source de FEM) augmente. Le potentiel de la borne gauche de la résistance reste constant, comme l’exige la source de FEM. Cela signifie que la différence de potentiel (la tension) aux bornes de la résistance diminue continuellement. Et comme on peut réécrire *V*R = *I R* comme étant *I* = *V*R /*R*, l’intensité du courant diminue continuellement. Et cela continue jusqu’à ce que la charge du condensateur soit telle que *V*c = **, , de sorte que *V*R = 0 et *I*= 0.

Récapitulons.

À *t* = 0, nous fermons l’interrupteur.

* La charge du condensateur est initialement nulle. Elle augmente jusqu’à *q* = *C*, où ** est la tension de la FEM.
* La tension aux bornes du condensateur est initialement nulle. Elle augmente jusqu’à la tension de la FEM **.
* L’intensité du courant initiale est . Elle diminue jusqu’à être nulle.

Nous avons maintenant une compréhension qualitative de la situation. Voyons si nous pouvons obtenir des équations pour *V*R, *I*, *V*C  et *q* en fonction du temps. Voici le circuit :

*R*

*C*

**

+ +

− −

*I*

+ −

*V*R

*q, V*C

+

−

(*q*0 = 0)

Nous appliquons la loi des mailles :

*I*

*R*

*q, V*C

*V*R

+ −

+ +

− −

**

*C*

1

+

−

LMK

+** – *V*R – *V*C = 0

et les définitions de la résistance et de la capacité :



*V*R = *IR*

pour obtenir :



Nous nous servons ensuite du fait que l’intensité du courant est égale au taux d’accumulation de la charge dans le condensateur () pour obtenir :

Ce résultat est intéressant. Il s’agit de la même équation que précédemment, sauf que nous avons la constante **/  R à droite au lieu de 0.

Pour cette équation, je vais simplement donner et commenter la solution, sans vous montrer comment résoudre l’équation différentielle. Pour résoudre cette équation, la charge en fonction du temps doit être :

Insérez cette fonction dans l’équation différentielle pour vérifier par vous-même que cette solution fonctionne.

Maintenant, vérifions que correspond bien à notre compréhension conceptuelle. À *t* = 0, notre expression donne :

Excellent. C’est cohérent avec l’idée que le condensateur n’est pas chargé initialement.

Maintenant, que dit notre fonction de charge sur la charge du condensateur lorsque *t* tend vers l’infini?

C’est aussi cohérent. Notre compréhension conceptuelle était que la charge continuerait de s’accumuler dans le condensateur jusqu’à ce que la tension aux bornes du condensateur soit égale à celle aux bornes de la source de FEM. D’après la définition de la capacité, lorsque la tension du condensateur vaut **, sa charge est effectivement *C*. La formule donne le résultat escompté pour .

Maintenant que nous avons *q*(*t*), il est très facile de déterminer les autres quantités du circuit. Par exemple, à partir de la définition de la capacité :

*q* = *CV*C ,

on a *V*C = *q*/*C* qui, avec , donne :

(13-4)

Notre équation des mailles initiale était la suivante :

– *V*R – *V*C = 0

Donc :

*V*R = – *V*C

Et comme , on peut écrire :

*V*R =  –

*V*R = – +

*V*R =

À partir de notre définition de la résistance :

*V*R = *I R*



Comme *V*R = , on peut écrire :

*I* =

À *t* = 0, cette fonction donne  **/*R*, ce qui signifie que  **/*R* peut être interprété comme étant l’intensité du courant à *t* = 0. On peut donc écrire *I*(*t*) sous la forme

*I* = 

Selon notre formule, le courant commence à sa valeur maximale et diminue exponentiellement dans le temps, conformément à notre compréhension conceptuelle du circuit. Notez qu’il s’agit de la même formule que celle obtenue pour le courant dans le circuit du condensateur qui se décharge. Dans les deux cas, le courant décroît exponentiellement. Les raisons diffèrent, mais l’effet (*I* = ) reste le même :

|  |  |
| --- | --- |
| *I*  *C*  *R*  + +  − −  *q* , *V*  +  −  Dans le circuit du condensateur qui se décharge, l’intensité du courant diminue parce que le condensateur n’a plus de charge. | *R*  *C*  **  + +  − −  *I*  + −  *V*R =  *q, V*C  +  −  Dans le circuit du condensateur qui se charge, l’intensité du courant diminue parce que la tension du condensateur, qui s’oppose à la FEM, augmente jusqu’à ** au fur et à mesure que le condensateur se charge. |

# 14 Condensateurs en série et en parallèle

La méthode de simplification continue que nous avons utilisée pour les circuits comportant plus d’une résistance peut également s’appliquer aux circuits comportant plus d’un condensateur. L’idée est de remplacer une combinaison de condensateurs par un condensateur unique équivalent. Par « équivalent », on entend que pour une tension donnée, le condensateur doit avoir la même charge que la combinaison de condensateurs qu’il remplace aurait.

*Condensateurs en série*

Supposons qu’on applique une tension *V* à une paire de condensateurs en série :

*C*1

*V*

*C*2

Considérons les deux condensateurs comme un élément de circuit combiné à deux bornes :

*V*

*C*2

*C*1

La tension aux bornes de l’élément combiné est clairement égale à la tension de la FEM (*V*) puisque, tant pour la source de la FEM que pour l’élément du circuit combiné, il s’agit de la différence de potentiel entre les deux mêmes conducteurs :

*V*

*C*2

*C*1

La tension aux bornes de chaque condensateur n’est cependant pas connue.

Cependant, une fois qu’on a connecté le dernier fil du circuit, le processus de recharge (qui est quasi instantané) se déroule comme suit. (Pour faciliter la compréhension, nous décrivons des choses qui se produisent simultanément comme si elles se produisaient de manière séquentielle.)

La source de la FEM tire une charge positive de la plaque inférieure du condensateur inférieur et la pousse sur la plaque supérieure du condensateur supérieur.

*V*

*C*2

*C*1

+ +

− −

Le point clé de ce mouvement de charge est que la charge positive sur la plaque supérieure du condensateur supérieur est exactement égale à la charge négative sur la plaque inférieure du condensateur inférieur. (C’est de là qu’est venue la charge positive!)

On se rappelle que tout objet neutre est constitué d’énormes quantités des deux types de charge et que selon notre modèle de porteurs de charge positive, les charges positives sont libres de se déplacer. Maintenant, la charge positive sur la plaque supérieure du condensateur supérieur repousse la charge positive sur la plaque inférieure du condensateur supérieur, en plus d’être attirée par la charge négative de la plaque inférieure du condensateur inférieur. Et comme il y a un fil conducteur qui la relie jusqu’à la plaque supérieure du condensateur inférieur, c’est là qu’elle va se loger.

Le résultat final est que les deux condensateurs ont une seule et même charge *q* :

*V*

*C*2

*C*1

+ +

− −

− −

+ +

*q*

*q*

de sorte que le condensateur *C*1 a une tension , et le condensateur *C*2, une tension .

*q*

+ +

*C*1 , *V*1

− −

*V*

+ +

*C*2 , *V*2

*q*

− −

Selon la loi des mailles,

LMK 1

*V*

*C*1 , *V*1

+ +

− −

− −

+ +

*q*

*q*

*C*2 , *V*2

+

−

1











Donc, lorsque vous appliquez une tension *V* aux bornes de l’élément de circuit à deux bornes

*C*2

*C*1

,

une quantité de charge  part de la borne inférieure de l’élément de circuit combiné, circule autour du circuit et se rend à la borne supérieure. Ensuite, la charge cesse de se déplacer. Rappelez-vous que nous avons défini la capacité d’un condensateur comme étant le rapport , soit la charge du condensateur divisée par la tension correspondante aux bornes du condensateur. Pour notre élément de circuit combiné à deux bornes,  est donc la capacité équivalente. En isolant  dans l’équation , on obtient . La capacité équivalente de deux condensateurs en série est donc 

*C*2

*C*1

**=**



Par induction logique, on peut étendre cet argument à n’importe quel nombre de condensateurs en série, comme suit :

 (14-1)

Pour ce qui est de la facilité de mémorisation, on repassera : cette expression est mathématiquement identique à la formule des résistances en *parallèle*; or, cette expression concerne les condensateurs en *série*!

*Condensateurs en parallèle*

Supposons qu’on applique une tension *V* à une paire de condensateurs en parallèle :

*C*1

*C*2

*V*

Le schéma montre clairement que la tension aux bornes de chaque condensateur vaut *V* (la FEM), puisque la tension aux bornes de chaque composant du circuit est la différence de potentiel entre les deux mêmes conducteurs.

*C*1 , *V*

*C*2 , *V*

*V*

Que se passe-t-il (presque instantanément) lorsqu’on établit cette connexion finale? La source de la FEM tire de la charge des plaques inférieures des deux condensateurs et la pousse sur les plaques supérieures jusqu’à ce que la charge sur *C*1 soit  et que la charge sur *C*2 soit .

+ +

+ +

*q*1

*q*2

− −

− −

*C*1 , *V*

*C*2 , *V*

*V*

Pour ce faire, la source de FEM doit déplacer une charge totale de

*q* = *q*1 + *q*2

*q* = *C*1*V* + *C*2 *V*

*q* = (*C*1 + *C*2 ) *V*

En isolant *q*/*V* (soit la capacité équivalente, *C*P) dans cette équation (*q* = (*C*1 + *C*2 ) *V*, on obtient :



*C*P = *C*1 + *C*2

Autrement dit :

*C*2

*C*1

**=**

*C*P = *C*1  + *C*2

Ainsi, la capacité équivalente de condensateurs en parallèle est simplement la somme des capacités individuelles. (C’est ainsi que les résistances en *série* se combinent). Par induction, le résultat peut être étendu à n’importe quel nombre de condensateurs, ce qui donne :

*C*P = *C*1 + *C*2 + *C*3 + … (14-2)

*Conclusion*

Le fait que la tension soit la même pour des condensateurs en parallèle et que la charge soit la même pour des condensateurs en série est important, mais si vous vous dites que ça fait deux choses de plus à mémoriser, c’est que vous n’abordez pas la physique de la bonne manière. Vous devez être capable de déduire que la charge de condensateurs en série doit être identique, puisque la charge d’un condensateur provient de son voisin (initialement neutre). Vous devez aussi pouvoir déduire que la tension aux bornes de condensateurs en parallèle doit être identique, puisque, pour chaque condensateur, la tension est la différence de potentiel entre les deux mêmes conducteurs.

# 15 Introduction au champ magnétique : effets

Nous abordons maintenant notre étude du magnétisme. Comme nous avons commencé notre étude de l’électricité, nous commençons par discuter de l’effet d’un champ magnétique donné sans expliquer comment un tel champ magnétique peut être créé. Nous nous pencherons sur les sources de champs magnétiques dans les chapitres suivants.

Un champ magnétique est un champ vectoriel, c’est-à-dire qu’il s’agit d’un ensemble infini de vecteurs, un en chaque point de la région de l’espace où le champ magnétique existe. On utilise l’expression « champ magnétique » pour désigner à la fois l’ensemble infini de vecteurs et, quand on parle du champ magnétique en un point de l’espace, le vecteur unique de champ magnétique en ce point de l’espace. On utilise le symbole  pour représenter le champ magnétique. L’effet le plus fondamental d’un champ magnétique consiste à exercer un moment de force (ou couple) sur tout objet possédant un *moment magnétique* qui se trouve dans le champ magnétique. Une particule ou un objet dont le moment dipolaire magnétique n’est pas nul est appelé *dipôle magnétique*. Les dipôles magnétiques sont des aimants droits. La grandeur du moment dipolaire magnétique d’un objet mesure la force de l’aimant droit. Un dipôle magnétique possède deux extrémités, appelées pôles : un pôle nord et un pôle sud. Le moment magnétique est une propriété de la matière qui a une orientation. On peut définir l’orientation du moment magnétique d’un objet en considérant l’objet comme une flèche dont le pôle nord est la pointe de la flèche, et le pôle sud, la queue. La direction dans laquelle pointe la flèche est la direction du moment magnétique de l’objet. L’unité du moment magnétique est l’A⋅m2 (ampère-mètre carré)[[19]](#footnote-19). À titre d’exemple, bien que le moment magnétique des aiguilles de boussole diffère d’une boussole à l’autre, il est généralement de l’ordre de 0,1 A⋅m2.

Je rappelle que l’effet le plus fondamental du champ magnétique consiste est d’exercer un moment de force sur tout dipôle magnétique se trouvant dans ce champ. Le vecteur de champ magnétique en un point donné de l’espace correspond au moment de force maximum possible par unité de moment magnétique que le champ magnétique pourrait exercerait sur un dipôle magnétique cible se trouvant en ce point. Je dois préciser « maximum possible » parce que le moment de force exercé sur le dipôle magnétique ne dépend pas seulement de la grandeur du champ magnétique au point dans l’espace et de la grandeur du moment magnétique de la cible, mais aussi de l’orientation du dipôle magnétique par rapport à l’orientation du vecteur de champ magnétique. En fait :

 (15-1)

où :

 est le moment de force exercé sur le dipôle magnétique (l’aimant droit) par le champ magnétique,

 est le moment magnétique du dipôle magnétique (l’aimant droit, la cible), et

 est le vecteur de champ magnétique à l’endroit dans l’espace où se trouve le dipôle magnétique.

Pour le produit vectoriel de deux vecteurs quelconques, la grandeur du vecteur résultant est le produit des grandeurs des deux vecteurs, multiplié par le sinus de l’angle que forment les deux vecteurs l’un par rapport à l’autre. Pour , on a :



Dans le système d’unités SI, le moment de force a pour unité le N⋅m (newton-mètre). On veut que le côté droit de  soit en N⋅m. Étant donné que *μ*  a des unités de moment magnétique (A⋅m2) et que sin*θ*  est sans unités, *B* doit avoir des unités de moment de force par moment magnétique, à savoir . Cette unité mixte a un nom : le tesla (symbole : T).

1 T = 1

*Exemple 15-1*

Prenons un dipôle magnétique de moment dipolaire magnétique *μ* = 0**,**045 A⋅m2, orienté de manière à former un angle de 23°par rapport à un champ magnétique uniforme de 5**,**0 × 10−5 T, comme illustré ci-dessous. Trouvez le moment de force exercé sur le dipôle magnétique par le champ magnétique.

B

*μ*

*θ*

Rappelez-vous que la pointe de la flèche représente le pôle nord de l’aimant droit que constitue un dipôle magnétique. Le moment de force est orienté de manière à ramener le dipôle magnétique dans la direction du champ magnétique. Dans le cas décrit ci-dessus, ce serait dans le sens des aiguilles d’une montre, du point de vue de l’auteur du schéma. La grandeur du moment de force dans ce cas peut être calculée comme suit :





*τ* = 8**,**8 × 10−7 A⋅m2⋅T

Sachant qu’un tesla vaut , nous avons :

*τ* = 8**,**8 × 10−7 A⋅m2⋅

*τ* = 8**,**8 × 10−7 N⋅m

Ainsi, le moment de force exercé sur le dipôle magnétique est de 8**,**8 × 10−7 N⋅m, dans le sens des aiguilles d’une montre, du point de vue de l’auteur du schéma.

*Exemple 15-2*

Une particule de moment dipolaire magnétique = 0**,**025 A⋅m2****− 0**,**035 A⋅m2**** + 0**,**015 A⋅m2****

se trouve en un point de l’espace où le champ magnétique  vaut 2**,**3 mT **** + 5**,**3 mT ****− 3**,**6 mT ****.

Trouvez le moment de force exercé sur la particule par le champ magnétique.



*Force magnétique exercée sur un dipôle magnétique*

Un champ magnétique uniforme n’exerce aucune force sur un aimant droit se trouvant dans ce champ magnétique. Prenez un moment pour vraiment assimiler cette information. Un champ magnétique uniforme n’exerce aucune force sur un aimant droit se trouvant dans ce champ magnétique.

Vous avez probablement déjà eu l’occasion d’utiliser des aimants droits. Vous savez que les pôles semblables se repoussent et que les pôles contraires s’attirent. Et sachant ce que vous savez du champ électrique, vous avez probablement (et à juste titre) émis l’hypothèse que conformément à notre modèle des champs, un aimant droit (la source) crée un champ magnétique autour de lui-même, et que si un autre aimant droit se trouve dans cette région de l’espace, il sera affecté par le champ magnétique dans lequel il se trouve. Nous avons déjà dit que l’aimant droit cible subira un moment de force. Mais vous savez, d’après votre expérience des aimants droits, qu’il subira aussi une force. Comment est-ce possible alors que je viens d’affirmer que le champ magnétique uniforme n’exerce aucune force sur un aimant droit? Le champ magnétique de l’aimant source doit être non uniforme, bien sûr! Mais assez parlé de la nature du champ magnétique des aimants droits, je suis censé garder cela pour un autre chapitre. Contentons-nous de dire qu’il n’est pas uniforme et de nous concentrer sur l’effet d’un champ non uniforme sur un aimant droit qui se trouve dans ce champ magnétique.

Tout d’abord, un champ magnétique non uniforme exercera un moment de force sur un dipôle magnétique (un aimant droit) comme auparavant (). Mais un champ magnétique non uniforme (dont la grandeur et/ou la direction dépendent de la position) exerce aussi *une force* sur le dipôle magnétique. Cette force est donnée par l’équation suivante :

 (15-2)

où

 est la force exercée par le champ magnétique  sur une particule de moment dipolaire magnétique ,

 est le dipôle magnétique de la cible, et

 est le champ magnétique à la position dans l’espace où se trouve la cible. Pour évaluer la force, il faut connaître  en fonction de *x*, *y* et *z* ( est une constante).

Notez bien qu’après avoir pris le gradient de , il faut évaluer le résultat aux valeurs de *x*, *y* et *z* correspondant à la position de la cible.

Juste pour m’assurer que vous utilisiez cette équation correctement, veuillez noter que si  et  sont exprimés en notation ****, ****, **** (c’est-à-dire que et ), alors :



Et le gradient de  (qui, d’après l’équation 15-2, est la force que nous cherchons) est donné par :

où les dérivées de cette équation peuvent (en utilisant ) peuvent être formulées comme suit :

,

, et



où nous avons profité du fait que les composantes du moment dipolaire magnétique de la cible ne sont pas des fonctions de la position. Notez également que les dérivées sont toutes des dérivées partielles. Les dérivées partielles sont des dérivées faciles en ce sens que lorsqu’on dérive par rapport à *x*, par exemple, on traite *y* et *z* comme des constantes. Enfin, il est important de comprendre qu’après avoir pris les dérivées, il faut insérer les valeurs de *x, y* et *z* correspondant à la position du dipôle magnétique (la cible) dans la formule de la force.

*Exemple 15-3*

Il existe, dans une région de l’espace, un champ magnétique, représenté en termes de vecteurs unitaires cartésiens par :

Une particule se trouve dans la région de l’espace où le champ magnétique existe. La particule a le moment dipolaire magnétique suivant :

La particule se trouve à (0**,**110 m, 0, 0).

Trouvez la force exercée sur la particule par le champ magnétique.*Solution* : Commençons par faire un schéma :

*B*

*x*

*y*

*μ*

En insérant  et  dans la formule de la force, on obtient :





On se rappelle qu’il faut évaluer cette expression à l’endroit où se trouve la cible, soit (0**,**110 m, 0, 0). On obtient alors :

*Caractéristiques du champ magnétique terrestre*

Nous vivons dans un champ magnétique produit par la Terre. Sa grandeur et sa direction varient d’un endroit à l’autre sur la surface terrestre. Qui plus est, en tout lieu, le champ magnétique terrestre varie d’une année à l’autre, tant en grandeur qu’en direction. Néanmoins, à l’échelle géographique d’un campus universitaire et à une échelle temporelle mesurée en jours, le champ magnétique terrestre est approximativement uniforme et constant.

Pour aligner votre index avec le champ magnétique terrestre sur le campus du Saint Anselm College, pointez d’abord dans la direction horizontale de 15,4° à l’ouest du nord[[20]](#footnote-20). Inclinez ensuite votre bras vers le bas de manière à pointer dans une direction située à 68,9° sous l’horizontale. (Oui! Difficile à croire, non? C’est quasiment à vos pieds!) Vous pointez maintenant votre doigt dans la direction du champ magnétique terrestre. La grandeur du champ magnétique, sur le campus du Saint Anselm College, est de 5,37 × 10 − 5 T. Autrement dit :

**Champ magnétique terrestre sur le campus du Saint Anselm College en 2006**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Caractéristique** | **Valeur** | **Taux de variation** |
| Déclinaison | −15**,**4° | +0**,**074°/an |
| Inclinaison (angle de dépression à l’horizon) | 68**,**8° | −0**.**096°/an |
| Grandeur | 5**,**36 × 10 − 5 T | −0**,**012 × 10 − 5 T/an |
| Composante horizontale | 1**,**93 × 10 − 5 T | +0**,**004 × 10 − 5 T/an |
| Composante verticale | 5**,**00 × 10 − 5 T | −0**,**014 × 10 − 5 T/an |

L’aiguille d’une boussole est un minuscule aimant droit contraint de tourner autour d’un axe vertical. Le champ magnétique terrestre exerce un moment de force sur l’aiguille de la boussole qui tend à la faire pointer dans la direction de la composante horizontale du champ magnétique terrestre, une direction que nous appelons « nord magnétique ». Rappelons que, quand on parle de la direction d’un aimant droit (comme l’aiguille d’une boussole), on imagine qu’il y a une pointe de flèche à son pôle nord.

# 16 Champ magnétique : autres effets

Le champ électrique et le champ magnétique ne sont pas la même chose. Un dipôle électrique avec une charge positive à une extrémité et une charge négative à l’autre n’est pas la même chose qu’un dipôle magnétique ayant un pôle nord et un pôle sud. Plus précisément : un objet peut avoir une charge positive, mais ne peut pas avoir de charge « nord ».

Cependant, l’électricité et le magnétisme ne sont pas sans lien. En effet, dans certaines circonstances, un champ magnétique exercera une force sur une particule chargée qui n’a pas de moment dipolaire magnétique. Nous examinons ici l’effet d’un champ magnétique sur une telle particule chargée.

**FAIT :** Un champ magnétique uniforme n’exerce aucune force sur une particule chargée au repos dans ce champ magnétique.

B

**+**

*F* = 0

*q*

**FAIT :** Un champ magnétique n’exerce aucune force sur une particule chargée qui se déplace parallèlement au champ magnétique en ce point.

**

*q*

**+**

B

*F* = 0

**

*q*

**+**

*F* = 0

**FAIT :** Un champ magnétique *exerce* une force sur une particule chargée se déplaçant dans le champ magnétique, à condition que la vitesse de la particule ne soit pas parallèle au champ magnétique en ce point. Dans un tel cas, la force est :

(16-1)

Notez que le produit vectoriel donne un vecteur qui est perpendiculaire à chacun des deux vecteurs de départ. Ainsi, lorsqu’une particule chargée se déplace dans un champ magnétique, la force que celui-ci exerce sur elle est toujours perpendiculaire à la vitesse de la particule et au vecteur du champ magnétique en ce point.

Prenons une particule chargée positivement se déplaçant à la vitesse ** à un angle *θ* dans le plan x-y, en présence d’un champ magnétique uniforme dans la direction +x.

*y*

B

**

*θ*

**+**

*q*

*x*

Pour obtenir la grandeur du produit vectoriel qui apparaît dans nous sommes censés établir l’angle que et  forment l’un par rapport à l’autre. La grandeur est alors la valeur absolue du produit des grandeurs des vecteurs, multiplié par le sinus de l’angle qui les sépare. Dessinons les deux vecteurs en les joignant par la queue et déterminons cet angle. Notez que le champ magnétique est un ensemble infini de vecteurs dans la direction +x. Au point où se trouve la particule, le vecteur de champ magnétique  pointe donc dans la direction +x.

**

*θ*

B

Il est clair que l’angle entre les deux vecteurs est simplement l’angle *θ* spécifié dans le problème. Par conséquent,

,

donc, en partant de l’expression donnée pour , on a :

Bien, parlons maintenant de l’orientation de . Calculons la direction de , puis réfléchissons. La charge *q* est un scalaire. Si *q* est positif, quand on multiplie le vecteur par *q* (pour obtenir ), on obtient un vecteur de même orientation que . Ainsi, ce qu’on obtient (par la règle de la main droite pour le produit vectoriel) pour la direction de  *est* la direction de .

CEPENDANT, si *q* est *négatif*, alors, quand on multiplie le vecteur par *q* (pour obtenir ), on obtient un vecteur de sens opposé à . Ainsi, une fois qu’on a obtenu la direction de grâce à la règle de la main droite pour le produit vectoriel, il faut se rappeler que comme la charge est *négative*, est de sens *opposé* à .

Voyons ça en pratique. Pour obtenir la direction du vecteur résultant du produit vectoriel (qui apparaît dans ), dessinez les vecteurs et  en les joignant par la queue.

**

B

Tendez les doigts de votre main *droite* de manière à ce qu’ils forment une ligne droite avec votre avant-bras. Levez votre pouce de façon à ce qu’il forme un angle droit avec vos doigts.

Maintenant, en gardant vos doigts alignés sur votre avant-bras, alignez vos doigts sur le premier vecteur apparaissant dans le produit vectoriel, , à savoir .

**

B

Faites ensuite tourner votre main autour d’un axe imaginaire reliant votre majeur à votre coude jusqu’à ce que votre main soit orientée de telle sorte que, si vous fermiez vos doigts, ils pointeraient dans la direction du deuxième vecteur.

**

Le pouce « entre » dans la page; il pointe dans la direction opposée à vous!

B

La direction dans laquelle votre pouce pointe maintenant est la direction de . Les vecteurs dans cette direction sont représentés par un **×** entouré d’un cercle. Ce symbole est censé représenter les plumes de la queue d’une flèche qui s’éloigne de vous.

*θ*

**+**

**

B

**×**

*q*

N’oublions pas le *q* dans l’expression . Dans le cas présent, la particule est chargée positivement. Autrement dit, *q* est positif. pointe donc dans la même direction que .

B

**

**×**

*θ*

**+**

**×**

*q*



Le champ magnétique interagit également avec les conducteurs de courant. Étudions le cas d’un segment de fil droit porteur de courant dans un champ magnétique :

**FAIT :** Soit un conducteur rectiligne parcouru par un courant dans un champ magnétique. Le champ magnétique n’exerce aucune force sur le segment de fil si le segment de fil est parallèle au champ magnétique. (Remarque : Il doit y avoir un circuit pour créer le courant dans le fil, mais nous ne le représentons pas dans le diagramme suivant.)

B

*F* = 0

I

**FAIT :** Un champ magnétique exerce une force sur un segment de fil porteur de courant qui se trouve dans le champ magnétique, tant que le fil n’est pas colinéaire au champ magnétique.

B

I

La force exercée sur un segment de fil rectiligne porteur de courant par le champ magnétique (uniforme) dans lequel se trouve ce fil est donnée par :

 (16-2)

où :

 est la force exercée sur le segment de fil par le champ magnétique,

 est l’intensité du courant dans le fil.

 est un vecteur dont la grandeur est la longueur du segment de fil qui se trouve *dans* le champ magnétique, et dont l’orientation correspond au courant (qui dépend à la fois de l’orientation du segment de fil et de la façon dont il est connecté dans le circuit [non représenté]).

 est le vecteur de champ magnétique. Le champ magnétique doit être uniforme sur toute la longueur du fil pour que cette formule s’applique. Par conséquent,  est le vecteur de champ magnétique en tout point du fil.

I

B



**×**

*L*

Notez que, dans le schéma ci-dessus,  est orienté vers l’intérieur de la page, selon , de par la règle de la main droite.

*Effet d’un champ magnétique uniforme sur une boucle de courant*

Prenons une boucle de fil rectangulaire. Supposons que la boucle se trouve dans un champ magnétique uniforme, comme dans le schéma suivant :

B

*I*

Notez que par souci de simplicité, nous ne montrons pas le circuit qui produit le courant dans la boucle, ni la source du champ magnétique. Par ailleurs, le champ magnétique existe dans toute la région de l’espace où se trouve la boucle. Nous n’avons pas montré toute l’étendue des lignes de champ magnétique représentées, ni du champ magnétique lui-même.

Chaque segment de la boucle est soumis à une force exercée par le champ magnétique dans lequel se trouve la boucle. Considérons d’abord les segments avant et arrière :

B

*I*

Segment avant

Segment arrière

Étant donné que les deux segments ont la même longueur, qu’ils forment le même angle avec le même champ magnétique et qu’ils ont la même intensité de courant, la force  a la même grandeur dans chacun d’eux. (Si on écrit la grandeur sous la forme , on voit que les grandeurs sont les mêmes, puisque pour tout angle *θ*, sin(*θ* ) = sin(180° − *θ* ).) En utilisant la règle de la main droite, on constate que chaque force est dirigée perpendiculairement au segment sur lequel elle agit et qu’elle s’éloigne du centre du rectangle :

*F*ARRIÈRE

B

*I*

*F*AVANT

Les deux forces *F*AVANT et *F*ARRIÈRE sont égales en grandeur, colinéaires et de direction opposée.   
Le seul effet qu’elles pourraient avoir serait d’étirer la boucle. En supposant que le matériau de la boucle est suffisamment rigide pour ne pas s’étirer, l’effet net des deux forces est nul. Nous pouvons donc les oublier et concentrer notre attention sur les segments gauche et droit du schéma.

Le segment gauche et le segment droit sont tous deux perpendiculaires au champ magnétique. Ils ont également la même longueur et transportent le même courant. Pour chacun d’eux, la grandeur de  est *IwB,* où *w* est la largeur de la boucle, et donc la longueur du segment gauche et du segment droit.

Segment droit

Segment gauche

*I*

B

Largeur *w*

Longueur **

En utilisant la règle de la main droite et la formule  pour la force exercée sur un segment de fil par un champ magnétique, on constate que les forces valent *IwB* et qu’elles sont orientées vers le haut (segment droit) et vers le bas (segment gauche).

*F*

*F*

*I*

B

Les deux forces sont égales (toutes deux valent *F* = *IwB* ) et de sens opposé, mais elles ne sont *pas* colinéaires. Elles exerceront donc un *moment de force* net sur la boucle. Nous pouvons calculer le moment de force autour de l’axe central :

Axe central

*F*

*I*

*F*

en prolongeant les lignes d’action des forces et en identifiant les bras de levier :

*F = IwB*

******

*I*

******

*F = IwB*

Le moment de force fourni par chaque force est ******F. Les deux moment de forces sont dans le sens inverse des aiguilles d’une montre, quand on regarde le schéma. Puisqu’ils sont tous deux dans la même direction, ils s’additionnent, ce qui signifie que la grandeur du moment de force total est simplement *τ* = 2 ******F. On peut obtenir une formule pour 2****** en constatant que dans le schéma, 2 ****** est tout simplement la distance au bas du triangle à l’avant du schéma :

*2*****

Longueur **

et en définissant l’angle *θ* dans le schéma comme étant l’angle entre le plan de la boucle et la verticale.

*2*****

Longueur **

*θ*

Il ressort clairement du schéma que 2****** = **  sin*θ* .

Le champ magnétique exerce donc un moment de force de grandeur

sur la boucle de courant.

Longueur **

*I*

B

Largeur *w*

*θ*

*τ*

Pour simplifier l’expression du moment de force, on peut d’abord réorganiser les facteurs du produit :

Remarquez que le produit *w* correspond à l’aire *A* de la boucle. En remplaçant *w* par *A*, on obtient :



Le moment de force est un vecteur. Vous reconnaissez peut-être le facteur sin*θ* dans la formule précédente comme la trace d’un produit vectoriel. En effet, si on définit un vecteur surface comme ayant une grandeur égale à l’aire de la boucle,

et une direction perpendiculaire au plan de la boucle,

*I*

B

Largeur *w*

*θ*

*A* = * l*

Longueur **

on peut écrire le moment de force sous la forme d’un produit vectoriel. Notez tout d’abord que le vecteur aire, tel que je l’ai défini jusqu’à présent, pourrait pointer dans le sens exactement opposé à celui illustré dans le schéma. Si, toutefois, on stipule aussi que le vecteur aire est dirigé conformément à la règle de la main droite, et qu’on définit le sens de l’enroulement comme étant le sens du courant circulant dans la boucle, alors la direction du vecteur aire est unique et correspond à l’orientation représentée dans le schéma.

Or, si on glisse le vecteur aire vers le coin avant droit de la boucle,

*I*

B

Largeur *w*

*θ*

*A* = * l*

Longueur **

il devient plus évident (vous l’avez peut-être déjà remarqué) que l’angle entre le vecteur aire   et le vecteur de champ magnétique   est exactement l’angle *θ* défini précédemment et représenté dans le schéma ci-dessus.

*I*

B

Largeur *w*

*θ*

*θ*

*A* = * l*

Longueur **

Ainsi, on peut écrire le moment de force  dans le sens inverse des aiguilles d’une montre dans le schéma, comme suit :

Voyons ça plus en détail. La grandeur du produit vectoriel  est , ce qui signifie que notre nouvelle expression donne pour le moment de force la même grandeur  que celle que nous avions auparavant. En outre, la règle de la main droite donne l’orientation du moment de force indiquée dans le schéma suivant.

*I*

B

*θ*

*τ*

*A* = * l*

On se rappelle que le sens de rotation associé à un vecteur axial est déterminé par la règle de la main droite : le pouce pointe dans la direction du vecteur de moment de force, et les doigts s’enroulent dans le sens contraire des aiguilles d’une montre, comme dans le diagramme.

*I*

B

*θ*

*τ*

*A* = * l*

Bon, nous y sommes presque. Jusqu’à présent, nous avons observé que si on place une boucle de fil portant un courant d’intensité *I* dans un champ magnétique uniforme , la boucle de courant étant orientée de telle sorte que son vecteur aire  forme un angle *θ* avec le vecteur de champ magnétique, alors le champ magnétique exerce un *moment de force*



sur la boucle.

C’est exactement ce qui arrive à un dipôle magnétique placé dans un champ magnétique uniforme : il subit un moment de force . En fait, si on assimile le produit  au moment magnétique de la *boucle de courant*, les expressions du moment de force sont totalement identiques :

 (16-3)

où :

 est le moment de force exercé sur la cible. La cible peut être soit une particule qui possède un moment dipolaire magnétique intrinsèque, soit une boucle de courant.

 est le moment magnétique de la cible. Si c’est une particule,  est simplement la grandeur et la direction de son moment dipolaire magnétique intrinsèque. Si la cible est une boucle de courant, alors , où *I* est l’intensité du courant dans la boucle et  est le vecteur aire de la boucle, un vecteur dont la grandeur est l’aire de la boucle et dont la direction est celle dans laquelle votre pouce droit pointe lorsque vous enroulez les doigts de votre main droite autour de la boucle dans le sens du courant. (Voir la discussion ci-dessous pour le cas où la cible est une bobine de fil et non une boucle unique).

 est le vecteur champ magnétique à l’endroit où se trouve la cible.

Une boucle de fil peut être considérée comme une bobine de fil dans laquelle le fil est entouré une seule fois. Si le fil est enroulé *N* fois, au lieu d’une seule fois, on dit que la bobine a *N* spires ou *N* enroulements. Chaque spire apporte une contribution de  au moment magnétique de la boucle de courant. La contribution de toutes les boucles se fait dans une seule et même direction. Ainsi, le moment magnétique d’une *bobine* de fil porteuse de courant est :

 (16-4)

où :

 est le moment magnétique de la bobine de fil.

*N* est le nombre de fois où le fil a été entouré pour former la bobine. C’est le nombre de spires (enroulements).

*I* est l’intensité du courant dans la bobine. La bobine est constituée d’un long fil enroulé plusieurs fois autour de lui-même, de sorte qu’il n’y a qu’un seul courant dans le fil. Nous appelons ce courant unique le courant dans la bobine.

 est le vecteur aire de la boucle ou de la bobine. Sa grandeur est l’aire de la surface délimitée par la boucle ou la bobine. Sa direction est définie par la règle de la main droite : les doigts s’enroulent dans le sens du courant, et le pouce pointe dans la direction du vecteur aire.

*Quelques généralités concernant l’effet d’un champ magnétique uniforme sur une boucle de courant*

Nous avons étudié l’effet d’un champ magnétique *uniforme* sur une boucle de courant. Mais le champ magnétique exercera un moment de force sur une boucle de courant, qu’il soit uniforme ou non. Étant donné qu’une boucle de courant a une certaine étendue spatiale (ce n’est pas une particule ponctuelle), l’utilisation d’une seule valeur plus la direction pour  dans  donnera une approximation du moment de force. C’est une bonne approximation tant que le champ magnétique est presque uniforme dans la région de l’espace occupée par la bobine.

Nous avons étudié le cas d’une boucle rectangulaire, mais le résultat concernant le moment de force exercé sur la boucle ou la bobine porteuse de courant vaut pour toute boucle ou bobine plane, qu’elle soit circulaire, ovale ou rectangulaire[[21]](#footnote-21).

# 17 Sources de champs magnétiques

Ce chapitre traite du magnétisme, mais revenons un instant à notre introduction sur la charge. Nous avons parlé du champ électrique avant d’en expliquer les sources. Nous avons dit que le champ électrique exerce une force sur une particule chargée. Ensuite, nous avons découvert que les particules chargées ne jouent pas seulement le rôle de « cible » du champ électrique; elles *provoquent* l’existence de champs électriques.

Puis, nous avons parlé du champ magnétique. Nous avons dit que le champ magnétique exerce un moment de force sur une particule ayant un moment dipolaire magnétique. À ce stade-ci, vous pensez probablement qu’une particule dotée d’un moment dipolaire magnétique crée un champ magnétique. Eh bien, oui! Une particule qui possède la propriété physique connue sous le nom de *moment dipolaire magnétique* produit un champ magnétique dans la région de l’espace qui l’entoure. Un champ magnétique peut être créé par une particule possédant un moment dipolaire magnétique ou par une distribution de particules possédant un moment dipolaire magnétique.

Le champ magnétique produit par une particule qui possède un moment dipolaire magnétique au point P, un point vide dans l’espace à proximité de cette particule, est donné par :

(17-1)

où

 est une constante universelle qui porte le nom de « perméabilité magnétique du vide ». Cette valeur doit être considérée comme exacte. (Autrement dit, le « 4 » ne doit pas limiter vos chiffres significatifs.)

 est le vecteur de champ magnétique au point P, un point vide dans l’espace situé à une distance ** de la particule au moment dipolaire magnétique produisant .

 est le moment dipolaire magnétique de la particule produisant le champ magnétique.

 est un vecteur unitaire dans la direction « de la particule vers le point P ». En définissant  comme étant le vecteur position du point P par rapport à la position de la particule au moment dipolaire magnétique, , ou autrement dit, .

** est la distance entre le point P et la particule au moment dipolaire magnétique.

Une particule dotée d’un moment dipolaire magnétique est appelée dipôle magnétique. Notez que le champ magnétique dû à un dipôle magnétique décroît selon .

*Exemple*

Une particule est placée à l’origine d’un système de coordonnées cartésiennes. Son moment dipolaire magnétique vaut . Trouvez le vecteur de champ magnétique dû à la particule au point (3,0  cm, 4,0 cm).

*Solution*

Je vais commencer par dessiner un schéma de la configuration.

*y*

*B*

P

**

*μ*

*x*

Notez que, comme je ne connais *pas* la direction de  à l’avance, je l’ai dessiné dans une direction totalement arbitraire. J’ai dessiné  pour que ce soit évident que nous traitons du champ magnétique au point P causé par la particule à l’origine. De même, j’ai délibérément dessiné  dans une direction différente de celle de pour éviter de donner la fausse impression que  est nécessairement dans la direction de (c’est le cas à certains endroits, mais ces endroits sont l’exception). En général, ne pointe *pas* dans la même direction que . Comme nous le verrons bientôt, dans le cas présent, il s’avère que  ne pointe *pas* dans la même direction que ).

Étant donné que *x*= 0**,**030 m et *y*=0**,**040 m, le vecteur position du point P est .

Sa grandeur de est donnée par :

Le vecteur unitaire  est donc donné par :

En insérant ces résultats dans l’équation de , on obtient :

Voilà, c’était notre démarche pour cet exemple. Voici un schéma du champ magnétique dû à une particule possédant un moment dipolaire magnétique.

*B*

*Champ magnétique d’une boucle ou d’une bobine*

Au dernier chapitre,nous avons vu qu’une boucle de courant ou une bobine porteuse de courant soumise à un champ magnétique se comporte comme une particule dotée d’un moment dipolaire magnétique



où :

 est le moment magnétique de la bobine de fil.

*N* est le nombre d’enroulements ou de spires. (*N* = 1 pour une boucle.)

*I* est l’intensité du courant dans la bobine.

 est le vecteur aire de la boucle ou de la bobine. Sa grandeur est l’aire de la surface délimitée par la boucle ou la bobine. Sa direction est définie par la règle de la main droite : les doigts s’enroulent dans le sens du courant, et le pouce pointe dans la direction du vecteur aire.

Vous pensez peut-être que si une bobine (ou une boucle) réagit à un champ magnétique comme le ferait une particule dotée d’un moment dipolaire magnétique, elle peut peut-être elle aussi produire des lignes de champ magnétique et créer un champ magnétique, comme une particule dotée d’un moment dipolaire magnétique. C’est effectivement le cas. Contrairement à l’électron (par exemple), qui est une particule ponctuelle possédant un moment dipolaire magnétique, la boucle ou bobine n’est pas ponctuelle. Elle a une étendue dans l’espace. Le champ magnétique à proximité de la boucle ou de la bobine est plus complexe qu’un champ dipolaire, mais à une grande distance (par rapport au diamètre de la bobine), il correspond au champ magnétique d’un dipôle.

Dans le cas d’une boucle ou d’une bobine, le  qui apparaît dans cette équation est .

Aimant droit

Les atomes sont constitués d’un noyau contenant des neutrons et des protons ainsi que d’électrons en orbite autour du noyau. Chacune de ces particules élémentaires possède un moment magnétique. Le moment magnétique [[22]](#footnote-22) de l’électron est , le moment magnétique du proton est  et le moment magnétique du neutron est . Lorsque ces particules se combinent pour former des atomes, elles contribuent chacune au champ magnétique de l’atome. De plus, les protons se déplacent en boucle à l’intérieur du noyau, et les électrons se déplacent en boucle autour du noyau. Or, une particule chargée qui se déplace en boucle, c’est une boucle de courant, et ces boucles de courant contribuent au champ magnétique de l’atome. Dans la plupart des atomes, les différentes contributions au champ magnétique s’annulent, et le champ magnétique résultant est essentiellement nul. Dans certains atomes, comme le fer, le cobalt et le néodyme, les différentes contributions au champ magnétique ne s’annulent pas. Ces atomes produisent un champ magnétique dipolaire et se comportent comme des dipôles magnétiques. Les substances constituées de tels atomes sont appelées matériaux ferromagnétiques.

Prenons une barre de fer non aimantée. La barre a été formée à partir de fer fondu. Lorsque le fer s’est refroidi, des germes cristallins se sont formés à différents endroits dans le fer. Au début de la cristallisation, les atomes de fer formant les germes ont tendance à s’aligner les uns sur les autres, du pôle sud au pôle nord. Le champ magnétique des germes amène les atomes de fer voisins à s’aligner sur le moment dipolaire magnétique du germe, de sorte que, lorsqu’ils cristallisent et se joignent au cristal en croissance, ils s’alignent également pôle sud à pôle nord. Les contributions des atomes composant le cristal au champ magnétique du cristal tendent à s’additionner de manière constructive pour former un champ magnétique relativement important. Il y a une multitude de sites où les cristaux commencent à se former; sur chaque site, en l’absence d’un champ magnétique externe, les germes cristallins sont alignés dans une direction aléatoire. Au fur et à mesure que les cristaux se développent, ils forment une multitude d’aimants droits microscopiques. Lorsque la barre de fer est complètement solidifiée, elle se compose d’une multitude d’aimants droits microscopiques appelés *domaines*. Comme ils sont alignés dans des directions aléatoires, leurs champs magnétiques s’annulent. Si on place la barre de fer dans un champ magnétique, les aimants droits microscopiques (les domaines) s’alignent les uns sur les autres dans une mesure qui dépend de l’intensité du champ magnétique. La barre de fer devient aimantée. Si on la retire du champ magnétique, les forces locales qui s’exercent sur les domaines les ramènent à leur orientation initiale. Ils ne retrouvent pas leur orientation initiale, et le fer reste au moins faiblement magnétisé. On appelle cet effet « hystérésis ».

Pour en revenir au processus de refroidissement, si on laisse le fer fondu se cristalliser dans un champ magnétique externe, les germes cristallins auront tous tendance à s’aligner sur le champ magnétique externe, et donc les uns sur les autres. Lorsque le fer est complètement solidifié, on obtient un aimant permanent.

Un aimant droit est donc constitué d’un ensemble d’aimants droits microscopiques, eux-mêmes constitués d’un ensemble d’atomes, chacun d’eux possédant un moment dipolaire magnétique, puisqu’ils sont constitués de particules qui ont chacune un moment dipolaire magnétique et qui, dans certains cas, sont chargées et forment des boucles de courant dans l’atome.

Le champ magnétique d’un aimant droit est donc la superposition (somme vectorielle en chaque point de l’espace) d’un gigantesque ensemble de champs magnétiques créés par des dipôles. Ainsi, à une grande distance par rapport à la longueur de l’aimant, le champ magnétique d’un aimant droit est le champ magnétique d’un dipôle. On peut donc attribuer, sur la base de mesures, un vecteur de moment dipolaire magnétique  à l’aimant droit dans son ensemble et calculer le champ magnétique (valable pour des distances importantes par rapport à la longueur de l’aimant) comme suit :

*Force dipôle-dipôle*

Le champ magnétique produit par un aimant droit exerce un moment de force sur un autre aimant droit. Comme le champ magnétique dû à un dipôle magnétique n’est pas uniforme (vous pouvez voir dans qu’il décroît en ), il exerce aussi une *force* sur un autre aimant droit.

On peut donc maintenant essayer de quantifier la force qu’un aimant droit exerce sur un autre. Prenons un objet situé à l’origine d’un système de coordonnées cartésiennes. Supposons que cet objet ait un moment dipolaire magnétique donné par . Il s’agit bien évidemment d’un aimant qui pointe (en considérant l’aimant comme une flèche dont la tête se trouve au pôle nord de l’aimant) dans la direction +x. Trouvons la force que cet aimant exerce sur un autre aimant à (*x*, 0, 0), sachant que le moment dipolaire magnétique du second aimant est . Le second aimant pointe vers l’origine,nous avons donc deux aimants dont les pôles nord se font face. Sachant que les pôles semblables se repoussent, vous devriez être en mesure de prévoir que le second aimant subira une force dans la direction +x. En tout point de l’espace, tant que la distance entre l’origine et ce point est grande par rapport à la taille de l’aimant, le champ magnétique produit par le premier aimant est donné par :

La force sur le deuxième aimant est donnée par :



évaluée à la position du deuxième aimant, soit (x, 0, 0). En insérant la valeur donnée pour le moment dipolaire magnétique du deuxième aimant () et la valeur trouvée dans l’équation ci-dessus pour , on obtient :

Maintenant, on insère et ,on prend le gradient, puis, *après* avoir pris le gradient, on évalue le résultat à (*x*, 0, 0) :

Ainsi, lorsque leurs pôles semblables se font face, deux aimants se repoussent avec une force qui décroît en , où **  est la distance entre les aimants (mesurée centre à centre), le *x* dans le cas que nous avons étudié.

*Champ magnétique d’un long fil rectiligne porteur de courant*

Un conducteur porteur de courant crée un champ magnétique. Je ne vous apprends rien, puisque nous avons vu qu’un courant dans une boucle ou une bobine se comporte comme un dipôle magnétique, et vous savez qu’un dipôle magnétique crée un champ magnétique dans la région de l’espace qui l’entoure. Il s’avère qu’un fil parcouru par un courant n’a pas besoin d’être enroulé en forme de boucle ou de bobine pour produire un champ magnétique. De fait, on voit expérimentalement qu’un segment de fil rectiligne crée un champ magnétique dans la région de l’espace qui l’entoure. La grandeur du champ magnétique dû à un long fil rectiligne, valable en tout point proche du fil (par rapport à la longueur du fil), mais loin des extrémités du fil (par rapport à la distance au fil), est donnée par :

(17-2)

où

*μ*0 est une constante appelée perméabilité magnétique du vide,

*I* est l’intensité du courant dans le segment de fil, et

** est la distance entre le point en question et le long segment de fil rectiligne. L’équation donne la grandeur du champ magnétique en tout point P. Le symbole **  représente la distance entre ce point P et le fil.

Pour tout point vide de l’espace P, le champ magnétique dû à un long fil rectiligne porteur de courant est toujours perpendiculaire au fil et au segment de droite imaginaire qui va du point P au fil porteur de courant. (Ce segment de droite est lui aussi perpendiculaire au fil.)

Prenons un long fil rectiligne transportant un courant droit vers vous. Le schéma ci-dessous présente le champ magnétique aux points P1, P2 et P3.

P1

P2

P3

*I*

*B*1

*B*3

*B*2

Bien qu’en tout point de l’espace, les vecteurs de champ magnétique sont dirigés le long de lignes droites, on voit qu’à proximité d’un long segment de fil rectiligne, lorsqu’on regarde de manière perpendiculaire au fil, le champ magnétique forme des cercles. Les lignes de champ magnétique sont tangentes aux cercles, et leur direction est donnée par la règle de la main droite. On pointe le pouce dans le sens du courant, et les doigts donnent la direction de la ligne de champ magnétique.

*B*

***I***

# 18 Loi de Faraday et loi de Lenz

Vous vous souvenez du principe d’Archimède? Nous avons pu dire quelque chose de simple, de spécifique et d’utile à propos d’un phénomène compliqué. L’idée était qu’un objet immergé dans un fluide subit la pression du fluide sur chaque élément de sa surface, ce qui génère une force nette vers le haut, puisque la pression est plus élevée lorsqu’on descend en profondeur. La somme infinie, sur tous les éléments de surface de l’objet en contact avec le liquide, de la force d’une grandeur égale à la pression multipliée par l’aire et d’une direction normale pointant vers l’élément d’aire se traduit par une force ascendante que nous avons appelée la force de flottabilité, ou poussée d’Archimède. Nous avons pu prouver que la force de flottabilité est égale en grandeur au poids de la quantité de liquide qui se trouverait à l’endroit où se trouve l’objet si ce dernier n’était pas là. Nous pouvons donc obtenir une valeur pour la force de flottabilité sans même avoir à penser à l’intégration vectorielle de la force de pression qui en est la cause.

Nous sommes sur le point d’aborder un autre phénomène compliqué qui peut être caractérisé par une règle relativement simple. Je vais vous donner l’idée à l’aide de quelques processus, puis je résumerai en énonçant la règle simple.

Considérons un anneau d’or [[23]](#footnote-23) et un aimant droit dans les mains d’une personne. La personne tient l’anneau de manière à ce qu’il entoure le aimant droit. Elle tient l’aimant, extrémité nord vers le haut.

N

S

L’aimant droit crée un champ magnétique à l’intérieur de lui-même et dans la région de l’espace qui l’entoure.

**N**

**S**

Il est important de noter que les lignes de champ magnétique sont plus denses à l’intérieur de l’aimant droit.

Supposons maintenant que la personne tient l’aimant au repos dans une main et déplace l’anneau le haut. Nous allons nous concentrer sur ce qui se passe pendant que l’anneau monte. En déplaçant l’anneau vers le haut, la personne le déplace à peu près dans le sens des lignes du champ magnétique mais, et c’est en fait la partie importante, l’anneau va également « couper » certaines lignes du champ magnétique. Considérons un instant dans le temps où l’anneau est au-dessus de l’aimant et se déplace vers le haut :

**N**

S

******

Voici ce qu’on voit du dessus :

**

***B***

Il faut bien comprendre qu’aucune de ces lignes de champ magnétique ne commence à la queue de la flèche ou ne se termine à la pointe de la flèche représentée; en réalité, elles partent de l’aimant dans notre direction, forment une courbe et redescendent en s’éloignant de nous, puis forment une autre courbe pour rentrer dans le pôle sud de l’aimant, d’où elles remontent vers nous à travers l’aimant. En fait, les lignes de champ magnétique n’ont ni début ni fin; elles forment des boucles fermées. C’est une manifestation de l’inexistence de la charge magnétique. (Il n’y a pas de monopôles magnétiques).

**

***B***

**Vue du dessus**

N

S

******

Voici où je voulais en venir : le mouvement de l’anneau par rapport à l’aimant va provoquer un courant dans l’anneau. Voici comment : l’anneau est neutre, mais il regorge de particules chargées libres de se déplacer à l’intérieur de l’or. (Je vais utiliser notre modèle de porteurs de charge positive, mais vous pouvez vérifier qu’on obtient le même résultat si les porteurs de charge sont négatifs [rappelez-vous que le courant est de sens opposé au déplacement des porteurs de charge négative].) Prenez n’importe quel court segment de l’anneau et calculez la direction de la force exercée sur les porteurs de charge de ce segment avec l’équation  et la règle de la main droite. La vue du dessus ne montre que la composante horizontale des vecteurs de champ magnétique à proximité de l’anneau en mouvement, mais c’est parfait : la composante verticale, parallèle à la vitesse de l’anneau (et donc parallèle à la vitesse de la charge dans l’anneau), ne contribue pas à . Maintenant, choisissez un segment de l’anneau. Pointez vos doigts dans la direction du premier vecteur (le vecteur vitesse) de , c’est-à-dire « hors de la page ». En gardant vos doigts pointés hors de la page, tournez votre avant-bras de façon à ce que votre paume soit orientée dans la direction de  (sur votre segment), de sorte que, si vous fermiez vos doigts, ils pointeraient dans la direction de . Votre pouce relevé pointe maintenant dans la direction de la force exercée sur les porteurs de charge positive dans votre segment d’anneau. Quel que soit le segment d’anneau choisi, la force s’exerce toujours dans cette direction, ce qui tend à pousser les porteurs de charge positive autour de l’anneau, dans le sens inverse des aiguilles d’une montre! Il en résulte un courant circulant dans l’anneau, dans le sens inverse des aiguilles d’une montre (vu du dessus).

Revenons à la position initiale, avec l’anneau qui encercle l’aimant. Cette fois-ci, la personne qui tient l’anneau et l’aimant déplace l’aimant vers le bas au lieu de déplacer l’anneau vers le haut. C’est l’anneau qui est stationnaire, et l’aimant qui se déplace. J’ai dit précédemment que le champ magnétique n’exerce aucune force sur une particule chargée au repos dans un champ magnétique. Mais nous parlions alors de champs magnétiques *stationnaires*. Nous parlons maintenant du champ magnétique d’un aimant en mouvement. Puisque l’aimant produisant ce champ magnétique est en mouvement, le champ magnétique doit lui aussi être en mouvement. Va-t-il en résulter une force exercée sur les charges de l’anneau (et donc un courant dans l’anneau)? Cela nous amène à considérer le mouvement relatif. Pour nous, les deux processus (l’anneau se déplace tandis que l’aimant est immobile, et l’anneau est immobile tandis que l’aimant se déplace) sont différents. Mais c’est simplement parce que nous sommes habitués à voir les choses dans le référentiel de la Terre. Vous est-il déjà arrivé, en roulant sur l’autoroute, d’avoir l’impression que vous étiez immobile et que les lampadaires sur le bord de la route passaient à côté de vous à grande vitesse? C’est un point de vue valable. Dans le référentiel de la voiture, ce sont effectivement les lampadaires qui se déplacent, et le référentiel de la voiture est valable. Supposons que nous observions la situation *l’aimant se déplace vers le bas à travers l’anneau* à partir d’une plateforme qui descend à la même vitesse que l’aimant. Dans ce référentiel, l’aimant est au repos. Si l’aimant est à la hauteur des yeux, il restera à la hauteur des yeux pour la personne assise sur la plateforme. Mais dans le référentiel de la plateforme, l’anneau se déplace vers le haut. Ainsi, dans le référentiel de la plateforme, le nouveau processus (soit, dans le référentiel de la salle, un aimant qui se déplace vers le bas en passant dans un anneau) est identique au processus initial vu du référentiel de la pièce (un anneau, qui encercle un aimant, se déplace vers le haut). Le référentiel de la plateforme doit donc conduire au même résultat pour le nouveau processus que le processus d’origine dans le référentiel de la salle, à savoir un courant circulant dans l’anneau, dans le sens inverse des aiguilles d’une montre (vu du dessus). Le courant dans l’anneau ne dépend pas du référentiel à partir duquel on observe l’anneau. On peut donc conclure que le déplacement de l’aimant vers le bas à travers l’anneau stationnaire à la vitesse **  produit le même courant que le déplacement de l’anneau vers le haut à la même vitesse **  par rapport à l’aimant stationnaire.

Lorsque la personne qui tient l’aimant et l’anneau déplace l’anneau vers le haut, il y a un courant dans l’anneau. Nous avons maintenant établi que si, au lieu de déplacer l’anneau, elle déplace l’aimant vers le bas à la même vitesse, elle obtiendra le même courant dans l’anneau. En se basant sur la cause de ce courant, soit la force sur les particules chargées dans l’anneau, on peut supposer que le courant dépendra de la vitesse de l’anneau par rapport à l’aimant, de l’intensité du champ magnétique et de l’orientation du vecteur de vitesse par rapport au vecteur de champ magnétique, entre autres facteurs. Vous avez peut-être même supposé que le courant dépend aussi de la résistance de l’anneau.

Ce phénomène a été expliqué d’une manière très intéressante par Michael Faraday. Je vais expliquer son idée en reprenant l’exemple que nous avons utilisé.

Regardons à nouveau les schémas de cet anneau en mouvement par rapport à l’aimant.

**Vue du dessus**

**

***B***

******

S

N

On peut décrire ce qui se passe en disant que l’anneau « coupe » les lignes de champ magnétique (ou, de manière équivalente, en disant que les lignes de champ magnétique « coupe » l’anneau). Ce que Faraday a observé, en termes conceptuels, c’est que lorsque l’anneau coupe les lignes de champ magnétique (ou inversement, selon le point de vue), le nombre de lignes de champ magnétique encerclées par la boucle change. Dans les schémas ci-dessus, chaque fois que l’anneau « coupe » une nouvelle ligne de champ, il y a une ligne de champ de moins entourée par la boucle diminue de moins. Le taux auquel l’anneau « coupe » les lignes de champ magnétique (ou les lignes de champ magnétique coupent l’anneau) est déterminé par les mêmes éléments que ceux qui déterminent la force exercée sur les particules chargées composant l’anneau (vitesse relative entre l’anneau et le champ magnétique, intensité du champ magnétique, orientation de la vitesse de l’anneau par rapport au champ magnétique), de sorte que plus l’anneau « coupe » les lignes de champ magnétique (ou les lignes de champ magnétique coupent l’anneau) rapidement, plus la force exercée sur les particules chargées est importante, ce qui entraîne un courant plus intense. Faraday a exprimé cela d’une manière plus facile à analyser. Il a dit que le courant est déterminé par le taux de variation du nombre de lignes de champ magnétique entourées par la boucle. En fait, Faraday a pu écrire cette découverte sous forme d’équation. Avant de vous la montrer, je me dois de préciser ce que j’entends par « nombre de lignes de champ magnétique ».

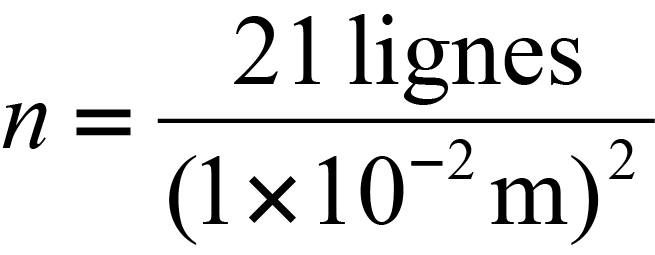
Je vais appeler l’énoncé que je viens d’attribuer à Faraday, la « forme conceptuelle de la loi de Faraday ». En d’autres termes, la *loi de Faraday*, sous sa forme conceptuelle, est la suivante : *La variation du nombre de lignes de champ magnétique à travers une boucle ou une bobine fermée provoque un courant dans cette boucle ou cette bobine, et plus la variation est rapide, plus le courant est important.*

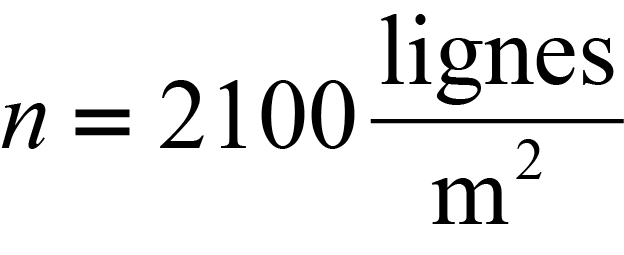
Notre concept de lignes de champ est essentiellement une représentation schématique utilisée pour donner des informations sur la direction et l’intensité relative d’un champ. Il nous a servi pour le champ électrique et le champ magnétique. Ce que je vais dire propos à du nombre de lignes de champ peut s’appliquer aux deux champs, mais comme nous nous intéressons actuellement au champ magnétique, j’en parlerai en termes de champ magnétique uniquement. Intuitivement, le nombre de lignes de champ encerclées par une boucle dépend de la densité des lignes de champ, de la taille de la boucle et de l’orientation de la boucle par rapport aux lignes de champ. (Naturellement, si la boucle est parallèle aux lignes de champ, elle n’en encerclera aucune.) De manière schématique, la densité des lignes de champ représente l’intensité du champ magnétique. Plus les lignes de champ sont denses, plus la valeur de *B* est élevée. Imaginez que quelqu’un ait réalisé un magnifique schéma tridimensionnel du champ magnétique. Si vous observez les lignes de champ de face, c’est-à-dire de manière à ce que les lignes de champ magnétique soient dirigées vers vous, et que vous représentez une coupe transversale de ce que vous voyez dans un schéma bidimensionnel, vous obtiendrez quelque chose comme ceci :

Ce schéma représente la grandeur de la composante du champ magnétique qui est dirigée droit vers vous.

Supposons que l’échelle du schéma soit donnée par (1 μT⋅m2) *n*, où *n* est la densité de lignes de champ magnétique, le nombre de lignes de champ magnétique par unité de surface, le vecteur d’aire étant dirigé droit vers vous. Utilisons un carré d’un centimètre de côté pour échantillonner le champ à une position proche du centre.

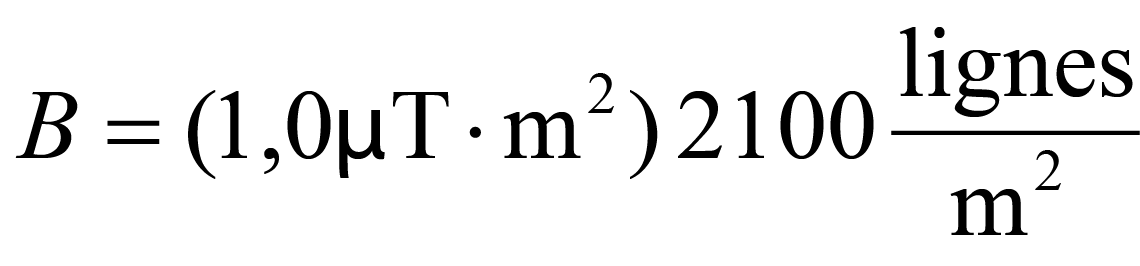
Je compte 19 lignes de champ qui apparaissent clairement dans le centimètre carré. Il y en a quatre qui l’effleurent; je vais les compter à moitié. Il y a donc environ 21 lignes de champ dans un centimètre carré. Donc, dans cette région,



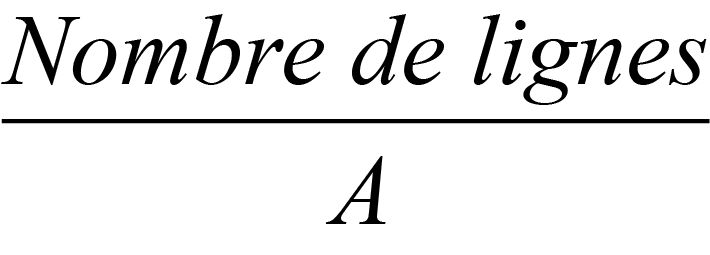


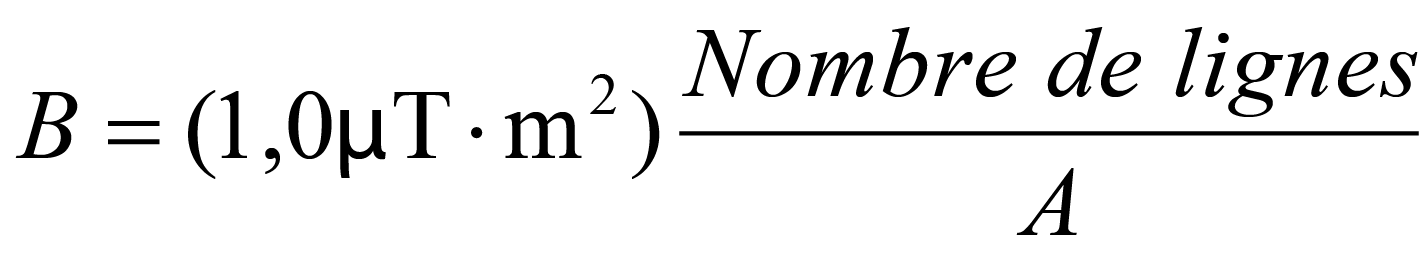
En utilisant le facteur d’échelle donné,

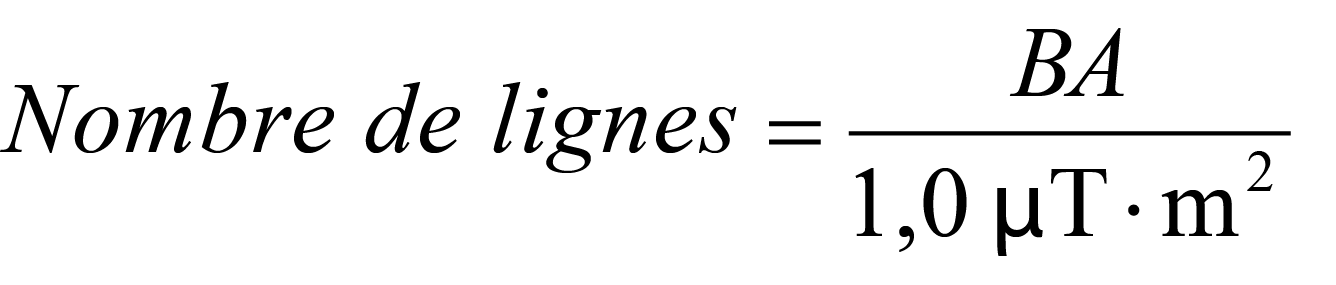






Pour mieux comprendre ce que représente le nombre de lignes, remplaçons *n* par  et isolons le nombre de lignes dans .





Ainsi, le nombre de lignes qui passent par une boucle encerclant une région plane d’aire *A* est proportionnel à *BA*, avec une constante de proportionnalité, soit la réciproque de notre facteur d’échelle pour le schéma de champ. Le produit *BA* n’est vraiment valable que si les lignes de champ magnétique « frappent de plein fouet » la surface encerclée par la boucle et que le champ magnétique est uniforme sur toute la surface. On peut résoudre le problème de l’orientation de la boucle en remplaçant *BA* par , où , le vecteur aire, est un vecteur dont la grandeur est l’aire de la surface délimitée par la boucle et dont la direction est perpendiculaire au plan de la boucle. Le vecteur d’aire peut avoir deux sens, l’un opposé à l’autre. En pratique, on choisit arbitrairement l’un des deux sens, mais ce choix définit le sens positif du courant dans la boucle. Le sens positif du courant est celui pour lequel la direction du courant et la direction du vecteur aire sont conformes à la règle de la main droite. Si le champ magnétique n’est pas uniforme dans la région délimitée par la boucle, on découpe cette région plane en un nombre infini d’éléments d’aire infinitésimaux dA, on calcule  pour chaque élément d’aire et on additionne les résultats. Le résultat final est l’intégrale . Vous n’avez pas à justifier l’utilisation des algorithmes de calcul pour analyser cette intégrale, mais vous devez savoir ce que signifie. Essentiellement, on subdivise la surface délimitée par la boucle en un nombre infini d’éléments d’aire infinitésimaux, puis, pour chaque élément d’aire, on calcule le produit scalaire entre le vecteur d’aire et le vecteur de champ magnétique à ce point. L’intégrale représente la somme de tous ces produits scalaires. Vous devez également savoir que, dans le *cas particulier* d’un champ magnétique qui est *constant à la fois en grandeur et en orientation* sur l’ensemble de la surface délimitée par la boucle, est simplement .

En remplaçant la réciproque du facteur d’échelle du schéma de champ par une constante générique, on obtient :



*Nombre de lignes* = (*constante*)

pour le nombre de lignes de champ encerclées par la boucle ou la bobine. Cette quantité, , est le *flux magnétique* à travers la surface délimitée par la boucle. Notez que le flux est directement proportionnel au nombre de lignes de champ magnétique traversant la boucle.

Le symbole du flux magnétique est *Φ*B (la lettre grecque phi majuscule).



Cette équation montre que l’unité de flux magnétique est le . Cette unité dérivée porte le nom de Weber (symbole : Wb).



La loi de Faraday, selon laquelle le courant induit dans une boucle ou une bobine est proportionnel au taux de variation du nombre de lignes de champ magnétique entourées par la boucle ou la bobine, peut s’écrire en termes de flux comme suit :



où :

*N* est le nombre d’enroulements (spires) composant la bobine de fil fermée. *N* = 1 pour une boucle simple.

*R* est la résistance de la boucle ou de la bobine.

 est le taux de variation du flux à travers la boucle.

Souvent, pour montrer qu’on dérive une fonction par rapport au *temps*, on ajoute un point au-dessus de la fonction. Autrement dit,



En utilisant cette notation, l’expression pour le courant dans la loi d’induction de Faraday devient :



La loi de Faraday est généralement exprimée en termes de force électromotrice plutôt qu’en termes de courant. Je vais aborder un exemple pour développer l’idée, mais le résultat se veut général. Prenons une bobine de fil composée d’un *conducteur idéal* en série avec une résistance. Pour que la boucle soit fermée, la résistance doit être considérée comme faisant partie de la boucle (et donc comme la résistance *de* la boucle), mais il y a un nombre négligeable de lignes de champ magnétique qui traversent la résistance elle-même. Supposons qu’il y ait un flux magnétique croissant, dirigé vers le haut, à travers la bobine.

*B* croissant

*R*

Selon la loi d’induction de Faraday, il y aura un courant  induit dans la bobine. La charge circulera autour de la bobine, sortira par le haut de la bobine et descendra à travers la résistance.

*B* croissant

*R*

*R*

*I*

*B* croissant

*I*

Mais pour qu’une résistance soit traversée par un courant, il doit y avoir une différence de potentiel *V*= *I R*  entre ses bornes.

**+**

*V*

**−**

Sachant que dans le cas présent, le *I* dans *V*= *I R* est le  résultant de la variation du flux magnétique à travers la bobine, on a :



que l’on peut réécrire comme suit :



Lorsqu’il y a une tension aux bornes d’une résistance, il y a un champ électrique dans la résistance. Qu’est-ce qui crée ce champ électrique? C’est le changement de flux à travers la bobine. Plus précisément, ce sont les lignes de champ magnétique qui « coupent » la bobine, comme elles doivent le faire pour provoquer un changement dans le nombre de lignes de champ à travers la bobine. Les lignes de champ qui traversent la bobine exercent une force sur les porteurs de charge dans la bobine. Dans notre modèle de porteurs de charge positive, cela a pour effet de faire monter les porteurs de charge positive de la bobine vers le haut de la résistance, ce qui crée un déficit de charges positives au bas de la résistance. Il suffit d’une quantité minuscule de charge pour provoquer un champ électrique important dans la résistance. Le système finir par atteindre un équilibre dynamique dans lequel la force du champ magnétique variable exercée sur les particules chargées devient incapable de pousser plus de charge vers la borne supérieure de la résistance que ce qui est forcé à travers la résistance par le champ électrique dans la résistance. Le champ magnétique variable ne peut pas pousser plus de charge vers la borne supérieure en raison de la répulsion de la charge qui s’y trouve déjà. La force du champ magnétique variable dans la bobine maintient la différence de potentiel aux bornes de la résistance en dépit du fait que les porteurs de charge continuent à « tomber » à travers la résistance. Cela devrait vous rappeler quelque chose. C’est exactement ce que fait une source de FEM : elle maintient une différence de potentiel constante entre deux conducteurs (les bornes de la résistance, dans le cas présent). La bobine traversée par un flux variable agit comme une source de FEM. On dit que le flux variable induit une FEM dans la bobine – c’est ce qu’on appelle la loi d’induction de Faraday. Mathématiquement, on écrit :



où :

 est la FEM induite dans la boucle,

*N* est le nombre d’enroulements (spires) composant la bobine de fil,

 est le taux de variation du flux à travers la boucle.

*Loi de Lenz*

La loi d’induction de Faraday tient compte de la direction du courant. On établit arbitrairement la direction du vecteur surface de la boucle, ce qui, avec la règle de la main droite, détermine la direction positive du courant. Ensuite, le signe du résultat de  détermine si le courant est réellement dans cette direction (« + ») ou dans la direction opposée (« − »). Mais c’est difficile de s’y retrouver. Je conseille donc d’utiliser la loi de Faraday sous la forme



pour obtenir la grandeur du courant, et d’utiliser la loi de Lenz pour obtenir la direction.

Le courant induit dans la boucle ou la bobine, sous l’effet de la variation du flux magnétique à travers la boucle ou la bobine, produit son propre champ magnétique. J’appelle ce champ magnétique *B*PIN, soit « le champ magnétique produit par le courant induit ». Aux points situés à l’intérieur de la boucle ou de la bobine, *B*PIN est lié au courant induit lui-même par la règle de la main droite. La loi de Lenz dit que *B*PIN est dans le sens qui tend à maintenir constant le nombre de lignes de champ magnétique.

Prenons l’exemple d’une boucle horizontale.

Supposons qu’il y ait des lignes de champ magnétique dirigées *vers le haut* à travers la boucle et que leur nombre *augmente*. Selon la loi de Faraday, la variation du nombre de lignes de champ à travers la boucle induit un courant dans la boucle. Selon la loi d’Ampère, le courant dans la boucle produira un champ magnétique (BPIN). Selon la loi de Lenz, BPIN pointera vers le bas, pour annuler les nouvelles lignes de champ magnétique pointant vers le haut. Il s’agit d’une tentative futile de maintenir constant le nombre de lignes de champ magnétique dirigées vers le haut passant à travers la boucle. Selon la règle de la main droite, pour produire une ligne de champ magnétique pointant vers le bas à l’intérieur de la boucle, le courant induit doit être orienté *dans le sens des aiguilles d’une montre*, autour de la boucle, vue du dessus.

Supposons qu’il y ait des lignes de champ magnétique dirigées *vers le haut* à travers la boucle et que leur nombre *diminue*. Selon la loi de Faraday, la variation du nombre de lignes de champ à travers la boucle induit un courant dans la boucle. Selon la loi d’Ampère, le courant dans la boucle produira un champ magnétique (BPIN). Selon la loi de Lenz, BPIN pointera vers le haut, pour annuler la disparition des lignes de champ magnétique vers le haut. Il s’agit d’une tentative futile de maintenir constant le nombre de lignes de champ magnétique dirigées vers le haut à travers la boucle. Selon la règle de la main droite, pour produire une ligne de champ magnétique pointant vers le haut à l’intérieur de la boucle, le courant induit doit être orienté *dans le sens contraire des aiguilles d’une montre*, autour de la boucle, vue du dessus.

# 19 Induction, transformateurs et générateurs

Dans ce chapitre, nous présentons des exemples choisis pour vous aider à encore mieux comprendre la loi d’induction de Faraday et la loi de Lenz. Le dernier exemple est celui du générateur, l’appareil utilisé dans les centrales électriques du monde entier pour convertir l’énergie mécanique en énergie électrique.

*Exemple 19-1*

Un fil droit transporte un courant vers le nord. À l’est du fil rectiligne, à la même hauteur, il y a une boucle de fil horizontale. Le courant dans le fil rectiligne augmente. Dans quel sens le courant induit dans la boucle par le champ magnétique changeant du fil rectiligne circule-t-il dans la boucle?

*Solution*

Je vais représenter la situation donnée sous plusieurs perspectives différentes, juste pour vous aider à visualiser ce genre de problème. Vue du dessus et du sud-est (j’ai ajouté les lignes du champ magnétique, qui sont, naturellement, invisibles) :

Nord

Haut

## I croissant

Est

B croissant

J’ai dessiné une feuille de papier dans le schéma pour vous aider à visualiser les choses.

Voici une vue de la même configuration depuis le sud, en regardant vers le nord :

Haut

Est

***B* croissant**

Ouest

Boucle vue de côté

***I* croissant**

Bas

Les deux schémas montrent clairement une augmentation du nombre de lignes de champ magnétique orientées vers le bas à travers la boucle. Il est important de garder à l’esprit qu’un schéma de champ est une manière schématique de transmettre des informations sur un ensemble infini de vecteurs. *En réalité, aucun vecteur n’est courbe.* Un vecteur est toujours dirigé le long d’une ligne droite. Le vecteur de champ magnétique est tangent aux lignes de champ magnétique caractérisant ce vecteur. Dans la boucle, tous les vecteurs de champ magnétique décrits dans le schéma ci-dessus sont orientés vers le bas. Si on peut dire qu’il y a une augmentation du nombre de lignes de champ magnétique dirigées vers le bas à travers la boucle, il ne faut pas oublier que les lignes de champ caractérisent des *vecteurs*.

Pour répondre à la question « Quelle est la direction du courant induit dans une boucle horizontale située à l’est d’un fil rectiligne transportant un courant croissant orienté vers le nord? », je ne dessinerais aucun des deux schémas ci-dessus. Le premier est bien trop long à dessiner; dans le second, il n’y a pas de façon claire de montrer le sens du courant dans la boucle. La vue du dessus est la plus pratique :

***B* croissant**

*I* croissant

NORD

SUD

EST

OUEST

***B* croissant**

*I* croissant

NORD

SUD

EST

OUEST

Dans cette vue (où « vers le bas » correspond à « entrant dans la page »), on voit clairement que le nombre de lignes de champ magnétique dirigées vers le bas à travers la boucle (plus précisément, à travers la région délimitée par la boucle) augmente. Comme il tente futilement de maintenir constant le nombre de lignes de champ magnétique dirigées vers le bas à travers la boucle,  doit être dirigé *vers le haut* afin d’annuler les nouvelles lignes de champ magnétique dirigées vers le bas. (Rappelons la séquence : la variation du nombre de lignes de champ magnétique *induit* [selon la loi de Faraday] un courant dans la boucle. Ce courant *produit* (selon le théorème d’Ampère) son propre champ magnétique []. La loi de Lenz établit un lien entre *ce champ* [] et la *variation initiale* [augmentation du nombre de lignes de champ magnétique traversant la boucle vers le bas].)

NORD

***I* croissant**

OUEST

EST

SUD

***B* croissant**

***B*PIN**

Intéressant! On connaît la direction du champ magnétique produit par le courant induit avant même de connaître la direction du courant induit lui-même. Quelle doit être la direction du courant induit pour produire un champ magnétique dirigé vers le haut ()? Selon la règle de la main droite, vu du dessus, le courant doit être orienté dans le sens inverse des aiguilles d’une montre.

NORD

***B*PIN**

OUEST

EST

SUD

***I* croissant**

***B* croissant**

***I***

Et voilà! C’est la réponse à la question. Nous en avons terminé avec cet exemple. En voici un autre :

*Exemple 19-2*

Une personne déplace un aimant droit, pôle nord vers le haut, sous une bobine de fil, comme illustré ci-dessous. Quel est le sens du courant dans la résistance?

HAUT

N

*R*

**

S

BAS

Le champ magnétique de l’aimant droit s’étend vers le haut à travers la bobine.

HAUT

*R*

N

**

S

BAS

Lorsque l’aimant s’éloigne de la bobine, il emporte son champ magnétique avec lui. Ainsi, le nombre de lignes de champ magnétique orientées vers le haut à travers la bobine diminue. Selon la loi de Faraday, cela induit un courant dans la bobine. Selon le théorème d’Ampère, le courant produit un champ magnétique, . Selon la loi de Lenz,  est orienté vers le haut, pour compenser la diminution des lignes de champ magnétique orientées vers le haut à travers la bobine.

*R*

N

S

**

HAUT

BPIN

Quelle est la direction du courant produisant ? La règle de la main droite nous le dira.

Pointez le pouce de votre main droite en direction de . Vos doigts seront alors

enroulés dans le sens du courant (vus du dessus, dans le sens inverse des aiguilles d’une montre).

HAUT

BPIN

***I***

N

*R*

**

S

En raison de la façon dont la bobine est enroulée, ce courant sort du sommet de la bobine et circule *vers le bas* à travers la résistance.

HAUT

***I***

BPIN

***I***

***I***

*R*

N

**

S

BAS

C’est la réponse à la question posée dans l’exemple. (Quelle est la direction du courant dans la résistance?)

*Exemple 19-3 Transformateur*

Lorsqu’on place deux bobines de fil l’une près de l’autre et qu’on crée un champ magnétique en utilisant une source de FEM pour produire un courant dans une bobine, ce champ magnétique s’étend à travers la région encerclée par l’autre bobine. Ce dispositif, c’est ce qu’on appelle un *transformateur*. Appelons la bobine dans laquelle circule le courant original la bobine primaire, et l’autre, la bobine secondaire.

HAUT

*I*

Primaire

**

*R*

*R*

**

Secondaire

Si le courant dans la bobine primaire varie, le champ magnétique de la bobine varie aussi. Ainsi, le flux magnétique traversant la bobine secondaire varie, et en vertu de la loi d’induction de Faraday, un courant est induit dans la bobine secondaire. Pour faire varier le courant dans la bobine primaire, on peut placer un interrupteur dans le circuit primaire (le circuit auquel la bobine primaire est reliée), puis l’ouvrir et le fermer à répétition.

HAUT

Primaire

Secondaire

**

Bon, assez de préambule, voici la question : quelle est la direction du courant transitoire[[24]](#footnote-24) induit dans le circuit ci-dessus lorsqu’on ferme l’interrupteur?

Solution de l’*Exemple 19-3* :

HAUT

**

Secondaire

*R*

**

Primaire

Lorsqu’on ferme l’interrupteur, le courant dans le circuit primaire augmente très rapidement jusqu’à **/**. Bien que le temps nécessaire pour que le courant atteigne **/**   soit très court, pendant cet intervalle de temps, le courant varie. C’est donc sur cet intervalle de temps que nous devons concentrer notre attention pour répondre à la question du sens du courant transitoire dans la résistance *R* du circuit secondaire. Le courant dans le circuit primaire crée un champ magnétique. Comme le courant augmente, le vecteur de champ magnétique en chaque point de l’espace augmente en grandeur.

HAUT

*R*

**

*I* (passant rapidement de *0* à **/**  lorsqu’on ferme l’interrupteur)

Secondaire

**

*B* (augmentant brièvement lorsqu’on ferme l’interrupteur)

L’augmentation du champ magnétique crée des lignes de champ magnétique orientées vers le haut dans la région délimitée par la bobine secondaire. Il n’y avait pas de lignes de champ magnétique à travers la bobine avant qu’on ferme l’interrupteur. Il est donc clair que le nombre de lignes de champ magnétique orientées vers le haut dans la bobine secondaire augmente. Selon la loi de Faraday, cela induit un courant dans la bobine. Selon le théorème d’Ampère, le courant induit dans la bobine secondaire produit son propre champ magnétique, que j’appelle , pour « champ magnétique **p**roduit par le courant **in**duit ». Selon la loi de Lenz,  doit être orienté vers le bas pour annuler certaines des lignes de champ magnétique orientées vers le haut nouvellement apparues à travers la bobine secondaire. (J’espère qu’il est clair que ce que j’appelle les lignes de champ magnétique *à travers* la bobine secondaire sont les lignes de champ magnétique traversant la région délimitée par la bobine secondaire.)

HAUT

*I* croissant

Secondaire

**

*R*

**

BPIN

*B* croissant

Bon. La question est maintenant de savoir dans quel sens le courant doit circuler dans la bobine pour créer ce champ magnétique  dirigé vers le bas. Comme d’habitude, la règle de la main droite nous donne la réponse. On pointe le pouce de la main droite dans la direction de , et les doigts s’enroulent « dans le sens des aiguilles d’une montre vue du dessus ».

HAUT

*I* croissant

*I*S

*I*S

Secondaire

*I*S

*R*

**

*I*S

*I*S

*I*S

**

BPIN

*B* croissant

En raison de la façon dont la bobine secondaire est enroulée, ce courant sort du sommet de la bobine et descend à travers la résistance *R*. Voilà! C’est ce qu’on nous demandait.

*Générateur électrique*

Soit un aimant en rotation à proximité d’une bobine de fil, comme dans le schéma ci-dessous.

HAUT

Du fait de la rotation de l’aimant, le nombre et la direction des lignes de champ magnétique qui traversent la bobine changent continuellement. Cela induit un courant dans la bobine, courant qui change également. Regardons ce qui se passe si l’aimant tourne dans le sens des aiguilles d’une montre (de notre point de vue). Lorsque l’aimant est dans la position suivante,

HAUT

**BPIN**

*I*

*I*

au fur et à mesure qu’il tourne, le nombre de lignes de champ magnétique dirigées *vers le bas* à travers la bobine diminue. Conformément à la loi de Faraday, cela induit un courant dans la bobine qui, conformément au théorème d’Ampère, produit son propre champ magnétique. Selon la loi de Lenz, le champ () produit par le courant induit doit pointer vers le bas pour compenser la perte des lignes de champ magnétique dirigées vers le bas à travers la bobine. Pour que  pointe vers le bas, le courant induit, vu du dessus, doit être orienté dans le sens des aiguilles d’une montre. D’après la façon dont le fil est enroulé et dont la bobine est connectée dans le circuit, un courant qui circule dans la bobine dans le sens des aiguilles d’une montre (vu du dessus), sort de la bobine par son sommet et descend à travers la résistance.

Les schémas suivants présentent l’aimant à diverses autres positions. N’oubliez pas qu’il y a quelqu’un ou quelque chose qui fait tourner l’aimant par des moyens mécaniques. Vous pouvez supposer, par exemple, qu’une personne fait tourner l’aimant avec sa main. Lorsque l’aimant tourne, le nombre de lignes de champ magnétique change d’une manière spécifique pour chacune des orientations représentées. Le lecteur est invité à appliquer la loi de Lenz et la règle de la main droite afin de vérifier que le courant (induit par l’aimant en rotation) à travers la résistance est bien dans la direction illustrée :

**BPIN**

*I*

*I*

HAUT

HAUT

**BPIN**

*I*

*I*

HAUT

*I*

*I*

**BPIN**

Quand l’aimant tourne dans le sens des aiguilles d’une montre, il finit par revenir à sa position de départ… et le processus recommence.

Pour récapituler et en extrapolant, le courant à travers la résistance dans la série de schémas ci-dessus est orienté comme suit :

bas, bas, *haut, haut*, bas, bas, *haut, haut*…

Pendant la moitié de chaque rotation, le courant pointe vers le bas, et pendant l’autre moitié, vers le haut. Pour quantifier ce comportement, il faut se concentrer sur la FEM induite dans la bobine :

HAUT

+

*I*

**

*I*

−

**BPIN**

La FEM dans la bobine varie de façon sinusoïdale en fonction du temps :

(19-1)

où :

*ε*  qui désigne la FEM, est la différence de potentiel électrique variable dans le temps entre les bornes d’une bobine à proximité d’un aimant qui tourne par rapport à la bobine, comme dans les schémas ci-dessus. Cette différence de potentiel est créée par la variation du flux magnétique qui traverse la bobine, et elle varie en fonction de celui-ci.

*ε* MAX est la valeur maximale de la FEM de la bobine.

** est la fréquence des oscillations de la FEM de la bobine. Elle est exactement égale à la vitesse de rotation de l’aimant exprimée en rotations par seconde, une unité équivalente au hertz.

** [V]

** MAX

t [s]

0

−** MAX

L’appareil dont nous avons parlé (bobine plus aimant en rotation) s’appelle un générateur ou, plus précisément, un *générateur électrique*. Un générateur est une source de FEM créant une différence de potentiel entre ses bornes qui varie de façon sinusoïdale dans le temps. Dans les schémas de circuits, les sources de FEM variant dans le temps sont représentées par le symbole :

Faire tourner l’aimant demande du travail. Le champ magnétique créé par le courant induit dans la bobine exerce un moment de force sur l’aimant qui tend à le ralentir. Ainsi, pour maintenir l’aimant en rotation, il faut continuellement exercer un moment de force dans le sens de la rotation. Le générateur est la pièce maîtresse de toute centrale électrique. *Il convertit l’énergie mécanique en énergie électrique.* Le type de centrale varie selon ce que l’entreprise d’électricité utilise pour faire tourner l’aimant. Si c’est de l’eau en mouvement, on parle de centrale hydroélectrique. Si c’est une turbine à vapeur, on précise la méthode utilisée pour produire la vapeur. Par exemple, si on brûle du charbon, on parle d’une centrale au charbon. Si on utilise un réacteur nucléaire, on parle d’une centrale nucléaire.

Soit un « appareil qui crée une différence de potentiel entre ses bornes qui varie de façon sinusoïdale avec le temps » dans un circuit simple :

R

Dans ce circuit simple, la source de la FEM variable dans le temps crée une différence de potentiel aux bornes de la résistance, égale en tout temps à la tension aux bornes de la source FEM variable dans le temps. Il en résulte un courant dans la résistance. L’intensité du courant est donnée par , notre équation définissant la résistance, dans laquelle nous avons isolé *I*. Comme le signe de la différence de potentiel aux bornes de la résistance alterne continuellement, le sens du courant dans la résistance alterne lui aussi continuellement. Un tel courant est appelé *courant alternatif* (CA). Il est devenu traditionnel d’utiliser l’abréviation CA pour désigner un courant alternatif. (Lorsqu’il faut le distinguer du CA, on appelle *courant continu* (CC) le courant « unidirectionnel » que produit, par exemple, une batterie dans un circuit.)

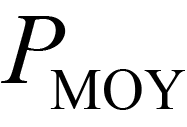
Un appareil qui crée un courant dans une résistance, que ce courant soit alternatif ou non, fournit de l’énergie à la résistance à un taux appelé la puissance. La puissance fournie à une résistance est donnée par la formule *P = IV*, où *I* est l’intensité du courant aux bornes de la résistance, et V, la tension aux bornes de la résistance. En utilisant l’équation de définition de la résistance, *V*=*I R*, la puissance peut être exprimée sous la forme *P*=*I*2*R*. Un « appareil qui crée une différence de potentiel entre ses bornes qui varie de façon sinusoïdale dans le temps », ce que j’ai appelé une « source de FEM variable dans le temps », est généralement appelé une *source d’alimentation en courant alternatif*. Une source d’alimentation CA est généralement désignée en termes de sa fréquence d’oscillation et de la tension qu’une source d’alimentation CC (une source ordinaire de FEM) devrait maintenir à ses bornes pour produire la même puissance moyenne dans une résistance connectée aux bornes de la source d’alimentation CA. Cette tension est généralement désignée par la variable *ε* MQ ou *V*MQ; cet indice vous sera expliqué sous peu.

La puissance d’une source de FEM ordinaire étant constante, sa puissance moyenne est simplement sa puissance.

Voici le circuit fictif

*R*

**MQ

qui produirait la même puissance de résistance que la source CA en question. La puissance moyenne (qui est simplement la *puissance* dans le cas d’un circuit CC) est donnée par = *I*RMS, qui, grâce à notre équation de définition de la résistance *I*=*V*/*R* (où la tension aux bornes de la résistance est, par inspection, *ε* MQ) peut s’écrire . Jusqu’à présent, tout ça, c’est du réchauffé avec un nom inexpliqué pour la tension de la FEM. Voyons maintenant le circuit CA :

R

La puissance est . La valeur moyenne du carré de la fonction sinus est . La puissance moyenne est donc . En combinant ce résultat avec l’expression , on obtient :

(19-2)

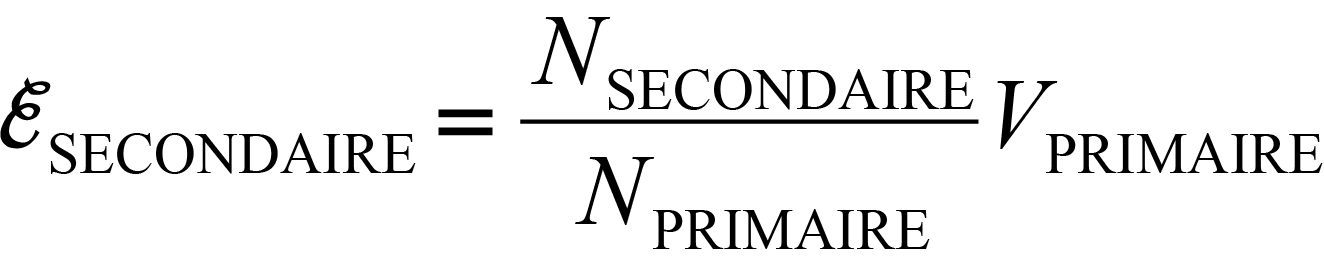
Nous sommes maintenant en mesure d’expliquer pourquoi nous avons appelé la FEM équivalente . Dans l’expression , on peut considérer que est la valeur moyenne du carré de notre FEM variable dans le temps . est donc

la valeur *moyenne* de . À droite de l’équation de FEM équivalente, , il y a la racine carrée de , c’est-à-dire la *racine carrée* de la *moyenne*

du *carré,* ou la *moyenne quadratique,* de la FEM **. L’indice « MQ » signifie en effet « moyenne quadratique ». Les valeurs moyennes quadratiques, ou valeurs efficaces, sont pratiques pour les circuits composés de résistances et de sources d’alimentation CA, car on peut analyser ces circuits à l’aide des valeurs efficaces de la même manière que l’on analyse les circuits CC.

*Autres informations utiles sur le transformateur*

Lorsque la bobine primaire d’un transformateur est alimentée par une source de courant alternatif, elle crée un champ magnétique qui varie de façon sinusoïdale de manière à induire dans la bobine secondaire une FEM sinusoïdale de même fréquence que la source. La valeur efficace de la FEM induite dans la bobine secondaire est directement proportionnelle à la valeur efficace de la différence de potentiel sinusoïdale imposée aux bornes de la bobine primaire. La constante de proportionnalité est le rapport entre le nombre de spires de la bobine secondaire et le nombre de spires de la bobine primaire.

 (19-3)

*R*

**SECONDAIRE

+

−

*V*PRIMAIRE

+

−

*N*PRIMAIRE

*N*SECONDAIRE

Lorsque le nombre de spires de la bobine secondaire est *supérieur* au nombre d’enroulements de la bobine primaire, on dit que le transformateur est un *transformateur élévateur*; la tension secondaire est supérieure à la tension primaire. Lorsque le nombre de spires de la bobine secondaire est *inférieur* au nombre d’enroulements de la bobine primaire, on dit que le transformateur est un *transformateur abaisseur*; la tension secondaire est inférieure à la tension primaire.

*La puissance électrique dans une maison*

Lorsque vous branchez votre grille-pain sur une prise murale, vous mettez les broches de la fiche en contact avec deux conducteurs entre lesquels il existe une différence de potentiel variable dans le temps. Cette différence de potentiel vaut 115 V, à 60 Hz, soit la fréquence des oscillations de la différence de potentiel résultant d’un aimant effectuant 60 rotations par seconde à la centrale électrique. Un transformateur élévateur est utilisé à proximité de la centrale électrique pour élever la tension de sortie de la centrale. Des lignes de transport d’électricité à très haute tension forment un chemin conducteur vers un transformateur situé près de votre maison, où la tension est abaissée. De là, des lignes électriques à basse tension conduisent l’électricité jusqu’aux fils de votre maison. La valeur efficace de la différence de potentiel entre les deux conducteurs dans chaque paire de fentes de vos prises murales est de 115 V. Puisque , on a , donc , soit . Ainsi,

ce qui peut être écrit sous la forme

# 20 Loi de Faraday et équation de Maxwell-Ampère

Soit une particule chargée qui se déplace à proximité d’un aimant droit en mouvement, comme dans le schéma suivant :

** p

B

**N**

**S**

Lorsqu’on observe la situation depuis le référentiel l’aimant, on voit (comme dans le schéma ci-dessus) une particule chargée se déplaçant dans un champ magnétique stationnaire. Nous avons déjà vu qu’un champ magnétique exerce une force sur une particule chargée se déplaçant dans ce champ magnétique. Examinons maintenant le même phénomène du point de vue de la particule chargée :

**

B

**S**

**N**

(où ).

Il est certain que la force exercée sur la particule chargée par le champ magnétique de l’aimant ne changera pas parce qu’on examine la situation depuis un autre référentiel. En fait, nous avons déjà abordé cette question. Nous avons en effet vu que c’est le mouvement relatif entre l’aimant et la particule chargée qui importe. Que la particule chargée se déplace à travers les lignes du champ magnétique ou que les lignes du champ magnétique, en raison de leur mouvement, se déplacent latéralement à travers la particule, cette dernière subit une force. *Voici maintenant un nouveau point de vue sur cette situation :* Là où je veux en venir, c’est que le champ magnétique en mouvement n’exerce pas vraiment une force sur la particule chargée stationnaire; en réalité, en se déplaçant latéralement à travers le point où se trouve la particule, le champ magnétique crée un champ électrique à cet endroit, et c’est le champ électrique qui exerce la force sur la particule chargée. De ce point de vue, il y a, à l’emplacement de la particule chargée stationnaire, un champ électrique qui exerce une force sur la particule et un champ magnétique qui n’exerce aucune force sur la particule. À ce stade, il pourrait sembler nécessaire de désigner le champ magnétique comme une sorte de champ magnétique spécial qui n’exerce pas de force sur une particule chargée malgré la vitesse relative entre la particule chargée et le champ magnétique. Au lieu de cela, on dit que le champ magnétique est au repos par rapport à la particule chargée.

Ainsi, dans le référentiel où l’aimant est au repos :

** p

B

**N**

**S**

la particule subit une force  sortant de la page, en raison de son mouvement dans le champ magnétique.

Et, dans le référentiel où la particule chargée est au repos :

**

B

**S**

**N**

la particule se trouve dans un champ magnétique stationnaire, mais elle subit la même force  parce qu’elle se trouve également dans un champ électrique sortant de la page.

Il y a donc de deux modèles pour expliquer la force exercée sur la particule chargée stationnaire dans le scénario suivant :

**

B

**S**

**N**

Dans le modèle 1, on dit simplement que ce qui importe pour la force de Lorentz , c’est la vitesse relative entre la particule et le champ magnétique, et que pour calculer la force, il faut dire que la vitesse de la particule par rapport au champ magnétique a la grandeur ** p = ** et pointe vers la droite dans le schéma ci-dessus. Par conséquent, (où *q* est la charge de la particule). Dans le modèle 2, on dit que le mouvement apparent du champ magnétique « crée » un champ électrique et un champ magnétique stationnaire, de sorte que la particule subit une force .

Bien entendu, ces deux modèles distincts caractérisent la même force. Pour qu’ils donnent le même résultat, il faut que :

(20-1)

où :

 est le champ électrique en un point vide de l’espace créé par le mouvement de ce point par rapport à un vecteur de champ magnétique existant en ce point de l’espace,

est la vitesse du point vide dans l’espace par rapport au vecteur de champ magnétique, et

 est le vecteur de champ magnétique.

Les physiciens trouvent généralement le modèle 2 plus utile, en particulier pour expliquer les ondes magnétiques. L’idée qu’un champ magnétique en mouvement latéral apparent à travers un point de l’espace « crée » un champ électrique en ce point de l’espace est appelée loi d’induction de Faraday. Voici mon moyen mnémotechnique pour me rappeler cette loi : « un champ magnétique variable provoque un champ électrique ».L’accélération subie par une particule chargée à proximité d’un aimant, lorsque la particule chargée se déplace par rapport à l’aimant, représente un résultat expérimental que nous avons caractérisé selon le modèle décrit dans la partie précédente de ce chapitre. Ce modèle est utile dans la mesure où il peut être utilisé pour prédire le résultat de processus physiques et expliquer ces processus. On constate aussi expérimentalement qu’une particule dotée d’un moment dipolaire magnétique se déplaçant dans un champ électrique à une vitesse qui n’est ni parallèle ni antiparallèle au champ électrique subit une accélération angulaire (sauf pour deux directions spéciales du moment dipolaire magnétique). Cela signifie donc que la particule subit un moment de force. Pour rappel, une particule dotée d’un moment dipolaire magnétique au repos dans un champ électrique ne subit aucun moment de force, mais une particule au repos dans un champ magnétique subit effectivement un moment de force (tant que le moment dipolaire magnétique et le champ magnétique dans lequel elle se trouve ne sont pas parallèles ou antiparallèles l’un à l’autre). On peut s’imaginer qu’une particule dotée d’un moment dipolaire magnétique subit un moment de force lorsqu’elle se déplace par rapport à un champ électrique, si on définit un champ magnétique « créé » par le mouvement apparent du champ électrique par rapport à la particule. C’est le cas. Pour bâtir un tel modèle, on considère une particule chargée qui se déplace dans un champ électrique produit par une longue ligne chargée uniformément. On commence par représenter la situation dans le référentiel où la particule est au repos, et la ligne de charge, en mouvement :

E

*μ*

******

À noter qu’il y a deux façons différentes de penser au champ magnétique dû à la ligne de charge en mouvement à l’endroit où se trouve la particule ayant un moment dipolaire magnétique. La ligne de charge en mouvement étant un courant, on peut considérer que le champ magnétique est causé par le courant.

******

**=**

***I***

L’autre option consiste à considérer que le champ magnétique est causé par le déplacement latéral des lignes de champ électrique à travers la particule. Cependant, il n’y a qu’un seul champ magnétique, de sorte que les deux approches doivent donner le même résultat. Nous allons parvenir à une expression pour le champ magnétique dû au mouvement d’un champ électrique en obligeant les deux visions à être cohérentes l’une avec l’autre. Tout d’abord, on utilise simplement le théorème d’Ampère pour déterminer le champ magnétique à l’endroit où se trouve la particule.

Définissons la densité de charge linéaire (la charge par unité de longueur) de la ligne de charge comme étant *λ,* et la distance entre la particule et la ligne de charge comme étant **. Supposons qu’en un temps *dt*, la ligne de charge se déplace d’une distance *dx*. La quantité de charge passant devant un point fixe de la ligne le long de laquelle la charge se déplace, dans un intervalle de temps *dt*, est alors *λ dx*. En divisant ce terme par *dt*, on obtient *λ dx*/*dt*, qui peut s’écrire *λ*  . On reconnaît là la vitesse à laquelle la charge passe devant le point fixe; autrement dit, c’est l’intensité du courant *I*. Cela signifie que la ligne de charge en mouvement est un courant d’intensité *I* = *λ*. Au chapitre 17, nous avons donné le résultat expérimental du champ magnétique dû à un long fil droit parcouru par un courant d’intensité *I* sous la forme d’une équation que nous avons appelée « théorème d’Ampère ». Il s’agissait de l’équation 17-2 :

Cette équation s’applique ici. En insérant  *I* = *λ*  dans cette expression pour *B,* on obtient :

(20-2)

En vertu de la règle de la main droite, on sait que le champ magnétique entre dans la page à l’endroit où se trouve la particule qui possède un moment dipolaire magnétique, comme le montre le schéma suivant :

*μ*

*B*

**

******

Essayons maintenant de trouver une expression pour le même champ magnétique dans le référentiel où c’est *le déplacement latéral du champ électrique* à travers l’emplacement de la particule qui cause le champ magnétique. Tout d’abord, il faut une formule pour le champ électrique dû à la ligne de charge à l’endroit où se trouve la particule, c’est-à-dire à une distance **  de la ligne de charge. Pour obtenir cette formule, il faut considérer la ligne de charge comme étant constituée d’un nombre infini de morceaux de matériau chargé, dont chacun est un segment de longueur infinitésimale *dx.* Comme la ligne de charge a une densité de charge linéaire *λ*, chacun des segments infinitésimaux *dx* a une charge *λ dx*. Pour obtenir le champ électrique à l’emplacement de la particule qui possède un moment dipolaire magnétique, il suffit d’additionner toutes les contributions au champ électrique à l’endroit de la particule dues à ces segments infinitésimaux. Chaque contribution est donnée par la loi de Coulomb. La difficulté réside dans le fait qu’il existe un nombre infini de contributions. Ces calculs seront abordés au chapitre 30 de ce manuel. Pour l’instant, nous donnons sans justification le résultat pour le champ électrique d’une ligne de charge infinie de densité de charge linéaire constante *λ*:

En multipliant les deux côtés par **o, on obtient :

Le côté droit de cette équation apparaît dans l’équation 20-2, . En insérant à la place de dans l’équation 20-2, on obtient :

Cela représente la grandeur du champ magnétique que subit une particule lorsqu’elle se déplace à la vitesse ** p = **  perpendiculairement par rapport à un champ électrique . Expérimentalement, on constate qu’une particule dotée d’un moment dipolaire magnétique ne subit aucun moment de force (et donc aucun champ magnétique) si sa vitesse est parallèle ou antiparallèle au champ électrique . On peut donc généraliser notre résultat (c’est-à-dire, ne pas le limiter au cas où la vitesse est perpendiculaire au champ électrique) en écrivant E⊥ plutôt que *E*.

E

*μ*

*B*

******

*B*

E

En partant de l’équation précédente, il est possible de regrouper la grandeur et la direction (telles que déterminées par le théorème d’Ampère et la règle de la main droite, en traitant la ligne de charge en mouvement comme un courant, comme dans le schéma ci-dessus) du champ magnétique en une seule équation :

On peut exprimer  en fonction de la vitesse  de la particule par rapport à la ligne de charge

E

*μ*

****p**

(au lieu de la vitesse de la ligne de charge par rapport à la particule) en reconnaissant simplement que

En insérant ce résultat () dans l’expression du champ magnétique (), on obtient :

Dans ce modèle, où on tient compte du moment de force subi par une particule dotée d’un moment dipolaire magnétique lorsqu’elle se déplace dans un champ électrique en définissant un champ magnétique qui dépend à la fois de la vitesse de la particule par rapport au champ électrique et du champ électrique lui-même, on considère que le champ électrique en tant que tel n’exerce aucun moment de force sur la particule chargée. À ce stade, il pourrait sembler nécessaire de désigner le champ électrique comme une sorte de champ électrique spécial qui n’exerce pas de moment de force sur une particule chargée en dépit de la vitesse de la particule chargée relativement à lui-même. Nous allons plutôt caractériser le champ électrique comme étant au repos par rapport à la particule chargée.

Ainsi, dans le référentiel où la ligne de charge est au repos :

E

*μ*

****p**

la particule qui possède un moment dipolaire magnétique subit un moment de force dû à son déplacement dans le champ électrique.

Et dans le référentiel où la particule est au repos :

*μ*

E

****p**

la particule qui possède un moment dipolaire magnétique se trouve dans un champ électrique stationnaire, mais subit le même moment de force parce qu’elle se trouve également dans un champ magnétique qui, dans le schéma ci-dessus, entre dans la page. Pour expliquer ce qui se passe, on peut dire que, grosso modo, un champ magnétique variable « crée » un champ électrique. Le phénomène par lequel un champ électrique variable « crée » un champ magnétique est appelé *équation de Maxwell-Ampère*. C’est une extension du théorème d’Ampère.

Jusqu’à présent, dans ce chapitre, nous avons abordé deux points importants : le déplacement latéral d’un champ magnétique à travers un point de l’espace crée un champ électrique en ce point, et le déplacement latéral d’un champ électrique à travers un point de l’espace crée un champ magnétique en ce point. Dans la suite de ce chapitre, nous verrons qu’en combinant ces deux faits, on obtient quelque chose d’intéressant.

Résumons ce que nous avons trouvé dans le référentiel où *le point* P *est fixe et le champ se déplace à travers le point* P à la vitesse  : un vecteur de champ magnétique  se déplaçant à la vitesse de manière transversale à travers un point de l’espace « crée » un champ électrique en ce point, et un champ électrique se déplaçant à la vitesse de manière transversale à travers un point dans l’espace « crée » un champ magnétique en ce point. Le verbe « créer » est entre guillemets car il n’y a jamais de délai temporel. Pour expliquer la chose de manière plus précise, chaque fois qu’un vecteur champ magnétique se déplace de manière transversale à travers un point de l’espace, il existe simultanément un champ électrique en ce point; et chaque fois qu’un vecteur de champ électrique se déplace de manière transversale à travers un point de l’espace, il existe simultanément un champ magnétique en ce point.

Étudions le circuit ci-dessous. Supposons qu’on le regarde d’en haut; autrement dit, « vers le bas » entre dans la page, tandis que « vers le haut » sort de la page.

Je veux que vous portiez votre attention sur le fil du côté droit. Dès qu’on ferme l’interrupteur, un courant va circuler dans le fil, ce qui produit un champ magnétique. Grâce à la règle de la main droite et sachant que les courants droits créent des champs magnétiques qui font des boucles autour du courant, on peut déduire qu’il y aura un champ magnétique orienté vers le haut (hors de la page) aux points situés à la droite du fil. En régime permanent, les vecteurs de champ magnétique orientés vers le haut remplissent tout l’espace à droite du fil, et leur grandeur est inversement proportionnelle à la distance du fil. La question qui se pose maintenant est la suivante : combien de temps faut-il pour que le champ magnétique s’établisse en un point situé à une distance donnée à droite du fil? Le champ magnétique apparaît-il instantanément en tout point situé à droite du fil, ou y a-t-il un délai? James Clerk Maxwell a décidé d’explorer la possibilité qu’il y a un délai, c’est-à-dire que le champ magnétique commence à proximité du fil et se propage à une vitesse finie.

Je veux parler ici du front du champ magnétique, de la frontière en expansion à l’intérieur de laquelle le champ magnétique existe déjà et à l’extérieur de laquelle le champ magnétique n’existe pas encore. À chaque intervalle de temps infinitésimal, une autre couche infinitésimale est ajoutée à la région dans laquelle le champ magnétique existe. Bien qu’il s’agisse plutôt de vecteurs de champ magnétique se grandissant latéralement dans l’espace, l’effet du mouvement de ce front dans l’espace est le même, à la frontière en expansion, que celui des vecteurs de champ magnétique se déplaçant dans l’espace. C’est pourquoi je parlerai de cette croissance du champ magnétique comme d’un mouvement du champ magnétique dans l’espace.

Pour ne pas alourdir le schéma, je ne montrerai qu’un seul des innombrables vecteurs de champ magnétique qui se déplacent vers la droite à une vitesse inconnue à mesure que le champ magnétique dû au fil se propage dans l’univers. (C’est cette vitesse qui m’intéresse.)

Encore une fois, à mesure que le champ magnétique se propage, les lignes de champ magnétique se déplacent vers la droite et vers le haut (en sortant de la page, vers vous) en raison du courant qui vient de commencer à circuler. Ainsi, lorsqu’un vecteur de champ magnétique se déplace en passant par un point quelconque, il « crée » un champ électrique .

B

**

En tout point P par lequel passe le vecteur de champ magnétique, il existe un champ électrique conforme à . Cela signifie qu’il y a à la fois un champ magnétique et un champ électrique se déplaçant vers la droite dans l’espace. Or, nous avons vu qu’un champ électrique se déplaçant transversalement dans l’espace « crée » un champ magnétique, et que ce champ est donné par . Nous sommes revenus à la case départ.. Le courant « crée » le champ magnétique; le déplacement du champ magnétique dans l’espace « crée » un champ électrique; le déplacement du champ électrique dans l’espace « crée » un champ magnétique. Là encore, le mot « créer » doit être interprété au sens de « existe simultanément ». Quoi qu’il en soit, nous avons deux explications pour l’existence d’un seul et même champ magnétique. Ces deux explications *doivent* être cohérentes l’une avec l’autre. Pour que ce soit le cas, si on prend l’expression pour le champ magnétique « créé » par le mouvement du champ électrique,

et qu’on l’insère dans l’expression pour le champ électrique « créé » par le mouvement du champ magnétique, on doit obtenir le même , puisque dans cet argument circulaire, il se « crée » lui-même. Essayons. En insérant dans , obtient :

D’accord. Comme est perpendiculaire à  et à , la grandeur du produit vectoriel, dans chacun des cas, est simplement le produit des grandeurs des vecteurs multipliés. On obtient donc :

que je recopie ici par souci de commodité.

Encore une fois,  est exactement le même des deux côtés, si bien que l’équation ne peut être vraie que si  est exactement égal à 1. Voyons où cela nous mène :

Wow! C’est la vitesse de la lumière! Quand James Clerk Maxwell a découvert que les champs électriques et magnétiques se propageaient dans l’espace à la vitesse de la lumière (qui était déjà connue), il a compris que la lumière était une onde électromagnétique.

# 21 Nature des ondes électromagnétiques

Dans la partie précédente, nous avons parlé du circuit suivant :

*I*

E

** = *c*

B

Nous venions de fermer l’interrupteur, et le fil créait un champ magnétique qui se propageait en s’éloignant du fil. Il y a une frontière entre la partie de l’univers dans laquelle le champ magnétique est déjà établi et la partie de l’univers dans laquelle le champ magnétique n’a pas encore été établi, et cette frontière se déplace à la vitesse de la lumière, *c* = 3,00 × 108 m/s. De la frontière au fil, il existe un champ magnétique stable et immobile. Il convient de noter que c’est la création du courant qui est à l’origine du « front » du champ magnétique qui se déplace à la vitesse de la lumière. En passant d’une situation caractérisée par l’absence de courant à une situation caractérisée par la présence d’un courant dans le fil, les particules chargées dans le fil sont passées d’une vitesse nette nulle dans la direction du fil à une vitesse nette non nulle le long du fil, ce qui veut dire qu’elles ont été accélérées. Autrement dit, ce sont les particules chargées accélérées qui créent la lumière. On peut également créer de la lumière en donnant une accélération angulaire à des particules ayant un moment dipolaire magnétique, mais la réponse *courte* à la question de savoir ce qui provoque la lumière, c’est que c’est *l’accélération des particules chargées.*

Voici un circuit simple que l’on peut utiliser pour créer intentionnellement de la lumière :

HAUT ↑

La disposition verticale des fils sur la droite est appelée antenne dipôle. Lorsque la source d’alimentation CA fait monter et redescendre la charge dans les deux parties de l’antenne, l’antenne dipôle crée des champs électriques et magnétiques qui oscillent de façon sinusoïdale dans le temps et dans l’espace. Les champs se propagent dans l’espace en s’éloignant de l’antenne à la vitesse de la lumière.

Les particules chargées qui oscillent verticalement dans l’antenne créent des ondes de champs électriques et magnétiques. C’est ce qu’on appelle la lumière. La fréquence des ondes est la même que la fréquence d’oscillation des particules, qui est déterminée par la fréquence de la source d’énergie. La vitesse des ondes est la vitesse de la lumière, soit *c* = 3,00 × 108 m/s, car les ondes sont de la lumière. Pour tout type d’onde, la fréquence, la longueur d’onde et la vitesse de l’onde sont liées par l’équation :

Dans le cas de la lumière, on a :

Voici un bref aperçu illustré de certaines propriétés des ondes. La lumière se compose d’un champ électrique et d’un champ magnétique qui oscillent en synchronisation l’un avec l’autre. Il est d’usage de caractériser les ondes en termes du champ électrique. C’est ce que je vais faire ici, mais il faut garder à l’esprit que le champ magnétique oscille et se déplace de la même manière que le champ électrique, mais qu’il oscille à angle droit par rapport à ce dernier.

0

*E* [N/C]

x [m]

Amplitude *E*max

Amplitude de crête à crête

0

*E* [N/C]

t [s]

Période *T*

*E*max

*− E*max

0

*E* [N/C]

x [m]

Longueur d’onde *λ*

*E*max

*− E*max

L’intensité d’une onde est proportionnelle au carré de son amplitude, donc, dans le cas de la lumière :

La fréquence de la lumière est déterminée par la fréquence des oscillations des particules chargées constituant la source de la lumière. La lumière est classée en différentes catégories en fonction de sa fréquence. Par ordre croissant de fréquence, les catégories usuelles sont les suivantes : ondes radio, micro-ondes, rayonnement infrarouge, lumière visible, lumière ultraviolette, rayons X et rayons gamma. Toutes ces ondes ont la même nature : ce sont des champs électriques et magnétiques qui oscillent dans le temps et l’espace. J’emploie le mot « lumière » au sens générique, pour désigner des ondes de n’importe laquelle de ces fréquences d’oscillation des champs électriques et magnétiques. Dans ce contexte, si je veux évoquer la lumière dont la fréquence se situe dans la plage à laquelle nos yeux sont sensibles, je parle de lumière visible. On utilise aussi le terme « rayonnement électromagnétique » pour parler de la lumière. L’ensemble des différentes fréquences de la lumière est appelé « spectre électromagnétique ». Le tableau ci-dessous indique la manière dont les humains classent les différentes fréquences de la lumière du spectre électromagnétique. Bien que je donne des valeurs précises, les limites séparant une fréquence de la suivante ne sont pas bien définies. Il faut les considérer comme des valeurs approximatives.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Type de lumière*** | ***Fréquence*** | ***Longueur d’onde*** |
| Ondes radio | < 300 MHz | > 1 m |
| Micro-ondes | 300 - 750 000 MHz | **.** 4 mm - 1 m |
| Infrarouge | 750 GHz - 430 THz | 700 nm- 0,4 mm |
| Visible | 430 - 750 THz | 400 - 700 nm |
| Ultraviolet | 750 - 6 000 THz | 5 - 400 nm |
| Rayons X | 6 000 - 50 000 000 THz | 0,006 - 5 nm |
| Rayons gamma | > 50 000 000 THz | < 0,006 nm |

À noter que le régime visible n’est qu’une infime partie du spectre électromagnétique. Dans le visible, c’est le rouge qui a la plus longue longueur d’onde et la plus basse fréquence, et le bleu/violet qui a la plus courte longueur d’onde et la plus haute fréquence. Les stations de radio AM émettent dans la plage des kHz, et les stations FM, dans la plage des MHz. Par exemple, si vous réglez votre radio AM à la chaîne 100, votre radio sera sensible aux ondes radio de fréquence 100 kHz et de 3 000 m de longueur d’onde. Si vous réglez votre radio FM à la chaîne 100, votre radio sera sensible aux ondes radio de fréquence 100 MHz et de 3 m de longueur d’onde.

Lorsqu’on superpose des vecteurs de champ électrique et magnétique variables avec d’autres vecteurs de champ électrique et magnétique variables, on obtient ce qu’on appelle des interférences. De nombreux phénomènes impliquant la lumière sont compris en termes d’interférences.

Lorsque la lumière interagit avec la matière, son champ électrique exerce des forces sur les particules chargées qui composent la matière. La force exercée sur une particule chargée pointe dans la même direction que le champ électrique si la particule est positive, et dans la direction opposée si la particule est négative. Le champ magnétique exerce un moment de force sur les particules possédant un dipôle magnétique qui composent la matière. Étant donné qu’un grand nombre d’effets observables associés à l’interaction de la lumière visible sont liés à la force exercée par le champ électrique sur les particules chargées, on parle généralement de l’interaction de la lumière avec la matière en termes d’interaction *du champ électrique* avec la matière. Je vais suivre cet usage. N’oubliez pas que le champ magnétique, toujours perpendiculaire au champ électrique de la lumière, est également présent. Sous l’effet de la force exercée sur les particules chargées par le champ électrique de la lumière, les particules chargées accélèrent et, par conséquent, produisent leurs propres champs électriques et magnétiques. Comme il n’y a pas de délai entre l’exercice de la force et l’accélération qui en résulte, les vecteurs de champ électrique et magnétique nouvellement produits se superposent aux vecteurs de champ électrique et magnétique ayant causé l’accélération. La masse d’un électron représentant environ 1/2 000 de la masse d’un proton, à force égale, l’accélération subie par un électron est 2 000 fois plus importante que celle subie par un proton. Ainsi, l’interaction de la lumière avec la matière peut souvent être expliquée en termes d’interaction de la lumière avec les *électrons* de la matière.

La façon dont les électrons de la matière interagissent avec la lumière est largement déterminée par la force de liaison des électrons. Un grand nombre d’interactions compliquées peuvent se combiner pour former un effet total simple. En voici un exemple très particulier : le mélange des forces de Coulomb attractives et répulsives, qui varient en 1/**2, exercées sur l’électron dans un matériau solide par les protons et les électrons sur tous les côtés de celui-ci résulte en une force nette sur l’électron qui est très bien modélisée par… un ressort. L’électron se comporte donc comme un système masse-ressort. C’est donc dire qu’il peut être assimilé à un oscillateur harmonique simple. La façon dont la lumière interagit avec les électrons dépend de la fréquence de la lumière et de la « constante de ressort ». Limitons-nous à la lumière visible pour voir comment la force de liaison des électrons (la constante du ressort) détermine la manière dont la lumière interagit avec la matière. Si un matériau nous semble opaque – c’est-à-dire qu’il absorbe la lumière (par exemple, de la peinture noire mate) –, c’est que la lumière produite par l’accélération des électrons interfère de manière destructive avec la lumière externe. La lumière ne traverse pas le matériau et n’est pas réfléchie. Dans le cas de surfaces métalliques brillantes, les électrons avec lesquels la lumière interagit sont pratiquement libres. La lumière qu’ils émettent en étant accélérés par la lumière interfère de manière constructive avec la lumière dans une direction très précise vers l’arrière et de manière destructive vers l’avant. La lumière ne traverse donc pas le métal, mais elle est réfléchie à la manière d’un miroir, ce que l’on appelle la *réflexion spéculaire*. Dans les milieux transparents, comme le verre, la lumière émise par les électrons interfère avec la lumière incidente de manière à provoquer des interférences constructives dans des directions précises vers l’avant et vers l’arrière. Mais les interférences constructives vers l’avant sont telles que l’ensemble d’ondes électriques et magnétiques résultant de l’interférence se déplace plus lentement dans le verre que la lumière se déplace dans le vide. Autrement dit, la vitesse de la lumière dans un milieu transparent est inférieure à la vitesse de la lumière dans le vide. Le rapport entre la vitesse de la lumière dans le vide et la vitesse de la lumière dans un milieu transparent s’appelle l’indice de réfraction (*n*) du milieu*.*

où :

*n* est l’indice de réfraction d’un milieu transparent,

*c* = 3,00 × 108 m/s, la vitesse de la lumière dans le vide, et

**  est la vitesse de la lumière dans le milieu transparent.

Comme la lumière ne peut jamais excéder la vitesse qu’elle a dans le vide, l’indice de réfraction est toujours supérieur ou égal à 1 (égal lorsque le milieu est vide ou se comporte comme s’il était vide). Voici l’indice de réfraction de la lumière pour quelques milieux transparents :

|  |  |
| --- | --- |
| ***Milieu*** | ***Indice de réfraction*** |
| Vide | 1 |
| Air | 1,00 |
| Eau | 1,33 |
| Verre (dépend du type de verre. Voici une valeur type.) | 1,5 |

Le type d’interaction de la lumière avec la matière qui nous est le plus familier est appelé *réflexion diffuse*. Lorsque vous regardez quelqu’un, c’est la lumière ayant subi une réflexion diffuse qui entre dans vos yeux. Le mouvement des électrons produit de la lumière qui interfère de manière destructive avec la lumière incidente dans la direction avant (la direction dans laquelle la lumière incidente se déplace), de sorte qu’essentiellement aucune lumière ne traverse la personne. Cependant, pour une gamme de fréquences particulière, il y a très peu d’interférences destructives dans toutes les directions de réflexion. Lorsque l’objet est éclairé par un mélange de toutes les fréquences visibles (lumière blanche), la fréquence de la lumière réfléchie dépend de la constante de force du « ressort » qui lie les électrons à la matière. La fréquence réfléchie (dans toutes les directions de réflexion) correspond à ce que nous appelons la couleur de l’objet.

# 22 Principe de Huygens et interférence de deux fentes

Prenons l’exemple d’une professeure debout devant sa salle de classe, tenant l’une des extrémités d’un bout de corde qui pointe horizontalement (en ignorant le fait qu’elle pend). La direction « avant » est celle qui s’éloigne de la professeure. Elle demande : « Qu’est-ce qui provoque des ondes sinusoïdales ? » Ce à quoi vous répondez : « Quelque chose qui oscille ». « C’est exact », répond-elle. Elle commence alors à bouger sa main verticalement. Vous voyez des ondes apparaître dans la corde. Pour les besoins de la discussion, on considère seulement les ondes avant qu’elles atteignent l’autre extrémité. Ce type d’onde est appelé « ondes progressives » (par opposition aux ondes stationnaires). « Qu’est-ce qui provoque précisément ces ondes? », demande-t-elle, tout en pointant de l’autre main les ondes dans la corde. Vous répondez que c’est sa main qui oscille de haut en bas et de bas en haut qui provoque les ondes. Et vous avez raison. Supposons maintenant que vous portiez votre attention sur un point de la corde, appelons-le point P, situé un peu en avant de sa main. À l’instar de tous les points de la corde où se trouve l’onde, ce point oscille simplement à la verticale. Aux points situés à l’avant du point P, la corde se comporte exactement comme si la professeure tenait la corde au point P et bougeait sa main à la verticale comme le point P se déplace à la verticale. Une personne qui ne regarderait que les parties de la corde situées en avant du point P n’aurait aucun moyen de savoir que la professeure tient en fait la corde en un point situé plus loin à l’arrière et que le point P subit simplement sa part du mouvement ondulatoire causé par la main de la professeure à l’extrémité de la corde. Pour les points situés à l’avant du point P, la situation est la même que si le point P était la source des ondes. Pour prédire le comportement des ondes à l’avant du point P, on peut traiter le point P, un bout de corde oscillant, comme s’il était la source des ondes. Cette idée selon laquelle on peut traiter un point d’un milieu ondulatoire comme s’il était la source des ondes observées devant lui s’appelle le principe de Huygens. Ici, nous l’avons abordé dans un milieu unidimensionnel, la corde. Lorsqu’on ajoute des dimensions, on peut procéder de la même manière, mais il y a alors plus d’un point dans le milieu ondulatoire qui contribue au comportement de l’onde aux points en avant. Dans le cas de la lumière, ce sont le champ électrique et le champ magnétique qui oscillent. Pour les ondes lumineuses régulières et lisses se déplaçant vers l’avant, si les champs électriques et magnétiques en tous points d’une surface imaginaire traversée par la lumière sont suffisamment décrits, on peut déterminer à quoi ressembleront les ondes de lumière à l’avant de cette surface en traitant tous les points de la surface comme s’ils étaient des sources ponctuelles d’ondes électromagnétiques. Pour tout point situé à l’avant de la surface, il suffit d’additionner (de manière vectorielle) toutes les contributions aux champs électriques et magnétiques en ce point, provenant de toutes les « sources ponctuelles » de la surface imaginaire. Dans ce chapitre et le suivant, nous utilisons cette idée du principe de Huygens dans quelques cas simples (par exemple, on bloque toute la lumière à la surface, sauf pour deux points, de sorte qu’il n’y a que deux « sources ponctuelles » contribuant aux champs électriques et magnétiques aux points situés à l’avant de la surface. On peut créer une telle configuration en plaçant une feuille d’aluminium sur la surface et en y perçant deux petits trous). Ces exemples conduisent à des prédictions assez générales (sous forme d’équations) décrivant le comportement de la lumière. Le premier cas traite d’un phénomène appelé interférence à deux fentes. Pour appliquer l’idée du principe de Huygens à ce cas, on utilise une surface qui coïncide avec un front d’onde. Il y a des façons assez abstraites de schématiser les fronts d’onde. Je reproduis ici une série de schémas de fronts d’onde, allant du moins abstrait au plus abstrait.

Voici une façon de représenter une partie d’un faisceau de lumière se déplaçant vers l’avant dans l’espace, à un instant donné :

B

E

Haut

Avant

Droite

** = *c*

Chaque « feuille » du schéma caractérise les champs électriques (flèches verticales) et magnétiques (flèches horizontales) à l’instant donné. Pour chaque feuille, on utilise la convention que vous connaissez déjà : plus le champ est intense, plus les lignes de champ sont denses dans le schéma.

Considérons la fine tranche horizontale du faisceau représentée dans ce schéma :

E

B

Voici le champ électrique sur cette fine région horizontale :

**E**

**  = *c*

Ce schéma est plus simple. Il contient moins d’informations et est peut-être plus facile à interpréter, mais aussi plus facile à *mal* interpréter. Par exemple, il vous sera peut-être plus facile de comprendre que ce schéma (tout comme le schéma précédent) ne représente que les  d’une longueur d’onde. D’autre part, le schéma est plus abstrait : la longueur des vecteurs champ électrique ne représente pas l’étendue dans l’espace, mais plutôt la grandeur du champ électrique à la queue de la flèche. Comme je l’ai mentionné, l’ensemble des emplacements de la queue des flèches, à savoir le plan horizontal, est le seul endroit pour lequel le schéma donne des informations. On suppose généralement que le champ électrique a la même configuration à une certaine distance au-dessus et au-dessous du plan sur lequel il est spécifié dans le schéma. Notez l’absence de champ magnétique. Il incombe au lecteur de se rappeler que la lumière implique l’existence d’un champ magnétique partout où il y a un champ électrique, que plus le champ électrique est grand, plus le champ magnétique est grand, et que le champ magnétique est perpendiculaire à la fois à la direction de propagation de la lumière et au champ électrique. (Rappelons que la direction du champ magnétique est telle que le vecteur  est dans la même direction que la vitesse de l’onde.)

La représentation graphique la plus courante d’une onde se déplaçant vers la droite caractérise les champs électriques et magnétiques par une seule ligne s’étendant le long du centre du faisceau dans le sens du déplacement. Un exemple de ce type de ligne serait la ligne le long du centre du plan dans la copie suivante du schéma précédent :

**E**

Voici un exemple de représentation du champ électrique, sur une seule ligne le long de la direction de déplacement :

**E**

**  = *c*

Il importe de garder à l’esprit que les flèches caractérisent le champ électrique aux points de ligne seulement et que c’est la *longueur* de la flèche qui indique l’intensité du champ électrique à la queue de la flèche, *et non* l’espacement entre les flèches.

La simplicité de ce schéma de champ sur une ligne permet d’inclure les vecteurs champ magnétique dans le même schéma :

****  = *c***

**E**

**B**

Si l’on relie les pointes des flèches dans ce type de schéma, la signification des courbes sinusoïdales du champ électrique en fonction de la position, que nous avons abordé au chapitre précédent, devient plus évidente :

****  = *c***

**E**

**B**

Le principe de Huygens concerne les fronts d’onde. Un front d’onde est la partie d’une onde située sur une surface qui est partout perpendiculaire à la direction de propagation de l’onde. Si ces surfaces sont planes, l’onde est appelée *onde plane*. Le type d’onde que nous avons représenté est une onde plane.

L’ensemble des champs sur n’importe laquelle des « feuilles » grises du schéma :

E

B

fait partie d’un front d’onde. Il est d’usage se concentrer sur les fronts d’onde pour lesquels les champs électriques et magnétiques sont maximaux dans une direction. La feuille la plus à l’arrière du schéma ci-dessus représente un tel front d’onde.

Dans le schéma suivant, des lignes noires ont été tracées au sommet de chaque feuille qui représente un front d’onde où le champ électrique est à son maximum vers le haut.

Dans le schéma suivant, chaque front d’onde de la sorte est marqué d’un point noir :

E

On représente souvent les fronts d’onde en regardant le schéma précédent (avec les feuilles de champ électrique) du dessus. Je recopie ici le schéma précédent :

La représentation des fronts d’onde est donc :

** = c

Ils sont généralement plus nombreux et plus proches les uns des autres. L’idée, c’est que les fronts d’onde ressemblent à des vagues dans l’océan, vues à vol d’oiseau.

** = c

Notez que la distance entre des fronts d’onde à champ maximal adjacents, telle qu’elle est représentée ici, correspond à la longueur d’onde.

Nous sommes maintenant prêts à exploiter l’idée du principe de Huygens, la notion de front d’onde et la représentation schématique des fronts d’onde qu’utilisent les physiciens pour explorer le phénomène d’interférence à deux fentes.

*Interférence à deux fentes*

Lorsqu’on projette de la lumière visible à ondes planes à travers un masque percé de deux fentes parallèles sur un écran, dans certaines circonstances (que nous expliciterons plus loin), on voit apparaître sur l’écran un motif étendu de bandes claires et sombres là où l’on s’attendrait à voir deux lignes lumineuses entourées d’ombre, que l’on pourrait appeler l’ombre du masque.

Pour expliquer ce qu’on entend par « masque comportant une double fente », j’utilise le type de masque à deux fentes que les étudiants fabriquent dans le cadre d’un exercice de laboratoire. On prend des morceaux rectangulaires de plaque de verre mince comme dans le schéma suivant (taille réelle) :

Avant la séance de laboratoire, on applique de la peinture noire mate en aérosol sur chaque masque, puis on laisse les masques sécher. Chaque étudiant reçoit un couteau à lame de rasoir, une règle en métal et un morceau de verre peint qui ressemble à ceci :

Les étudiants utilisent la règle et le couteau pour graver deux lignes parallèles dans la peinture. Une fois qu’ils ont terminé, les masques ressemblent à ceci :

La double fente est éclairée par la lumière d’un laser. Le faisceau laser « frappe de plein fouet » le masque, c’est à dire que la direction dans laquelle la lumière se déplace est perpendiculaire à la surface du masque. Cette lumière est décrite comme étant *normalement incidente* sur le masque. (On se rappelle que le mot « normal » signifie « perpendiculaire ». Il est important de bien comprendre ce qu’on entend par *lumière normalement incidente* sur un masque comportant une double fente.)

Sur un écran de papier blanc situé derrière le masque et aligné de la même manière que ce dernier, les étudiants voient un motif de bandes claires et sombres réparties horizontalement sur la face de l’écran. Les bandes claires sont généralement appelées *franges*. Si la largeur de chaque frange est petite par rapport à la hauteur (ce qui n’est pas le cas dans notre exemple), les franges sont généralement appelées *lignes*.

Le principe de Huygens permet de comprendre ce phénomène. Il s’agit d’interférence. Outre le fait que les fentes doivent être suffisamment proches l’une de l’autre pour que le faisceau « frappe » les deux fentes en même temps, les fentes, doivent également être proches l’une de l’autre pour des raisons qui seront bientôt claires. Pour analyser ce phénomène, je vais « zoomer » sur le petit bout du masque représenté dans le schéma ci-dessous :

Haut ↑

← Gauche

Droite →

Je vais appeler la direction dans laquelle la lumière voyage vers le masque (dans le schéma   
ci-dessus, la direction entrant dans la page), la direction *avant*. Je vais maintenant représenter l’ensemble de la situation vue du dessus.

Écran

Avant ↑

Droite →

← Gauche

Masque à deux fentes

Ondes planes de lumière incidente

201

Si on se sert du principe de Huygens pour traiter chaque fente comme une source ponctuelle et qu’on représente les intersections des fronts d’onde sphériques avec le plan de la page, on a :

*Chapitre 22 Huygens’s Principle and 2-Slit Interference*

Ondes planes de lumière incidente

Les segments de droite et de cercle représentant les fronts d’onde correspondent aux points de l’espace où, à l’instant considéré, le champ électrique est maximal dans une direction donnée. Il peut s’agir de n’importe quelle direction perpendiculaire à la direction de propagation des ondes, mais pour faciliter la discussion, nous allons supposer que les oscillations du champ électrique sont verticales (entrant et sortant de la page) et que les fronts d’onde représentent des points dans l’espace où, à l’instant en question, le champ électrique est maximal *vers le haut*. En ces points de l’espace situés en avant de la source, le champ électrique dû à chaque source ponctuelle varie périodiquement du maximum vers le haut (appelons-le Emax[[25]](#footnote-25)), à zéro, au maximum vers le bas (−Emax), de nouveau à zéro et de nouveau au maximum vers le haut (Emax), avec une fréquence que nous appelons la fréquence des ondes lumineuses. En ces points de l’espace situés en avant de la source, le champ électrique total est la somme de la contribution de la fente gauche et de la contribution de la fente droite. Ainsi, à l’instant représenté sur le schéma, aux points où les fronts d’onde se croisent, les deux contributions sont maximales dans une seule et même direction. Le champ électrique total en ces points est donc, à l’instant considéré, le double de celui dû à l’une ou l’autre source. Au fil du temps, le champ électrique varie en ces points, de 2 Emax à 0 à −2 Emax à 0, puis à 2 Emax, de façon répétée. L’intensité de la lumière à cette position est quatre fois supérieure à l’intensité due à l’une ou l’autre des fentes. La superposition des champs électriques variables dans le temps est appelée interférence. Si les différentes contributions s’additionnent pour former un champ électrique qui varie à une amplitude plus grande que le champ électrique dû à chaque contributeur, on dit que l’interférence est constructive.

Notez que les points où les fronts d’onde se croisent se situent sur des lignes droites (ou quasiment droites) partant du point médian entre les fentes :

Ce qui est important, c’est qu’en tout point de ces lignes (sauf « trop près » des fentes), le champ électrique oscille avec une amplitude de 2 Emax. Si on laisse le temps s’écouler, on voit ces points de croisement se créer continuellement près des fentes et se déplacer le long des lignes en direction de l’écran. En tout point des lignes (sauf « trop » près des fentes), l’interférence est toujours constructive, à chaque instant. Par exemple, prenons le champ électrique sur les fronts d’onde à mi-chemin entre les fronts d’onde représentés à l’instant représenté dans le schéma ci-dessus. Sur ces fronts d’onde à mi-chemin, le champ électrique est maximal vers le bas. Je vais redessiner le schéma des fronts d’onde ci-dessus sans les fronts d’onde pour lesquels le vecteur de champ électrique est maximal vers le haut, mais *avec* les fronts d’onde maximaux vers le bas (représentés par des lignes en pointillés). Je répète que ce schéma décrit le même instant que le schéma précédent. Je vais aussi garder les lignes droites le long desquelles se produit l’interférence constructive.

*Chapitre 22 Huygens’s Principle and 2-Slit Interference*

On remarque qu’à l’exception des points « trop proches » des fentes, les maximums (points de croisement des fronts d’onde) pour les fronts d’onde du vecteur champ électrique maximal vers le bas se produisent exactement le long des mêmes lignes que les fronts d’onde du vecteur champ électrique maximal vers le haut. J’insiste sur le fait que l’amplitude des oscillations est maximale (2 Emax) en tout point de chacune de ces lignes. Le long de ces lignes, entre les points où les fronts d’onde se croisent, le champ électrique en est simplement à d’autres stades de ces oscillations d’amplitude maximale.

Là où les lignes constituées de points d’interférence constructive maximale coupent l’écran, on voit une frange claire. Qu’en est-il des franges sombres? Elles apparaissent aux points de l’espace où le champ électrique d’une fente annule toujours le champ électrique de l’autre fente. On peut trouver ces points en représentant les fronts d’onde du champ électrique maximal vers le haut d’une fente à un instant donné et, sur le même schéma, les fronts d’onde du champ électrique maximal vers le bas de l’autre fente. Là où ils se croisent, ils s’annulent parfaitement, en tout temps (pas seulement pour l’instant représenté).Voici les fronts d’onde du champ électrique maximal vers le bas de la fente gauche interférant avec les fronts d’onde du champ électrique maximal vers le haut de la fente droite :

*Chapitre 22 Huygens’s Principle and 2-Slit Interference*

Là encore, sauf très près des fentes, les points d’intersection des fronts d’onde des champs électriques de sens opposés (points d’interférence destructive) se trouvent sur des lignes (mais *pas* les mêmes lignes que précédemment) partant du point du masque qui se trouve à mi-chemin entre les fentes :

le long de ces lignes, l’interférence est toujours totalement destructive. Aux points d’intersection avec l’écran, on observe des franges sombres (non éclairées).

Si on représente ces lignes d’interférence destructive et les lignes d’interférence constructive sur un même schéma,

205

*Chapitre 22 Huygens’s Principle and 2-Slit Interference*

1

2

1

0

2

on voit que les angles auxquels l’interférence *destructive* se produit toujours semblent se situer à mi-chemin entre les angles auxquels l’interférence *constructive* se produit toujours.

Bon, il est temps de quantifier les choses. Vous avez peut-être deviné que la configuration dépend de la longueur d’onde de la lumière et de l’espacement entre les fentes. Pour clore ce chapitre, il faut trouver une relation mathématique décrivant les angles auxquels se produisent les maximums (lumière vive) et les minimums (obscurité, c’est-à-dire lumière nulle). Je vais utiliser le symbole *θ* pour représenter l’angle auquel se produit le maximum ou le minimum sur lequel nous nous concentrons. On numérote les maximums 0, 1, 2... en partant du milieu dans les deux directions. (Voir le schéma précédent.) Les minimums sont numérotés 1, 2, 3 (il n’y a pas de minimum « 0 »), également en partant du milieu. Pour éviter toute confusion, je n’ai pas numéroté les minimums dans le schéma. Si nécessaire, on utilise ces nombres en indice sur l’angle *θ* pour distinguer les différents angles auxquels se produit un maximum ou un minimum. Si le contexte n’est pas clair, les indices supérieurs MAX et MIN peuvent aussi se révéler utiles. L’angle d’un maximum ou d’un minimum donné à gauche est toujours le même que l’angle du maximum ou du minimum correspondant à droite, de sorte qu’il n’est pas nécessaire de faire la différence entre la gauche et la droite.

Les deux fentes représentées sont des sources spéciales, puisqu’elles sont exactement synchronisées l’une avec l’autre. Autrement dit, lorsque l’une des sources produit un vecteur de champ électrique maximal vers le haut, l’autre source le fait aussi. On dit que les deux sources sont *en phase* l’une avec l’autre. Ces sources sont aussi spéciales du fait que, comme on considère que chaque fente a la même taille que l’autre et que la lumière provenant de la source est d’une seule et même intensité sur toute la surface du faisceau, l’amplitude des oscillations est la même pour les deux fentes. C’est pourquoi il y a une interférence complètement destructive le long des lignes où se produisent les minimums. Il ressort clairement du schéma que, pour atteindre n’importe quel point de la ligne médiane (la ligne qui s’étend à partir du point médian entre les deux fentes, en ligne droite), la distance parcourue par la lumière provenant d’une fente est la même que celle parcourue par la lumière provenant de l’autre fente. Ainsi, en tout point de la ligne médiane, chaque fois qu’une crête (champ électrique maximal vers le haut) arrive d’une fente, une crête arrive de l’autre fente, et chaque fois qu’un creux (champ électrique maximal vers le bas) arrive d’une fente, un creux arrive de l’autre fente. Sur la ligne médiane, l’interférence est donc *toujours* constructive. Nous avons donc déjà un résultat quantitatif :   
il y a un maximum (interférence constructive, frange brillante) à *θ*  = 0°.

Ondes planes de lumière incidente de longueur d’onde *λ*

*d*

***θ***

1

On appelle *d* la distance centre-à-centre des fentes et *λ* la longueur d’onde des ondes planes incidentes. Nous allons commencer par trouver une expression pour l’angle *θ* auquel le premier maximum se produit.

Redessinons le schéma de façon un peu plus épurée pour voir ce qui se passe.

*Chapitre 22 Huygens’s Principle and 2-Slit Interference*

*d*

***θ***

***G*1**

***G*2**

***G*3**

***G*4**

***D*1**

***D*2**

***D*3**

***D*4**

******

******

P

J’ai supprimé certains des fronts d’onde sphériques et j’ai numéroté les fronts d’onde provenant de la fente gauche *G*1, *G*2, *G*3 et *G*4, selon l’ordre de sortie de la fente gauche. De même, les fronts d’onde provenant de la fente droite sont numérotés *D*1, *D*2, *D*3 et *D*4, selon l’ordre de sortie de la fente droite. En outre, j’ai indiqué la distance ** entre la fente gauche et un point P sur la ligne des maximums et la distance ** entre la fente droite et le même point P.

Observez le schéma. On voit que, bien que *D1* et *G1* sortent de leurs fentes respectives au même instant, tout comme *D2* et *G2* , ce sont *D2* et *G1* qui arrivent ensemble au point P. Au moment où il arrive au point P, *G*1 a voyagé plus longtemps que *D*2, mais G1 arrive au point P en même temps que *D*2 car il (*G*1) a une plus grande distance à parcourir. C’est là toute la clé de l’interférence constructive. En tout point éclairé par deux sources en phase, il y aura interférence constructive si le point est à la même distance des deux sources, ou si la distance diffère d’exactement une longueur d’onde, deux longueurs d’onde, trois longueurs d’onde – en fait, de n’importe quel nombre entier de longueurs d’onde. Si la différence de trajectoire est bel et bien un nombre entier de longueurs d’onde, dans ce cas, quelle que soit la partie de l’onde qui arrive d’une source, la même partie de l’onde arrivera de l’autre source. Ainsi, par exemple, la crête arrive avec la crête et le creux arrive avec le creux. En définissant

Δ *s* = ** – **

on a :

Δ *s* = *mλ* ( *m* = 0, 1, 2… )

comme condition d’interférence constructive.

Je présente maintenant le schéma avec lequel nous avons travaillé, sans les fronts d’onde, pour pouvoir relier géométriquement Δ *s* à l’angle *θ*.

***θ***

******

******

Je commence par tracer un segment de droite perpendiculaire à la ligne d’interférence maximale et relié à la fente droite :

***θ***

P

******

Δ*s*

*θ*

*d*

Le nouveau segment de droite décompose la trajectoire de longueur ** en un segment de longueur ** et un segment dont la longueur est la différence de longueur de trajectoire, Δ*s*. Le nouveau segment de droite forme également un *triangle*, ombré dans le schéma. En utilisant la géométrie plane, on voit que l’angle *θ* dans le petit triangle a la même valeur que l’angle entre la ligne d’interférence constructive maximale et la ligne médiane. Je dois agrandir ce triangle pour que nous puissions l’analyser :

******

Δ*s*

P

Bon, maintenant, nous allons faire une approximation. Vous voyez l’angle *φ* dans le triangle ombré? Il vaut approximativement 90°. En effet, plus le point P est éloigné des fentes, plus *φ* est proche de 90°. Il suffit que la distance entre les fentes et le point P soit grande par rapport à la distance entre les fentes. En pratique, c’est ce qui se passe dans une expérience à deux fentes. La distance au point P est généralement plusieurs milliers ou millions de fois plus grande que la distance entre les fentes. Cette approximation est donc, typiquement, tout à fait valide. En traitant *φ* comme un angle droit, le triangle ombré devient un triangle rectangle, ce qui signifie que la différence de trajectoire peut s’exprimer comme suit :



Voilà la relation que nous recherchions. Sachant que la différence de trajectoire doit être un nombre entier de longueurs d’onde pour les *maximums* d’interférence, on obtient :

*mλ* = *d* sin*θ* ( *m* = 0, 1, 2… ) (22-1)

comme condition d’interférence constructive maximale.

Pour l’interférence parfaitement *destructive*, la différence de trajectoire doit être égale à une demi-longueur d’onde ou à une demi-longueur d’onde plus n’importe quel nombre entier de longueurs d’onde. Ainsi, pour les *minimums* d’interférence, on a :

(*m* + ½) *λ* = *d* sin*θ* ( *m* = 0, 1, 2… ) (22-2)

La valeur de l’entier *m* est appelée l’*ordre* d’interférence. Ainsi, le premier maximum de part et d’autre de la direction directe est appelé maximum de *premier ordre*, le suivant est appelé maximum de *deuxième ordre*, etc.

# 23 Diffraction par une fente

La diffraction par une fente est un autre phénomène d’interférence. Si, au lieu d’un masque à deux fentes, on éclaire un masque à une seule fente, on constate que sous certaines conditions, on obtient un autre schéma de bandes claires et sombres. Il ne s’agit pas du même schéma que celui obtenu pour l’interférence à deux fentes, mais ce n’est pas non plus la ligne lumineuse unique, droit devant, à laquelle on pourrait s’attendre. Voici comment cela se passe. Tout d’abord, voici l’installation :

Écran

Masque à une fente

Ondes planes entrantes

Une fois de plus, on obtient une frange lumineuse à la position « droit devant » de l’écran. À partir de là, en allant de chaque côté, on obtient des bandes qui alternent entre le sombre et le lumineux. Le premier maximum à droite ou à gauche du maximum central est loin d’être aussi lumineux que le maximum central. Et chaque maximum suivant est moins lumineux que le maximum qui le précède. Pour ce qui est de l’analyse, je commencerai par les minimums. Prenons une ligne imaginaire qui part du milieu de la fente et se rend à l’écran.

Écran

*θ*

Masque à une fente

l

Ondes planes entrantes

La question qui se pose maintenant est la suivante : dans quelles conditions y a-t-il interférence totalement destructive le long d’une ligne telle que celle qui est représentée à l’angle *θ*   
ci-dessus? Pour obtenir la réponse, il faut d’abord diviser la fente en deux. Je vais agrandir le masque pour que vous puissiez voir ce que je veux dire.

A

B

Masque à

une fente

Point B1

Point A1

Maintenant, imaginons qu’on divise le côté A en un nombre infini de morceaux, et le côté B aussi. Lorsque la fente est éclairée par la lumière, chaque morceau devient une source ponctuelle. Regardons la première source ponctuelle (à partir de la gauche) du côté A et la première source ponctuelle (toujours à partir de la gauche) du côté B. Ces deux sources ponctuelles sont distantes de *l*/2, où *l* est la largeur de la fente. Si la lumière provenant de ces deux sources ponctuelles (qui sont en phase l’une avec l’autre, puisqu’elles font toutes deux partie de la même onde plane incidente) produisent une interférence totalement destructive à un angle quelconque *θ* par rapport à la direction directe, alors la lumière provenant de la deuxième source ponctuelle du côté A et de la deuxième source ponctuelle du côté B produira aussi une interférence totalement destructive, comme ces deux sources ponctuelles sont également distantes de *l*/2. Il en va de même pour la troisième source ponctuelle en partant de la gauche des deux côtés, la quatrième, la cinquième, et ainsi de suite jusqu’à l’infini. Il suffit donc d’établir la condition qui fait que la lumière provenant de la source ponctuelle la plus à gauche du côté A (globalement, le point le plus à gauche de la fente) interfère de manière totalement destructive avec la source ponctuelle la plus à gauche du côté B (globalement, le point central de la fente). Considérons un point P quelconque sur une ligne de minimums proposée.

Masque à une fente

Écran

Ondes planes entrantes

P

******

Point A1

Point B1

*θ*

******

l

La distance entre les deux sources ponctuelles est *l*/2. D’après l’analyse du cas de l’interférence à deux fentes, on sait qu’il en résulte une différence de trajectoire . Et comme vous le savez, la condition pour avoir une interférence totalement destructive est que la différence de trajectoire soit d’une demi-longueur d’onde, ou d’un nombre entier de longueurs d’onde plus une demi-longueur d’onde. Il y a donc un minimum le long de tout angle *θ* (inférieur à 90°) tel que :

 ( *m* = 0, 1, 2… )

Nous allons maintenant nous pencher sur la question des *maximums* de diffraction. Je préfère vous avertir, cette analyse va prendre une tournure inattendue. Nous procédons exactement comme nous l’avons fait pour localiser les minimums, sauf que nous fixons la différence de trajectoire **- ** à un nombre *entier* de longueurs d’onde (au lieu d’une demi-longueur d’onde plus un nombre entier de longueurs d’onde). Cela signifie que la distance entre le point P et le point le plus à gauche du côté A (position A1) de la fente diffère de la distance entre le point P et le point le plus à gauche du côté B (position B1) par un nombre entier de longueurs d’onde . Cela vaut également pour la trajectoire de A2 par rapport à la trajectoire partant de B2 et pour la trajectoire partant de A3 par rapport à la trajectoire partant de B3. En fait, cela vaut pour n’importe quelle paire de points correspondants, l’un du côté A et l’autre du côté B. Ainsi, au point P, il y a interférence constructive maximale pour chaque paire de points correspondants le long de la largeur de la fente. Cependant, il y a un problème. Bien que pour toute paire de points, les oscillations au point P sont maximales, cela signifie simplement que P se trouve à un angle qui maximisera l’*amplitude* des *oscillations* du champ électrique dues à la paire de points. Or, le champ électrique dû à la paire de points continuera d’osciller, par exemple du maximum vers le haut, à 0, au maximum vers le bas, à 0 et de nouveau au maximum vers le haut. Et ces oscillations ne seront pas synchronisées avec les oscillations maximales dues à d’autres paires de points. Le total ne correspondra donc pas nécessairement à un maximum d’intensité. La grande différence entre ce cas et celui des minimums, c’est que contrairement aux oscillations maximales variables dans le temps dont nous venons de parler, lorsqu’une paire de contributions produit une amplitude de champ électrique nulle, le champ électrique dû à la paire est toujours nul. Il est constant et vaut zéro. Et lorsqu’on a une infinité de paires, chacune contribuant pour zéro à la somme à tout moment, le résultat est zéro. De fait, en essayant de trouver les angles auxquels les maximums se produiront, nous avons trouvé d’autres minimums. On peut le constater si on change l’ordre d’addition des contributions.

Considérons le schéma suivant dans lequel chaque moitié de la fente a été divisée en deux parties :

A

B

Point A1

Point B1

*θ*

P

Point A1

′

Point B1

′

Si la différence de longueur « de A1 à P » et « de B1 à P » est une longueur d’onde, alors la différence de longueur entre « de  à P » et « de  vers P » doit être une demi longueur d’onde. Il en résulte une interférence totalement destructive. Il en va de même pour la différence de distance entre « de  à P » et « de  à P ». Ainsi, pour chaque moitié de la fente (chaque moitié étant elle-même divisée en deux), on peut effectuer le même type d’opération par paire que pour la fente entière. Et on obtient le même résultat : un nombre infini de contributions *nulles* au champ électrique en P. Tout ce que nous avons fait, c’est traiter chaque moitié de la fente de la même manière que la fente d’origine. Pour la fente entière, nous avions trouvé :

 (*m* = 0, 1, 2…)

Nous obtenons ici le même résultat, mais en remplaçant *l* par *l*/2 (puisque nous traitons la moitié de la fente à la fois) : On a donc :

 (*m* = 0, 1, 2…)

Abandonnons notre recherche de maximums, du moins pour l’instant, et voyons où nous en sommes dans notre recherche de minimums. En considérant l’ensemble de la fente divisée en deux parties, on a , qui peut s’écrire , ce qui signifie qu’il y a un minimum lorsque :



En considérant chaque moitié divisée en deux parties (soit un total de quatre parties), on a , qui peut s’écrire , ce qui signifie qu’il y a un minimum lorsque :



Si on coupe chacune des quatre parties de la fente en deux de manière à obtenir quatre paires de deux parties, chacune d’une largeur de, on a , qui peut s’écrire , ce qui signifie qu’il y a un minimum lorsque :



Si on continue de diviser chaque partie de la fente en deux et à trouver les minimums pour chaque paire adjacente, indéfiniment, on finit par trouver un minimum lorsque  est égal à n’importe quel nombre entier de longueurs d’onde.



On réécrit cette équation sous la forme suivante :

 (*m* = 1, 2, 3…) (23-1)

Mais nous n’avons toujours pas trouvé de maximums. La seule façon analytique de déterminer les angles auxquels les maximums se produisent est de procéder à une dérivation complète de l’intensité de la lumière en fonction de la position, puis de trouver mathématiquement les maximums. Bien que ce n’est pas aussi compliqué que ça semble l’être, gardons ça pour un cours d’optique et contentons-nous de dire qu’expérimentalement, les maximums se situent à   
mi-chemin (approximativement) entre les minimums. Cela s’applique également à la direction « droit devant » (0°), sauf que ce maximum, aussi appelé maximum central, se trouve exactement à mi-chemin entre les minimums voisins.

*Conditions requises pour la diffraction par une fente et l’interférence à deux fentes*

Pour qu’on puisse voir les types de patrons d’interférence présentés dans ce chapitre et le précédent, certaines conditions doivent être remplies. Par exemple, pour voir *un seul* ensemble de franges lumineuses dans l’expérience d’interférence à deux fentes, il faut que la lumière soit *monochromatique*. Le mot « monochromatique » provient du latin et signifie « d’une seule couleur ». La lumière monochromatique est une lumière à fréquence unique. La lumière strictement monochromatique est une idéalisation. En pratique, la lumière classée comme essentiellement monochromatique consiste en fait en un ensemble infini de fréquences qui sont toutes très proches de la fréquence nominale de la lumière. Nous appelons cet ensemble de fréquences une bande de fréquences. Si toutes les fréquences de l’ensemble sont effectivement très proches de la fréquence nominale de la lumière, on parle de rayonnement à bande étroite.

Si on éclaire une fente simple ou double avec une lumière composée de plusieurs longueurs d’onde discrètes (distinctes), on obtient une superposition de plusieurs patrons d’interférence/diffraction. Si on éclaire une fente simple ou double avec un continuum de différentes fréquences, on constate que les minimums de la lumière d’une longueur d’onde sont « remplis » par des maximums et/ou des oscillations d’amplitude intermédiaire de la lumière d’autres longueurs d’onde. En fonction de la largeur de la fente (et, dans le cas de l’interférence à deux fentes, de la distance entre les fentes), ainsi que des longueurs d’onde de la lumière, on peut parfois voir un spectre de couleurs sur l’écran.

Pour que le type d’interférence dont nous avons parlé se produise, la lumière doit être cohérente, en particulier, elle doit être temporellement cohérente. Bien que cela s’applique à n’importe quelle partie d’une onde, je vais en parler en termes de crêtes. Dans la lumière temporellement cohérente, une crête d’onde fait partie de la même onde que la crête d’onde précédente. Si c’est le cas pour des milliers de crêtes l’une à la suite de l’autre, on dit que la cohérence temporelle de la lumière est élevée. Si ce n’est le cas que pour une ou deux crêtes d’affilée, on dit que la cohérence temporelle de la lumière est faible. Autrement dit, la lumière composée d’une multitude de petites impulsions d’ondes est temporellement incohérente, tandis que la lumière composée de longues ondes continues est temporellement cohérente. La longue onde continue peut être appelée « train d’ondes ». En termes de trains d’ondes, la lumière temporellement incohérente est constituée de nombreux trains d’ondes courts, tandis que la lumière temporellement cohérente est constituée d’un nombre relativement faible de longs trains d’ondes. Les types d’interférence que nous avons vus impliquent qu’une partie d’une onde passant à travers une ou plusieurs fentes dans un masque interfère avec une autre partie de la même onde passant à travers le même masque à un moment ultérieur. Pour que cette dernière fasse effectivement partie de la *même onde*, la lumière doit être constituée de longs trains d’ondes, c’est-à-dire être temporellement cohérente. Or, si la crête d’onde qui suit une crête d’onde donnée ne fait pas partie de la même onde, la distance d’une crête d’onde à la suivante variera pour les différentes crêtes. Autrement dit, les longueurs d’onde sont différentes, et les fréquences aussi. La lumière n’est donc pas monochromatique. Dans les circonstances inverses, la lumière est monochromatique. La lumière monochromatique est donc temporellement cohérente.

L’autre condition est que la lumière soit spatialement cohérente. Dans le contexte de la lumière normalement incidente sur un masque plan, cela signifie que les fronts d’onde doivent être plans et qu’ils doivent être perpendiculaires à la direction dans laquelle la lumière se déplace. Par exemple, dans le cas de l’interférence à deux fentes, la cohérence spatiale signifie que la lumière à une fente est bel et bien en phase avec la lumière à l’autre fente. Dans le cas de la diffraction par une seule fente, la cohérence spatiale signifie que la lumière passant par la moitié droite de la fente est en phase avec la lumière passant par la moitié gauche de la fente.

# 24 Interférence dans une pellicule mince

Comme le nom et le contexte l’indiquent, l’interférence dans une pellicule mince est un autre phénomène d’interférence de la lumière. Voici l’image, vue du dessus :

Ondes planes entrantes de lumière monochromatique

*n*1

*n*2

*n*3

Il y a trois milieux transparents en jeu : les milieux 1, 2 et 3, ayant respectivement pour indice de réfraction *n*1 , *n*2 et *n*3 . (En général, un milieu est composé de matière, mais dans ce contexte, le vide est également considéré comme un milieu. L’indice de réfraction *n* d’un milieu est le rapport entre la vitesse de la lumière dans le vide et la vitesse de la lumière dans ce milieu.) Pour que le phénomène que nous abordons puisse se produire, on peut avoir *n*1 = *n*3 ou non, mais il faut absolument que *n*2 soit différent de *n*1 et de *n*3. Le milieu 2 est la pellicule mince. Pour qu’il y ait de l’interférence dans la pellicule mince, l’épaisseur du milieu 2 doit être de l’ordre de la longueur d’onde de la lumière. (L’épaisseur maximale effective pour laquelle l’interférence dans une pellicule mince peut se produire dépend de la cohérence de la lumière.)

Voici ce qu’il en est : dans la plupart des circonstances, lorsque la lumière rencontre une interface lisse entre deux milieux transparents, une partie de la lumière passe à travers (transmission) et une autre partie rebondit (réflexion). Dans la configuration de pellicule mince à trois milieux transparents représentée ci-dessus, pour certaines épaisseurs de la pellicule mince (milieu 2), toute la lumière peut être réfléchie, tandis que pour certaines autres épaisseurs, toute la lumière peut être transmise. On observe ce phénomène dans les bulles de savon et, parfois, en regardant les flaques d’eau sur la route (lorsqu’il y a une fine couche d’huile sur l’eau). C’est ce phénomène qu’on utilise lorsqu’on applique une fine pellicule d’une substance transparente sur des lentilles, telles que des lentilles d’appareils photo et de jumelles. Cette pellicule est d’une épaisseur tout juste suffisante pour maximiser la transmission.

Vu les situations dans lesquelles elle se produit, il devrait être clair que la lumière n’a pas à être monochromatique pour que l’interférence dans une pellicule mince se produise. Cependant, je vais en parler en termes de lumière monochromatique pour bien faire comprendre l’idée. Les concepts vus pour la lumière monochromatique peuvent s’appliquer à la lumière blanche (un mélange de toutes les fréquences visibles) pour répondre à des questions comme « Quelle longueur d’onde de la lumière blanche incidente subira une réflexion maximale? » La réponse permet de comprendre l’arc-en-ciel de couleurs que l’on peut voir à la surface d’une flaque d’eau en plein jour. On place une pellicule d’essence transparente sur une flaque d’eau transparente, et l’interférence de la pellicule mince entraîne une interférence constructive maximale de la lumière réfléchie à certaines longueurs d’onde.

De par votre expérience des bulles de savon et des flaques d’eau, vous savez que la lumière n’a pas à être normalement incidente sur l’interface entre deux milieux transparents pour qu’il y ait de l’interférence dans une pellicule mince. Cependant, comme l’analyse est plus facile dans le cas d’une incidence normale, je vais m’en tenir à ce scénario dans ce chapitre.

Ondes planes entrantes de lumière monochromatique

*n*1

*n*2

*n*3

Avant ↑

Droite →

← Gauche

Voici l’idée : en traversant une pellicule mince transparente, la lumière rencontre deux interfaces, l’interface *n*1*-n*2 et l’interface *n*2*-n*3. À chaque interface, une partie de la lumière est transmise, et une autre partie est réfléchie. On peut dire tout ce qu’il y a à dire sur l’interférence dans les pellicules minces en parlant simplement de la lumière réfléchie. Ce qui se produit, c’est que la lumière réfléchie par la deuxième interface interfère avec la lumière réfléchie par la première interface. On peut considérer que la lumière réfléchie provient de deux sources situées à deux positions distinctes, l’une étant l’interface *n*1*-n*2, et l’autre, l’interface *n*2-*n*3. Mais il y a une différence de phase fixe entre la lumière provenant des deux sources, puisque la lumière faisait à l’origine partie d’une seule et même source de lumière incidente et que la lumière réfléchie par la deuxième interface parcourt une plus grande distance que la lumière réfléchie par la première interface pour revenir à la même position. Si vous vous imaginez que, lorsque cette distance supplémentaire est d’une longueur d’onde, l’interférence de la lumière réfléchie est constructive et que, lorsqu’elle est d’une demi-longueur d’onde,elle est destructive, vous avez tout à fait raison. Cependant, il y a deux complications à prendre en compte.

La première concerne l’inversion de phase lors de la réflexion. Considérons une interface unique (oublions la pellicule mince pour le moment) entre deux milieux transparents. Supposons que la lumière soit incidente sur l’interface. Appelons *n*1 l’indice de réfraction du milieu dans lequel la lumière se déplace initialement et *n*2 l’indice de réfraction du milieu dans lequel la lumière transmise se déplace. Expérimentalement, on constate que si *n*2 > *n*1, la lumière réfléchit subit une inversion de phase, mais que si *n*2 < *n*1, la lumière réfléchit ne subit pas de changement de phase.

Droite →

*n*2

*n*1

Ondes planes entrantes de lumière monochromatique

Avant ↑

← Gauche

Qu’entend-on par inversion de phase? Imaginez la crête d’une vague arrivant à l’interface. Plus précisément, supposons que le champ électrique oscille verticalement (dans le schéma, en entrant et en sortant de la page) de sorte qu’à l’instant considéré, à l’interface, il y a un vecteur de champ électrique maximal vers le haut qui se déplace vers l’avant. Un temps infinitésimal *dt* plus tard, on trouve un vecteur de champ électrique maximal vers le haut qui se déplace vers l’avant en un point **2 *dt* en avant de l’interface. Si *n*2 > *n*1 (condition d’inversion de phase remplie), alors, au même instant (*dt,* après que le vecteur de champ électrique maximal vers le haut qui se déplace vers l’avant a touché l’interface), il y a un vecteur de champ électrique maximal dirigé *vers le bas*, qui se déplace vers l’arrière, en un point **1 *dt* derrière l’interface. Voilà ce que nous entendons par inversion de phase. Un vecteur de champ électrique incident pointant dans une direction rebondit sur l’interface et produit un vecteur de champ électrique pointant dans le sens opposé. S’il n’y a *pas d’inversion de phase*, à l’instant spécifié, le vecteur de champ électrique maximal qui se déplace vers l’arrière sera dirigé *vers le haut* en un point**1 *dt* derrière l’interface. Sans inversion de phase, le vecteur de champ électrique pointant dans une direction rebondit sur l’interface et produit un vecteur de champ électrique pointant dans le même sens.

Revenons maintenant à notre pellicule mince :

Ondes planes entrantes de lumière monochromatique

*n*1

*n*2

*n*3

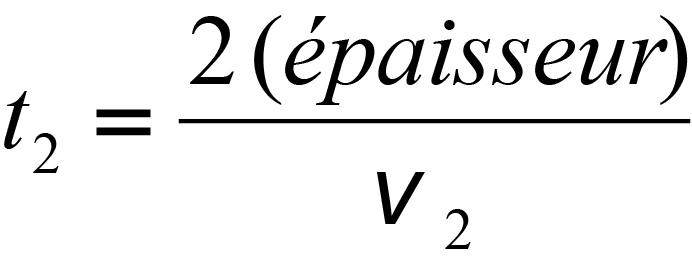
Avant ↑

Droite →

← Gauche

Rappelons que pour revenir à un point donné de l’espace, la lumière réfléchie à la deuxième interface (entre les milieux 2 et 3) parcourt une plus grande distance que la lumière réfléchie à la première interface (entre les milieux 1 et 2). Nous avons émis l’hypothèse que si la différence de trajectoire était d’une demi-longueur d’onde, la lumière provenant des deux « sources » interférerait de manière destructive, mais que si elle était d’une longueur d’onde complète, l’interférence serait constructive. Si *aucune* des deux surfaces ne produit d’inversion de phase (parce que *n*2 < *n*1 et *n*3 < *n*2), ou si *les deux surfaces* produisent une inversion de phase (parce que *n*2 > *n*1 et *n*3 > *n*2), notre hypothèse reste valable. Cependant, s’il y a une inversion de phase à l’une des interfaces mais pas à l’autre (*n*2 > *n*1 mais *n*3 < *n*2, ou *n*3 > *n*2 mais *n*2 < *n*1), alors la situation est inversée. Une différence de trajectoire d’une longueur d’onde entraînerait l’interférence d’une crête avec une « crête qui, lors de la réflexion, se transforme en creux », soit de l’interférence destructive. Et une différence de trajectoire d’une *demi-longueur d’onde* entraînerait l’interférence d’une crête avec un « creux qui, lors de la réflexion, se transforme en crête », soit de l’interférence constructive. Bon, nous avons réglé le cas de l’inversion de phase. Il nous reste encore une complication à gérer. En fait, la lumière qui rebondit sur la *deuxième* interface ne parcourt pas seulement une plus grande distance : comme elle est dans un milieu différent, elle parcourt cette distance supplémentaire à *une vitesse différente*. Voyons ce que ça implique.

Le phénomène vaut pour toutes les parties de l’onde. Je vais me concentrer ici sur les crêtes, simplement parce que je les trouve plus faciles à suivre. Et pour le moment, je vais seulement regarder le cas de l’interférence constructive sans inversion de phase. Considérons l’instant où une crête de l’onde incidente se déplaçant vers l’avant arrive à la première interface. La crête de l’onde transmise traverse l’interface, se déplace dans le deuxième milieu à la vitesse ** 2 =  *c*/*n*2, rebondit sur l’interface avec le troisième milieu et retourne dans le deuxième milieu, achevant son aller-retour (d’une distance égale à deux fois l’épaisseur du deuxième milieu) à travers le deuxième milieu en un temps

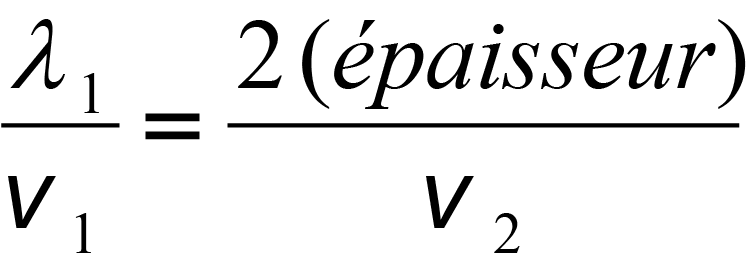


Pendant ce temps, la crête suivante de l’onde incidente se déplace vers l’avant à la vitesse ** 1 =  *c*/*n*1. Elle arrive l’interface entre les milieux 1 et 2 à l’instant

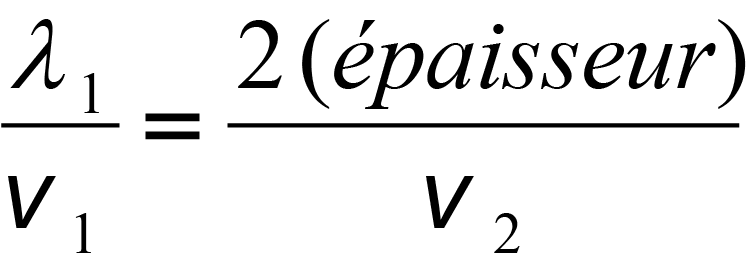
où *λ*1 est la longueur d’onde de la lumière dans le milieu 1. (Rappelez-vous que la source établit la fréquence de la lumière, et que *la fréquence est constante*. Comme **  = *λ *, c’est la *longueur d’onde* qui dépend de la vitesse de l’onde dans le milieu dans lequel elle se déplace.) Pour que l’interférence soit constructive (dans des conditions sans inversion de phase), il faut que :

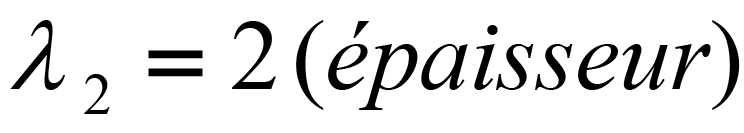
*t*1 = *t*2

ce qui, à partir des expressions pour *t*1 et *t*2 ci-dessus, peut s’écrire comme suit :

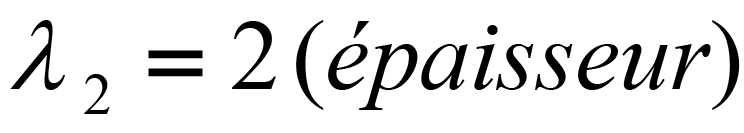


En insérant ** 1 = *λ* 1** et ** 2 = *λ* 2**, on obtient :





Je vais laisser le résultat sous cette forme parce que le double de l’épaisseur de la pellicule mince est égal à la différence de trajectoire. D’après cette équation, il y aura donc, dans des conditions sans inversion de phase, la lumière réfléchie par les deux interfaces produira de l’interférence constructive lorsque la longueur d’onde de la lumière dans la pellicule mince est égale à la différence de trajectoire. Évidemment, si la différence de trajectoire vaut 2*λ* 2, 3*λ* 2, 4*λ* 2, etc., il y aura également de l’interférence constructive. Nous pouvons noter ce constat comme suit :

 (*m* = 1,2,3…) (24-1)

où :

*m* est un nombre entier,

*λ* 2 est la longueur d’onde de la lumière dans la pellicule mince, et

*épaisseur* est l’épaisseur de la pellicule mince.

Cette condition s’applique également à l’interférence constructive maximale lorsque l’inversion   
de phase se produit aux deux interfaces. Cependant, cette condition produit de l’interférence complètement *destructive* de la lumière réfléchie lorsqu’il y a inversion de phase à une seule interface.

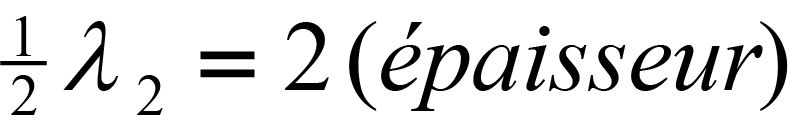
On peut exprimer la longueur d’onde de la lumière dans la pellicule *λ* 2 en termes de la longueur d’onde *λ* 1 dans le milieu initial en comparant les deux expressions pour la fréquence. Puisque ** 1 = *λ* 1**, on a ** =** 1/*λ* 1. Et comme *n*1 = *c* /** 1, on a ** 1 = *c* / *n*1. En remplaçant ** 1 dans ** =** 1/*λ* 1 par *c* / *n*1, on obtient . De la même manière, on constate que ** peut s’exprimer comme . En comparant les deux expressions de ** , on obtient :



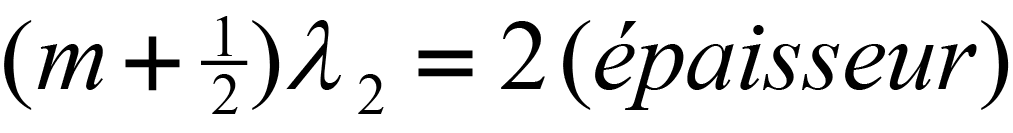
ce qui peut s’écrire :

 (24-2)

Pour obtenir un maximum lorsqu’il y a inversion de phase à une seule interface, il faut que la différence de trajectoire (deux fois l’épaisseur) soit *la moitié* d’une longueur d’onde dans la pellicule,



ou une moitié de longueur d’onde plus un nombre entier de longueurs d’onde :

 (*m* = 1,2,3…) (24-3)

Cette condition produit également de l’interférence totalement destructive en l’absence d’inversion de phase, ou si l’inversion de phase se produit aux deux interfaces. C’est exactement ce que nous voulons pour un objectif d’appareil photo utilisé dans l’air (*n*1 = 1,00). Prenons une pellicule de *plastique* transparent à l’indice de réfraction *n*2 = 1,3. Voyons maintenant la *longueur d’onde* que la lumière du milieu du spectre visible (c’est-à-dire, de la lumière verte) aurait dans ce milieu. Appliquons un revêtement de plastique, d’une épaisseur égale au quart de la longueur d’onde, sur une lentille en verre ayant un indice de réfraction *n*3 = 1,5 (notez qu’il y a une inversion de phase aux deux interfaces). Avec ce revêtement, la lentille ne reflète aucune lumière de la longueur d’onde spécifiée normalement incidente sur la lentille (et une quantité réduite de lumière de longueurs d’onde voisines). Autrement dit, elle transmet une plus grande partie de lumière qu’elle ne le ferait sans le revêtement. C’est l’effet recherché.

# 25 Polarisation

La direction de polarisation de la lumière correspond aux deux directions ou à l’une des deux directions dans lesquelles le champ électrique oscille. Pour la lumière complètement polarisée, il y a toujours deux directions que l’on peut appeler la direction de polarisation. Si on en spécifie une seule, la direction exactement opposée est aussi une direction de polarisation. Autrement dit, en spécifiant une seule direction de polarisation, en fait, on spécifie les deux. Par exemple, pour la lumière qui se déplace en ligne droite vers le bas près de la surface de la Terre, si la direction de polarisation est orientée à 15° sur une boussole, cela signifie sans ambiguïté que le champ électrique oscille de manière à pointer tantôt à 15°, tantôt à 195° (15° à l’ouest du sud).

Nord

Ouest

*E*

15°

Est



*E*

Sud

La *lumière polarisée aléatoirement,* c’est-à-dire la *lumière non polarisée*, présente des oscillations du champ électrique dans toutes les directions perpendiculaires à la direction de propagation de la lumière. Ce type de lumière est souvent représenté, vu de l’arrière (l’avant étant la direction de propagation de la lumière), comme suit :

Lumière non polarisée, ou lumière polarisée aléatoirement

Un rayon de lumière entrant dans la page et polarisé verticalement est généralement représenté comme ceci :

Lumière polarisée verticalement

où la direction de propagation est « dans la page », et le haut est « vers le haut de la page ». À un point donné où passe la lumière, le champ électrique oscillera de haut en bas dans le temps : maximum vers le haut, diminution jusqu’à zéro, augmentation vers le bas, maximum vers le bas, diminution jusqu’à zéro, augmentation vers le haut, maximum vers le haut, et ainsi de suite. Le schéma représentant la polarisation indique les directions que le champ électrique peut prendre pendant ces oscillations. Il ne signifie en aucun cas que le champ électrique pointe dans deux directions en même temps.

Si on dit que de la lumière entrant dans la page est polarisée à 30° par rapport à la verticale, il y a deux possibilités :

30°

30°

ou

Si la polarisation est aussi ambiguë dans un énoncé de problème, c’est que la réponse est la même dans les deux cas; vous pouvez choisir n’importe laquelle des deux directions de polarisation et l’utiliser pour faire votre démarche.

En revanche, si on dit que de la lumière entrant dans la page est polarisée, de votre point de vue, à 30° dans le sens des aiguilles d’une montre par rapport à la verticale, il n’y a plus d’ambiguïté :

30°

30°

*Polariseurs*

On peut fabriquer des feuilles de plastique qui polarisent la lumière qui les traverse. On appelle ces feuilles de plastique des polariseurs. En pratique la lumière est généralement dirigée perpendiculairement au polariseur. Autrement dit, on fait en sorte que la lumière incidente soit normale au plan du polariseur.

Schématiquement, on représente généralement les polariseurs par des rectangles ou des cercles remplis de segments de lignes parallèles.

L’orientation des lignes est appelée direction de polarisation du polariseur. L’effet d’un polariseur est de laisser passer (ou transmettre) la lumière polarisée dans la même direction que sa direction de polarisation et de bloquer (absorber ou réfléchir) la lumière polarisée perpendiculairement à sa direction de polarisation.

La direction de polarisation du polariseur rectangulaire représenté ci-dessus est verticale. Il laisse donc passer la lumière polarisée verticalement et bloque la lumière polarisée horizontalement.

L’échantillon de matériau polarisant en forme de cercle représenté ci-dessus est un polariseur horizontal. Il laisse donc passer la lumière polarisée horizontalement et bloque la lumière polarisée verticalement.

Lorsque de la lumière non polarisée (autrement dit, de la lumière polarisée aléatoirement) est normalement incidente sur un polariseur, la moitié de la lumière passe à travers du polariseur. Ainsi, si l’intensité de la lumière entrante est *I*0, l’intensité de la lumière transmise, appelons-la *I*1, est donnée par :

 (25-1)

Pour de la lumière totalement non polarisée, les vecteurs de champ électrique oscillent dans toutes les directions perpendiculaires à la direction de propagation. Mais ces vecteurs de champ électrique sont, comme leur nom l’indique, des vecteurs. On peut donc les décomposer en deux composantes : une dans la direction de polarisation du polariseur, et l’autre perpendiculaire à la direction de polarisation du polariseur. Le polariseur laissera passer toutes les composantes qui se trouvent dans la direction de sa polarisation et bloquera toutes les composantes perpendiculaires. Pour la lumière totalement non polarisée, quelle que soit la direction de polarisation du polariseur, si on décompose tous les vecteurs de champ électrique en composantes parallèles et perpendiculaires à la direction de polarisation du polariseur et que l’on additionne toutes les composantes parallèles, puis que l’on additionne séparément toutes les composantes perpendiculaires, les deux résultats auront la même grandeur. Autrement dit, on peut considérer la lumière complètement non polarisée comme étant composée de deux moitiés : une moitié polarisée *parallèlement* à la direction de polarisation du polariseur, et une moitié polarisée *perpendiculairement* à la direction de polarisation du polariseur. La moitié polarisée parallèlement à la direction de polarisation du polariseur traverse le polariseur, l’autre moitié ne le traverse pas.

Lumière non polarisée s’éloignant de vous

*θ*P

*θ*P

… est normalement incidente sur un polarisateur dont la direction de polarisation forme un angle *θ*P avec la verticale…

… la lumière transmise est polarisée dans la direction de polarisation du polarisateur et a une intensité *I*1 = *I*0.

Lorsqu de la lumière complètement non polarisée d’intensité *I*0 …

Notez que l’effet d’un polariseur sur l’intensité de la lumière non polarisée normalement incidente ne dépend pas de son orientation. Quelle qu’elle soit, on obtient la même intensité  de lumière transmise.

Supposons maintenant que la lumière est, pour une raison quelconque, *déjà polarisée*. Lorsque de la lumière polarisée est normalement incidente sur un polariseur, l’intensité de la lumière transmise *dépend* de la direction de polarisation du polariseur (par rapport à celle de la lumière incidente). Supposons, par exemple, que la lumière incidente

*θ*

soit polarisée à un angle *θ* par rapport à la direction de polarisation du polariseur.

Avant qu’il atteigne le polariseur, le vecteur décrivant l’amplitude des oscillations du champ électrique

*E*

peut être décomposé en une composante parallèle à la direction de polarisation du polariseur et une composante perpendiculaire.

*θ*

***E* = *E* cos*θ***

*E*

***E* = *E* sin*θ***

*θ*

***E* = *E* cos*θ***

*E*

***E* = *E* sin*θ***

*θ*

La composante parallèle ***E* = *E* cos*θ*** traverse le polarisateur, alors que la composante perpendiculaire ne le traverse pas.

L’intensité de la lumière polarisée est proportionnelle au carré de l’amplitude des oscillations du champ électrique. On peut donc exprimer l’intensité de la *lumière incidente* comme suit :

*I*0 = (*constante*) *E* 2

et l’intensité de la *lumière transmise* comme suit :

*I*1 = (*constante*) *E*2

*I*1 = (*constante*) (*E* cos*θ* )2

*I*1 = (*constante*) *E* 2 (cos*θ* )2

*I*1 = *I*0 (cos*θ* )2 (25-2)

En résumé :

*θ*

*θ*P

… la lumière transmise est polarisée dans la direction de polarisation du polariseur et a une intensité *I*1 = *I*0 (cos*θ* )2.

… est normalement incidente sur un polarisateur dont la direction de polarisation forme un angle *θ*P avec la direction de polarisation de la lumière…

Lumière polarisée s’éloignant de vous

Lorsque de la lumière   
polarisée d’intensité *I*0 …

# 26 Optique géométrique et réflexion

Nous allons maintenant aborder une branche de l’optique appelée optique géométrique ou, plus rarement, optique des rayons. Elle s’applique dans les cas où les dimensions des objets (et des ouvertures) avec lesquels la lumière interagit sont si grandes qu’elles rendent les effets de la diffraction négligeables. En optique géométrique, on considère que la lumière est constituée d’un ensemble infini de faisceaux lumineux étroits, appelés *rayons lumineux*, ou simplement rayons, qui se déplacent dans le vide ou dans des milieux transparents en suivant des trajectoires rectilignes. Lorsqu’un rayon lumineux rencontre la surface d’un miroir, ou l’interface entre le milieu transparent dans lequel il se déplace et un autre milieu transparent, le rayon change subitement de direction, après quoi il se déplace le long d’une nouvelle trajectoire rectiligne.

Dans le modèle d’optique géométrique de la lumière, nous voyons la lumière émise par les sources lumineuses parce qu’elle pénètre dans nos yeux. Prenons l’exemple d’une chandelle.

Chaque point de la flamme de la chandelle émet des rayons lumineux dans toutes les directions.

Bien que le schéma précédent donne une idée de ce dont on parle, il n’est pas complet. Pour mieux comprendre ce qui se passe, je vous demande d’examiner le schéma ci-dessous, de vous en faire une image dans votre esprit et d’ajouter à cette image les détails suivants :

1. Tout d’abord, vous devez vous imaginer qu’il s’agit d’une véritable chandelle en *trois dimensions*. L’ensemble de rayons représentés par des flèches dont les pointes forment un cercle devient un ensemble de rayons représentés par des flèches dont les pointes forment une *sphère*. Ainsi, en plus des rayons qui vont (à différents angles) vers le haut, vers le bas et sur les côtés, il y a des rayons qui s’éloignent de vous et d’autres qui se dirigent vers vous (à différents angles).

2. Je vous invite maintenant à ajouter d’autres rayons à l’image que vous avez en tête. J’en ai représenté 16 dans le schéma. Puisque votre image mentale est maintenant en trois dimensions, vous devriez en imaginer environ 120. En fait, vous devriez en imaginer une infinité.

3. Dans le schéma original, j’ai montré des rayons provenant uniquement de la pointe de la flamme. À ce stade, il y a un nombre infini de rayons provenant de la pointe de la flamme. Imaginez que c’est le cas pour chaque point de la flamme, et non pas seulement pour la pointe. Par souci de simplicité, dans votre image mentale, faites en sorte que la flamme de la chandelle soit un solide opaque plutôt que gazeux, pour qu’on puisse considérer que tous nos rayons proviennent de points situés à la surface de la flamme. Ne tenez pas compte des rayons dirigés vers la flamme elle-même (ne les incluez pas dans votre image mentale). Vous devriez maintenant avoir un nombre infini de rayons provenant de l’infinité de points constituant la surface de la flamme.

4. Pour cette étape, nous allons nous concentrer sur l’environnement. Si vous lisez ceci dans une pièce où il est interdit d’allumer une chandelle, déplacez votre chandelle mentale sur la table de la salle à manger de votre maison, ou remplacez-la par une de ces fausses chandelles électriques qui servent de décorations de Noël. Maintenant, projetez chacun des rayons de votre image mentale jusqu’au point où ils se heurtent à quelque chose. *Terminez* chaque rayon à l’endroit où il se heurte à quelque chose. (Un rayon qui se heurte à une surface non brillante rebondit dans toutes les directions [réflexion diffuse]. Ainsi, chaque rayon qui se heurte à une surface non brillante crée un ensemble infini de rayons provenant du point d’impact. Un rayon qui se heurte à des surfaces parfaitement brillantes continue sa route comme un seul rayon dans une nouvelle direction particulière [réflexion spéculaire]. Pour éviter d’encombrer votre image, omettons tous les rayons réfléchis de l’image que vous avez en tête.)

Si vous avez suivi les étapes 1 à 4 ci-dessus, vous avez en tête l’image du modèle d’optique géométrique de la lumière émise par une source lumineuse. Lorsque vous vous tenez dans une pièce où se trouve une chandelle comme celle dont nous avons parlé, vous pouvez dire où elle se trouve (dans quelle direction et à quelle distance – vous ne pourrez peut-être pas donner des valeurs très précises, mais vous pourrez dire où elle se trouve) en la regardant. Lorsque vous la regardez, chaque partie de la surface de la flamme émet un nombre infini de rayons qui pénètrent dans vos yeux. Ce qui est étonnant, c’est le peu de rayons requis pour déterminer, par exemple, où se trouve la pointe de la flamme. Sur l’infinité de rayons à votre disposition, il n’en faut que deux! Pensez à ce que vous pouvez découvrir à partir d’un seul rayon pénétrant dans votre œil :

1

À partir d’un seul de cette infinité de rayons, vous pouvez déduire la direction de la pointe de la flamme par rapport à vous. Autrement dit, vous pouvez dire que la pointe de la flamme se trouve quelque part sur le segment de droite qui contient le rayon pénétrant dans votre œil et qui se termine là où se trouve votre œil.

Le rayon 1 indique que la pointe de la flamme se trouve quelque part le long de cette ligne.

1

2

À partir de l’autre rayon, le rayon 2 dans le schéma de droite, vous pouvez déduire que la pointe de la flamme doit se trouver quelque part le long d’une autre ligne.

Le rayon 1 indique que la pointe de la flamme se trouve quelque part le long de cette ligne.

Le rayon 2 indique que la pointe de la flamme se trouve quelque part le long de cette ligne.

1

2

Il n’y a qu’un seul point dans l’espace qui soit à la fois « quelque part le long de la ligne 1 » et « quelque part le long de la ligne 2 ». Ce point unique est, bien sûr, le point où les deux lignes se croisent. Les yeux et le cerveau forment un système étonnant. Lorsqu’on regarde quelque chose, ce système effectue automatiquement le processus de « remonter jusqu’à l’intersection » pour déterminer à quelle distance se trouve cette chose. Encore une fois, vous ne pourrez peut-être pas me dire à combien de centimètres se trouve la chandelle, par exemple, mais vous savez à quelle distance elle se trouve, puisque vous *sauriez* avec quelle force lancer un objet pour toucher la chandelle[[26]](#footnote-26).

Ce traçage de rayons pour voir d’où ils viennent constitue l’essence de l’optique géométrique.

Retournons à notre chandelle pour voir ce processus un peu plus en détail. Supposons qu’au moment de déterminer l’emplacement de la pointe de la flamme de la chandelle, vous disposiez déjà de quelques informations supplémentaires sur la chandelle. Par exemple, vous savez que les rayons proviennent de l’extrémité supérieure de la chandelle, que le bas de la chandelle se trouve sur le plan de la surface de votre table de salle à manger et que la chandelle est verticale. Supposons également que la chandelle est si mince que son étendue horizontale dans l’espace ne nous intéresse pas. On peut donc la considérer comme un segment de ligne mince doté d’un sommet (la pointe de la chandelle) et d’une base (le point d’appui de la chandelle sur la table). L’intersection du plan de la surface de la table avec le plan des deux rayons est une ligne, et d’après les informations dont nous disposons, le bas de la chandelle se trouve sur cette ligne.

Le rayon 1 indique que la pointe de la flamme se trouve quelque part le long de cette ligne.

Le rayon 2 indique que la pointe de la flamme se trouve quelque part le long de cette ligne.

1

2

Des sources fiables mais anonymes nous indiquent que le bas de la chandelle se trouve sur cette ligne et que la chandelle est verticale.

Grâce aux informations tirées des rayons, on peut dessiner la chandelle (mince) sur notre schéma et, à partir du schéma, déterminer des éléments comme la hauteur, la position et l’orientation de la chandelle (si elle est à l’envers [inversée] ou à l’endroit [droite]). Dans le schéma, je vais représenter la chandelle comme une flèche. Outre le fait que c’est la convention que de dessiner les objets dans les schémas de rayons sous forme de flèches, on utilise une flèche pour représenter la chandelle afin d’éviter de donner l’impression que nous avons pu tirer d’autres informations sur la chandelle (diamètre, hauteur de la flamme, etc.) à partir des faits limités dont nous disposons qu’on ne le pourrait. (Nous ne pouvons déterminer que la hauteur, la position et l’orientation.)

1

2

La méthode de traçage de l’origine utilisée pour localiser la pointe de la flamme de la chandelle fonctionne pour n’importe quelle paire de rayons parmi l’infinité de rayons émis par la pointe de la flamme de la chandelle. Tous les rayons proviennent du même point et suivent des trajectoires différentes; autrement dit, ils divergent de la pointe de la flamme de la chandelle. La méthode de traçage de l’origine permet de déterminer le point à partir duquel les rayons divergent.

Avec des lentilles et des miroirs, on peut rediriger simultanément une infinité de rayons de lumière de manière à tromper le cerveau qui applique la méthode de traçage de l’origine pour lui faire percevoir le point d’origine comme étant un endroit autre que celui où se trouve l’objet. Pour ce faire, il suffit de rediriger les rayons de manière à ce qu’ils divergent depuis un endroit *autre* que leur point d’origine. Cet autre point, à partir duquel les rayons semblent diverger (en raison de la redirection des rayons par les miroirs et les lentilles), est appelé l’*image* du point de l’objet d’où provient réellement la lumière.

*Loi de la réflexion*

J’ai mentionné la réflexion spéculaire plus haut. Dans la réflexion spéculaire, un rayon de lumière voyageant le long d’une trajectoire rectiligne frappe une surface lisse et brillante et poursuit sa route le long d’une nouvelle trajectoire rectiligne. L’adoption de la nouvelle trajectoire, sur la surface lisse et brillante, par le rayon incident est appelée réflexion. Le long de cette nouvelle trajectoire, le rayon est appelé rayon réfléchi. La surface lisse et brillante est généralement appelée miroir. La loi de la réflexion, dérivée expérimentalement initialement, puis, par Huygens, grâce au principe qui porte aujourd’hui son nom, dit que *l’angle formé par le rayon réfléchi avec une ligne imaginaire perpendiculaire au miroir qui passe par le point où le rayon incident frappe le miroir est égal à l’angle formé par le rayon incident avec la même ligne imaginaire*. Le point où le rayon incident frappe le miroir est appelé *point d’incidence*. La ligne imaginaire perpendiculaire à la surface du miroir qui passe par le point d’incidence est appelée *la normale*. L’angle formé par le rayon incident avec la normale est appelé *angle d’incidence θ*I.. L’angle formé par le rayon réfléchi avec la normale est appelé *angle de réflexion θ*R. Avec ces termes, la loi de la réflexion peut s’énoncer comme suit : L’angle de réflexion *θ*R est égal à l’angle d’incidence *θ*I .

*Normale*

*θ*R

*θ*I

*La loi de la réflexion dit que θ*R = *θ*I .

*Rayon réfléchi*

*Rayon incident*

*Optique géométrique du miroir plan*

Appliquons nos méthodes de traçage de rayons au cas d’un objet placé devant un miroir plan afin de déterminer la position de l’image de cet objet. Voici la configuration :

Plan du miroir

Hauteur de l’objet *h*

*h*

*o*

Axe principal du miroir

Miroir

Un objet de hauteur *h* est placé à une distance *o* du plan du miroir. On le représente par une flèche. La queue de la flèche se trouve sur une ligne de référence perpendiculaire au plan du miroir. J’appelle cette ligne de référence l’axe principal du miroir. Le plan du miroir est le plan infini qui contient la surface du miroir.

Nous allons utiliser la méthode des rayons principaux pour déterminer la position de l’image de l’objet. Dans cette méthode, on ne considère que quelques rayons incidents pour lesquels les rayons réfléchis sont particulièrement faciles à déterminer. Expérimentalement, on constate que la position de l’image est indépendante de la taille du miroir. On considère donc que le miroir est aussi grand qu’il doit l’être pour que les rayons principaux l’atteignent. En particulier, si un rayon principal semble ne pas atteindre le miroir dans notre schéma, on considère qu’il est néanmoins réfléchi sur le plan du miroir. Dans le cas présent, le rayon principal I s’approche du plan du miroir le long d’une ligne parallèle à l’axe principal du miroir.

Selon la loi de la réflexion, le rayon principal I est directement réfléchi sur lui-même, comme le montre le schéma suivant :

I

*o*

*h*

I

*h*

*o*

Grâce à la méthode du traçage de l’origine, on sait que la pointe de l’objet se trouve quelque part le long de cette ligne.

Le rayon principal II frappe le miroir à l’intersection entre l’axe principal du miroir et le miroir. Conformément à la loi de la réflexion, et comme l’axe principal du miroir est la normale, le rayon réfléchi et le rayon incident forment le même angle avec l’axe principal.

I

*h*

*h′*

II

*θ ′*

*θ*I

*θ*R = *θ*I

*i*

*o*

En traçant l’origine du deuxième rayon réfléchi jusqu’à son intersection avec la ligne du premier rayon réfléchi, on obtient la position de l’image de la pointe de la flèche. J’ai dessiné l’image de la flèche de manière à ce qu’elle soit perpendiculaire à l’axe principal du miroir. La question est maintenant la suivante : quelle est la hauteur *h′* de l’image et quelle est la distance de l’image par rapport au plan du miroir? Eh bien, la hauteur de l’image *h′* est la distance entre les deux mêmes lignes parallèles que celles donnant la hauteur de l’objet *h*. Donc, *h*′ = *h*. Puisque les angles verticaux sont égaux, *θ* ′ dans le schéma ci-dessus est égal à *θ*R, qui est égal à *θ*I d’après la loi de la réflexion. Ainsi, le triangle rectangle de côté *h′* et d’angle *θ* ′ est congru au triangle de hauteur *h* et d’angle *θ*I. Par conséquent, comme les côtés correspondants des triangles congrus sont égaux, on sait que *i* = *o*. La distance de l’image, à partir du plan du miroir, est donc égale à la distance de l’objet

# 27 Réfraction, dispersion et réflexion interne

Dans notre étude de l’interférence dans des pellicules minces, nous avons vu que lorsque la lumière rencontre une interface lisse entre deux milieux transparents, une partie de la lumière est transmise, et une autre est réfléchie Nous avons limité la discussion au cas de l’incidence normale. (Rappelons que *normal* signifie *perpendiculaire à* et que l’incidence normale désigne le cas où la direction dans laquelle la lumière se déplace est perpendiculaire à l’interface.) Examinons maintenant le cas où la lumière n’est *pas* normalement incidente sur l’interface lisse entre deux milieux transparents. Voici une représentation « nette » de ce dont je parle :

*n*1

*n*2

*θ*2

*θ*1

*θ*R

et en voici une encombrée de légendes avec les termes à maîtriser :

*Rayon transmis (rayon réfracté)*

Indice de réfraction du milieu dans lequel la lumière se déplace après avoir traversé l’interface

*Trajectoire droit devant*

Indice de réfraction du milieu dans lequel la lumière se déplace initialement

*Normale*

Angle de réfraction

*θ*2

*n*2

*n*1

*θ*R

*θ*1

Rayon réfracté à *θ*R = *θ*1

conformément à la

**loi de la réflexion**

*Rayon*

*incident*

Interface entre les deux milieux transparents.

Angle d’incidence

Angle de réflexion

*Normale*

Comme pour l’incidence normale, une partie de la lumière est réfléchie et une autre est transmise à travers l’interface. Nous nous intéressons ici à la lumière qui traverse l’interface.

*n*1

*n*2

*θ*2

*θ*1

Expérimentalement, on constate que la lumière transmise se déplace le long d’une ligne droite différente de celle du rayon incident. Ainsi, le rayon transmis forme un angle avec la normale *θ*2 différent de l’angle *θ*1 formé par le rayon incident avec la normale.

Le phénomène par lequel le rayon transmis est dévié à l’interface entre deux milieux transparents est appelé *réfraction*. Le rayon transmis est généralement appelé *rayon réfracté*, et l’angle *θ*2 qu’il forme avec la normale est appelé a*ngle de réfraction*. Expérimentalement, on observe que l’angle de réfaction *θ*2 est lié à l’angle d’incidence *θ*1 par la loi de Snell-Descartes :

 (27-1)

où :

*n*1 est l’indice de réfraction du *premier* milieu, celui dans lequel la lumière se déplace avant d’arriver à l’interface,

*θ*1 est l’angle du rayon incident (le rayon dans le *premier* milieu) avec la normale,

*n*2 est l’indice de réfraction du *deuxième* milieu, celui dans lequel la lumière se déplace après avoir traversé l’interface, et

*θ*2 est l’angle du rayon réfracté (le rayon dans le *deuxième* milieu) avec la normale.

*Dispersion*

De chaque côté de l’équation de la loi de Snell-Descartes, il y a un *indice de réfraction*. L’indice   
de réfraction a ici la même signification qu’il avait dans le contexte de l’interférence dans des pellicules minces. Chaque milieu a son propre indice de réfraction. C’est le rapport entre la vitesse de la lumière dans le vide et la vitesse de la lumière dans ce milieu. J’avais alors expliqué que l’indice de réfraction varie selon le matériau, et je vous avais d’ailleurs fourni le tableau suivant :

|  |  |
| --- | --- |
| ***Milieu*** | ***Indice de réfraction*** |
| Vide | 1 |
| Air | 1,00 |
| Eau | 1,33 |
| Verre (dépend du type de verre. Voici une valeur type.) | 1,5 |

En revanche, j’avais délibérément omis de vous dire qu’il y a une légère dépendance entre l’indice de réfraction et la longueur d’onde de la lumière, de sorte que plus la longueur d’onde de la lumière est courte, plus l’indice de réfraction est élevé. Par exemple, un type de verre donné peut avoir un indice de réfraction de 1,49 pour la lumière de longueur d’onde 695 nm (rouge), et un indice de réfraction de 1,51 pour la lumière de longueur d’onde 405 nm (bleue). Dans le cas d’un rayon de lumière blanche se déplaçant dans l’air et rencontrant une interface air-verre, les différentes longueurs d’onde de la lumière blanche se réfractent à des angles différents.

bleu

vert

rouge

Verre

Lumière blanche incidente

Air

Ce phénomène de séparation de la lumière blanche en ses longueurs d’onde constitutives (parce que l’indice de réfraction est une fonction de la longueur d’onde) est appelé *dispersion*.

*Réflexion totale interne*

Si l’indice de réfraction du premier milieu est supérieur à l’indice de réfraction du deuxième milieu, l’angle de réfraction est supérieur à l’angle d’incidence.

*θ*1

*θ*2

*n*2

*n*1 *> n*2

Voyons ce qui se passe quand on augmente l’angle d’incidence, *θ*1 :

*θ*2

*n*2

*n*1 *> n*2

*θ*1

L’angle de réfraction augmente...

jusqu’à ce qu’il atteigne 90°.

*n*1 *> n*2

*n*2

*θ*2

*θ*1

Il ne peut pas être plus grand car puisqu’au-delà de 90°, la lumière ne traverse pas l’interface.   
Un angle de réfraction supérieur à 90° ne veut rien dire. Mais vous remarquerez qu’il y a encore moyen d’augmenter l’angle d’incidence. Que se passe-t-il si on continue d’augmenter l’angle d’incidence? Aucune lumière ne traverse l’interface. Mais souvenez-vous qu’au début de ce chapitre, nous avons dit que lorsque de la lumière atteint l’interface entre deux milieux transparents, elle est partiellement transmise et partiellement réfléchie. Je n’ai pas indiqué le rayon réfléchi dans nos schémas parce que nous nous sommes concentrés sur le rayon transmis, mais le rayon réfléchi est toujours là. À des angles d’incidence supérieurs à l’angle de réfraction de 90°, le rayon réfléchi est tout ce qu’il y a. Ce phénomène, quand il n’y a pas de lumière transmise du tout, mais seulement de la lumière réfléchie, est connu sous le nom de *réflexion totale interne*. L’angle d’incidence qui produit un angle de réfraction de 90° est connu sous le nom d’*angle critique*. À tout angle d’incidence supérieur à l’angle critique, la lumière subit une réflexion totale interne. À noter que le phénomène de réflexion totale interne ne se produit que lorsque l’indice de réfraction du premier milieu est supérieur à celui du deuxième milieu.

Étudions ce phénomène d’un point de vue mathématique. Commençons par la loi de Snell-Descartes :



En isolant le sinus de l’angle de réfraction :



Comme il a été stipulé que *n*1 > *n*2, on voit que le rapport *n*1/*n*2 est plus grand que 1. sin*θ*1 est toujours inférieur à 1, mais si *θ*1 est suffisamment grand, sin*θ*1 peut être si proche de 1 que le côté droit de l’équation  est supérieur à 1. Dans ce cas, il n’y a pas de *θ*2 solution à l’équation, parce que le sinus d’un angle n’est jamais supérieur à 1. C’est parfaitement cohérent avec le fait expérimental selon lequel à des angles d’incidence supérieurs à l’angle critique, aucune lumière ne passe à travers l’interface. Trouvons l’angle critique. À l’angle critique, l’angle de réfraction *θ*2 est de 90°. Insérons cette valeur dans notre équation et isolons *θ*1 :



Avec *θ*2 = 90°, on a :









Cet angle d’incidence est si particulier qu’il n’a pas juste un nom spécial (l’angle critique, comme nous l’avons dit), mais aussi son propre symbole. L’angle critique, c’est-à-dire l’angle d’incidence au-delà duquel il n’y a pas de lumière transmise, est désigné par *θ*C  et, comme nous venons de le voir, peut s’exprimer comme suit :

 (27-2)

# 28 Lentilles minces et rayons de lumière

Une lentille est un morceau de matériau transparent dont les surfaces ont été façonnées de manière à ce que si la lentille se trouve dans un autre matériau transparent (appelé milieu 0) dans lequel de la lumière voyage, la lentille redirige la lumière pour créer une image de la source lumineuse. Le milieu 0 est généralement l’air, et les lentilles sont généralement faites en verre ou en plastique. Dans ce chapitre, nous nous concentrerons sur une catégorie particulière de lentilles : les lentilles minces sphériques. Chaque surface d’une lentille mince sphérique est une fraction minuscule d’une surface sphérique. Prenons les deux sphères suivantes :

Un morceau de verre ayant la forme de l’intersection de ces deux *volumes* sphériques serait une lentille mince sphérique. L’intersection de deux *surfaces* sphériques est un cercle. Ce cercle serait le bord de la lentille. Vu de face, le contour d’une fine lentille sphérique est un cercle.

Le plan dans lequel se trouve ce cercle est appelé plan de la lentille. En regardant la lentille de côté, le plan de la lentille ressemble à une ligne.

Lentille

Chaque surface d’une lentille mince sphérique a un rayon de courbure. Le rayon de courbure d’une surface de lentille mince sphérique est le rayon de la sphère dont cette surface fait partie. En désignant l’une des surfaces de la lentille comme la surface avant et l’autre comme la surface arrière, dans le schéma suivant :

Plan de la lentille

*R*2

*R*1

Surface avant

de la lentille

Surface arrière

de la lentille

On peut établir que *R*1 est le rayon de courbure de la surface avant et que *R*2 est le rayon de courbure de la surface arrière.

La caractéristique déterminante d’une lentille est ce qu’on appelle la longueur focale. Je vais vous expliquer comment calculer la valeur de la longueur focale d’une lentille en fonction de ses caractéristiques physiques avant même de vous expliquer ce que signifie ce terme (ne vous inquiétez pas, nous reviendrons bientôt à la définition). L’équation de l’opticien donne la réciproque de la longueur focale en fonction des caractéristiques physiques de la lentille (et du milieu dans lequel elle se trouve) :

*Équation de l’opticien :*  (28-1)

où :

** est la longueur focale de la lentille,

*n* est l’indice de réfraction du matériau dont est constitué la lentille,

*n*0 est l’indice de réfraction du milieu entourant la lentille (*n*0 est généralement de 1,00,   
ce milieu étant généralement l’air),

*R*1 est le rayon de courbure de l’une des surfaces de la lentille, et

*R*2 est le rayon de courbure de l’autre surface de la lentille.

Avant de passer à l’équation de l’opticien, je dois présenter convention des signes de *R*. Il existe deux types de surfaces de lentilles sphériques. L’une est le type « incurvé vers l’extérieur » que possède toute lentille à l’intersection de deux sphères. (C’est le type de lentille dont nous parlons.) Une telle lentille est appelée *lentille convexe* (ou lentille convergente) et chaque surface (« incurvée vers l’extérieur ») est appelée *surface convexe*. Le rayon de courbure*R* d’une surface convexe est, par convention, positif.

L’autre type de surface de lentille fait partie d’une sphère qui n’englobe pas la lentille elle-même. Une telle surface est dite « incurvée vers l’intérieur » et appelée *surface concave*.

| *R*2|

| *R*1|

Lentille concave

Lentille concave (divergente)

Par convention, la valeur absolue de *R* pour une surface concave reste le rayon de la sphère dont la surface coïncide avec celle de la lentille. Cependant, la quantité *R* contient une information supplémentaire sous la forme d’un signe moins, qui désigne le fait que la surface de la lentille est concave. *R* conserve le nom de *rayon de courbure de la surface de la lentille* bien qu’il n’existe pas de sphère dont le rayon soit réellement négatif.

En résumé, notre convention pour le rayon de courbure de la surface d’une lentille est la suivante :

|  |  |
| --- | --- |
| Surface de la lentille | Signe du rayon de courbure *R* |
| Convexe | **+** |
| Concave | **−** |

Et maintenant, que font les lentilles? Elles réfractent la lumière à leurs deux surfaces. La particularité d’une lentille réside dans l’effet qu’elle a sur un ensemble infini de rayons pris collectivement. On peut caractériser l’effet d’une lentille selon le changement qu’elle produit sur des rayons incidents parallèles à l’axe principal de la lentille. (L’axe principal d’une lentille est une ligne imaginaire qui est perpendiculaire au plan de la lentille et qui passe par le centre de la lentille). Une lentille convergente fait passer tous ces rayons par un seul point de l’autre côté de la lentille, le *point focal* F de la lentille. La distance de ce point par rapport à la lentille est appelée *longueur focale * de la lentille.

Plan de la lentille

Rayons incidents parallèles

F

**

Axe principal de la lentille

Notez que sur le schéma, les rayons lumineux subissent un brusque changement de direction à l’intersection du *plan de la lentille*. C’est ce qu’on appelle l’approximation des lentilles minces, une propriété qui nous servira dans notre étude des lentilles. Vous savez que la lumière est réfractée deux fois lorsqu’elle traverse une lentille, une fois à l’interface où elle entre dans le milieu de la lentille et une autre fois lorsqu’elle sort du milieu de la lentille. Les deux réfractions se combinent pour modifier la trajectoire des rayons incidents. L’approximation des lentilles minces traite la paire de réfractions comme un seul changement de trajectoire survenant au plan de la lentille. Elle est valide tant que l’épaisseur de la lentille est faible par rapport à la distance focale, à la distance de l’objet et à la distance de l’image.

Les rayons parallèles à l’axe principal de la lentille qui pénètrent dans la lentille dans la direction opposée (à la direction des rayons mentionnés ci-dessus) convergeront également vers un point focal situé de l’autre côté de la lentille. Les deux points focaux sont à la même distance ** du plan de la lentille.

Rayons incidents parallèles

F

**

**

F

Les deux phénomènes décrits ci-dessus sont réversibles : les rayons lumineux provenant d’une source ponctuelle, à l’un ou l’autre des points focaux, produiront des rayons parallèles de l’autre côté de la lentille. Nous montrons ici cette situation dans le cas d’une source ponctuelle placée à l’un des points focaux :

**

Source ponctuelle située au point focal

F

Et voici la même situation avec une source ponctuelle à l’autre point focal :

F

**

Source ponctuelle située au point focal

Ce qu’il faut retenir ici, c’est que tout rayon qui passe par le point focal en direction de la lentille sera, après avoir traversé la lentille, parallèle à l’axe principal de la lentille.

Dans le cas d’une lentille divergente, les rayons parallèles incidents sont amenés à diverger :

F

Plan de la lentille

Rayons incidents parallèles

Axe principal de la lentille

Pour trouver leur nouvelle trajectoire, on utilise la méthode du traçage de la source :

Rayons incidents parallèles

**F**

| |

**

Ils passent tous par un seul et même point. Ainsi, en passant à travers la lentille, les rayons qui étaient jusque-là parallèles divergent comme s’ils provenaient d’un seul point. Ce point est le *point focal* de la lentille divergente. La distance entre le plan de la lentille et les points focaux est la grandeur de la longueur focale de la lentille. Par convention, la longueur focale d’une lentille divergente est négative. Autrement dit, la longueur focale d’une *lentille divergente* est la valeur *négative* de la distance entre le plan de la lentille et le point focal.

Comme pour la lentille convergente, il existe un autre point focal de l’autre côté de la lentille, à la même distance du plan de la lentille que le point focal mentionné ci-dessus :

Rayons incidents parallèles

**F**

**F**

| |

**

|** |

Cet effet est réversible, en ce sens que tout rayon qui se déplace dans l’espace d’un côté de la lentille et qui *se dirige directement vers le point focal de l’autre côté de la lentille* deviendra, après avoir traversé la lentille, *parallèle à l’axe principal de la lentille*.Notre approche consistera à utiliser l’effet des lentilles sur les rayons lumineux incidents qui sont soit parallèles à l’axe principal, soit orientés de manière à se diriger vers un point focal ou à s’en éloigner, pour déterminer l’emplacement de l’image de la source lumineuse. Mais avant cela, je dois vous dire une dernière chose sur les deux types de lentilles minces sphériques. J’insiste sur le fait que toute notre discussion est une approximation qui repose sur le fait que les lentilles dont nous parlons sont effectivement *minces*. Voici le nouveau fait : tout rayon qui se dirige directement vers le centre d’une lentille la traverse en ligne droite. En effet, précisément au centre de la lentille, les deux surfaces de la lentille sont parallèles. Ainsi, dans la mesure où ces surfaces sont essentiellement parallèles dans une petite région autour du centre de la lentille, c’est comme si la lumière passait à travers une fine plaque de verre (ou n’importe quel milieu transparent ayant la forme d’une plaque de verre). Lorsque la lumière dans l’air arrive sur une plaque de verre à un angle d’incidence différent de 0°, après avoir traversé les deux interfaces air-verre, le rayon sortant est parallèle au rayon incident. Le décalage latéral du rayon sortant par rapport au rayon incident dépend de l’épaisseur de la plaque : plus la plaque est mince, plus le rayon sortant est proche d’être colinéaire avec le rayon incident. Dans l’approximation des lentilles minces, on considère que le rayon sortant est *exactement* colinéaire avec le rayon incident.

**F**

**F**

F

F

**F**

**F**

*Utilisation de schémas de rayons*

Si on vous donne un objet de hauteur *h*, la position de l’objet *o* et la longueur focale ** de la lentille par rapport à laquelle la position de l’objet est donnée, vous devez être en mesure de déterminer schématiquement la position de l’image de cet objet formée par la lentille, la taille de l’image, si l’image est droite (à l’endroit) ou inversée (à l’envers) et si l’image est réelle ou virtuelle (ces termes seront définis plus loin). Voici comment procéder dans le cas d’une lentille divergente de longueur focale connue pour laquelle la distance de l’objet *o*  > |**| :

On dessine le plan de la lentille et l’axe principal de la lentille. On dessine la lentille. (Voyez-la comme un symbole qui indique le type de lentille dont il s’agit. Lorsque vous ajouterez des rayons, ne les faites pas changer de direction à la surface de votre symbole. Veillez également à dessiner une lentille divergente si la longueur focale est négative.) On mesure la distance |**| de part et d’autre du plan de la lentille, puis on dessine les points focaux. On mesure la distance de l’objet o par rapport au plan de la lentille, puis on mesure la hauteur *h* de l’objet. On dessine l’objet.

**

| |

**

| |

*h*

**F**

**F**

*o*

On détermine la position de l’image de la pointe de la flèche à l’aide de trois rayons principaux, soit les rayons sur lesquels l’effet de la lentille peut facilement être déterminé. En effet, on sait ce qu’une lentille fait aux rayons incidents qui se dirigent vers le centre de la lentille, aux rayons incidents qui se dirigent vers un point focal ou s’en éloignent et aux rayons incidents qui se dirigent directement vers le centre de la lentille. Commençons par le plus simple, le rayon principal I, qui part de la pointe de la flèche et se dirige directement vers le centre de la lentille. Il traverse la lentille de part en part.

Maintenant, le rayon principal II. Ce rayon arrive parallèlement à l’axe principal de la lentille. À l’intersection du plan de la lentille, il diverge selon une trajectoire qui, si on en trace l’origine, passe par le point focal du même côté de le lentille que l’objet. Notez qu’il faut absolument appliquer le traçage de l’origine.

I

**F**

**F**

I

II

II

I

**F**

**F**

**F**

**F**

I

Dans le cas d’une lentille divergente, le rayon principal III est le rayon qui se dirige vers la lentille comme s’il allait directement vers le point focal de l’*autre côté* de la lentille. À l’intersection du plan de la lentille, le rayon principal III prend une trajectoire parallèle à l’axe principal de la lentille.

II

II

III

I

III

I

À noter qu’après avoir traversé la lentille, les trois rayons divergent les uns des autres. Le traçage de l’origine permet d’obtenir le point d’origine apparent des rayons, soit l’image de la pointe de la flèche. Ce point se trouve à l’endroit où les trois lignes se croisent. (En pratique, lorsqu’on trace ces lignes avec une règle et un crayon, elles se croisent à trois points différents. On considère ces points comme les sommets d’un triangle et on dessine la pointe de la flèche à l’endroit qu’on juge être le centre géométrique du triangle.) Après avoir localisé l’image de la pointe de la flèche, on dessine la tige de l’image de la flèche, en montrant qu’elle s’étend du point d’intersection jusqu’à l’axe principal de la lentille et qu’elle lui est perpendiculaire.

II

I

III

II

*h′*

III

**F**

**F**

| *i*|

I

Les mesures effectuées à l’aide d’une règle donnent la hauteur de l’image *h′* et la grandeur de la distance de l’image | *i*|. On dit que cette image est une image virtuelle. L’image *virtuelle* d’un point est un point d’où les rayons semblent provenir, d’après le traçage de l’origine, mais par lequel les rayons ne passent pas en réalité. Par convention, la distance de l’image est négative lorsque l’image se trouve du même côté de la lentille que l’objet. Une distance négative de l’image désigne également une image virtuelle. Notez que l’image est droite. Par convention, une image droite a une hauteur d’image *h′* positive. Le grandissement *G* est donné par :



Par convention, un *G* positif signifie que l’image est droite (à l’endroit).

Dans le cas d’une lentille convergente, le rayon principal I est identique au rayon correspondant de la lentille divergente. Il se dirige tout droit vers le centre de la lentille et la traverse de part en part. Le rayon principal II commence de la même manière que le rayon principal II de la lentille divergente – il arrive parallèlement à l’axe principal de la lentille –, mais à l’intersection du plan de la lentille, au lieu de diverger, il converge de manière à passer par le point focal de l’autre côté de la lentille.

Pour une lentille convergente, si l’objet est plus éloigné de la lentille que le point focal, le rayon principal III passe par le point focal du *même côté* de la lentille (celui où se trouve l’objet) puis, lorsqu’il atteint le plan de la lentille, ressort parallèle à l’axe principal de la lentille.

*h*

*o*

I

II

II

I

F

F

III

III

I

II

II

I

F

F

Si vous vous positionnez de manière à ce que les rayons sortants viennent vers vous, et si vous êtes suffisamment loin de la lentille, vous verrez à nouveau les rayons diverger à partir d’un point. Mais cette fois, tous les rayons traversent réellement ce point. Autrement dit, la lentille fait converger les rayons vers un point, et ces rayons ne recommencent à diverger qu’après l’avoir traversé. Ce point est l’image de la pointe de la flèche. Il s’agit d’une image réelle. On le sait parce que si on trace l’origine des lignes le long desquelles les rayons se déplacent, on arrive à un point par lequel tous les rayons passent réellement. En identifiant le point de croisement comme étant la pointe de la flèche, on dessine la tige et la tête de la flèche.

III

III

I

II

II

I

F

F

*h*

|*h*′|

*i*

Cette fois, l’image est inversée. On peut mesurer la longueur de l’image et la distance de l’image par rapport au plan de la lentille. Par convention, la hauteur de l’image est négative lorsque l’image est inversée, et la distance de l’image est positive lorsque l’image se trouve du côté de la lentille opposé à celui de l’objet. Le grandissement *G* est à nouveau donné par :

 (28-2)

Comme *h′* est négatif, *G* est aussi négatif. C’est cohérent, puisque par convention, un grandissement négatif donne une image inversée.

Le rayon principal III est différent pour la lentille convergente lorsque l’objet est situé entre la lentille et le point focal :

III

III

F

F

Comme tous les rayons principaux, il part de la pointe de l’objet et se dirige vers le plan de la lentille. Dans le cas présent, en se dirigeant vers le plan de la lentille, le rayon principal III suit une ligne qui, si on en trace l’origine, passe par le point focal situé du même côté de la lentille que l’objet.

Voilà qui conclut notre discussion sur la détermination des caractéristiques et de la position de l’image par le traçage des rayons. Pour clore ce chapitre, voici un tableau qui résume les conventions de signes :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Quantité physique** | **Symbole** | **Signe conventionnel** |
| longueur focale | ** | + pour une lentille convergente  − pour une lentille divergente |
| distance de l’image | *i* | + pour une image réelle (du côté opposé de la lentille par rapport à l’objet)  − pour une image virtuelle (du même côté de la lentille que l’objet) |
| hauteur de l’image | *h*′ | + pour une image à l’endroit  − pour une image inversée |
| grandissement | *G* | + pour une image à l’endroit  − pour une image inversée |

# 29 Lentilles minces équation des lentilles minces et vergence

À partir des méthodes de traçage de rayons pour lentilles minces vues au dernier chapitre, on peut dériver des expressions mathématiques reliant la distance de l’objet, la longueur focale, la distance de l’image et le grandissement.

Prenons le cas d’une lentille convergente avec un objet plus éloigné du plan de la lentille que le point focal. Voici le schéma que nous avons vu au dernier chapitre. Ici, j’ai grisé deux triangles pour les porter à votre attention. J’ai également marqué la longueur des côtés de ces deux triangles.

F

F

I

II

II

I

III

III

|*h*′|

*h*

*o*

*i*

*o*

*i*

Par inspection, on voit que les deux triangles surlignés sont semblables l’un à l’autre. Les rapports des côtés correspondants sont donc égaux. Par conséquent :



Rappelez-vous les conventions que nous avons vues au dernier chapitre :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Quantité physique** | **Symbole** | **Signe conventionnel** |
| longueur focale | ** | + pour une lentille convergente  − pour une lentille divergente |
| distance de l’image | *i* | + pour une image réelle  − pour une image virtuelle |
| hauteur de l’image | *h*′ | + pour une image à l’endroit  − pour une image inversée |
| grandissement | *G* | + pour une image à l’endroit  − pour une image inversée |

Ici, comme l’image est inversée, *h*′ est négatif, donc |*h*′| = −*h*′. L’équation  peut s’écrire , ou encore :



Mais  est, par définition, le grandissement. On peut donc écrire le grandissement comme suit :

 (29-1)

Voici une autre copie du même schéma avec un autre triangle en gris.

*h* + |*h*′|

Par inspection, ce triangle surligné est *semblable* au triangle en gris dans la copie suivante du même schéma :

*o*

*i*

*o*

*h*

|*h*′|

III

III

I

II

II

I

F

F

II

*h*

I

III

|*h*′|

I

F

F

III

*i*

*o*

|*h*′|

II

**

Comme les rapports des côtés correspondants de triangles semblables sont égaux, on peut écrire que le rapport des deux côtés supérieurs (un de chaque triangle) est égal au rapport des deux côtés droits :



Là encore, comme l’image est inversée, *h*′ est négatif, de sorte que |*h*′| = −*h*′. Ainsi,

À partir de la première paire de triangles semblables, nous avons trouvé que , ou de manière équivalente, .

En insérant ce résultat dans l’ expression  que nous venons de trouver, on obtient :



En divisant les deux côtés par *o* et en simplifiant, on obtient :

 (29-2)

Cette équation est connue sous le nom d’*équation des lentilles minces*. Avec la définition du grandissement , la formule du grandissement que nous avons obtenue  et les conventions :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Quantité physique** | **Symbole** | **Signe conventionnel** |
| longueur focale | ** | + pour une lentille convergente  − pour une lentille divergente |
| distance de l’image | *i* | + pour une image réelle  − pour une image virtuelle |
| hauteur de l’image | *h*′ | + pour une image à l’endroit  − pour une image inversée |
| grandissement | *G* | + pour une image à l’endroit  − pour une image inversée |

l’équation des lentilles minces nous dit tout ce qu’il faut savoir sur l’image d’un objet situé à une distance connue du plan d’une lentille mince de longueur focale connue. Bien que nous l’ayons obtenue en étudiant le cas d’un objet situé à une distance supérieure à la longueur focale et pour une lentille convergente, cette équation est valide pour *toutes* les combinaisons de distance lentille-objet pour lesquelles l’approximation des lentilles minces est valide. (C’est-à-dire, tant que *i*, *o*, et **  sont tous grands par rapport à l’épaisseur de la lentille.) Dans chacun des cas, on obtient l’équation des lentilles minces (qui reste toujours la même) en dessinant le schéma de rayons et en analysant les triangles semblables qui y apparaissent.

*Point conceptuel important*

(Nous l’avons mentionné au dernier chapitre, mais il mérite qu’on y revienne.) Un ensemble infini de rayons contribue à tout point donné d’une image formée par une lentille. Prenons le cas d’un objet situé à une distance supérieure à la longueur focale d’une lentille mince sphérique convexe (convergente). Pour la simplicité, nous allons regarder ce qui se produit avec l’image de la pointe d’une flèche. Nous avons utilisé les rayons principaux pour localiser l’image, comme dans le schéma suivant :

*i*

III

III

I

II

II

I

F

F

*h*

|*h*′|

dans lequel j’ai intentionnellement dessiné la lentille très petite pour vous rappeler que lorsqu’on utilise le schéma des rayons principaux pour localiser l’image, on ne soucie pas vraiment de savoir si les rayons principaux atteignent ou non la lentille. Considérons, dans le cas présent, que le schéma est un schéma grandeur nature d’une lentille réelle. Les rayons principaux I et II sont certes important pour localiser l’image, mais il est clair que dans le cas présent, ils ne contribuent pas réellement à l’image. En revanche, le rayon principal I contribue bel et bien à l’image. Dessinons d’autres rayons contributeurs :

*h*

*|h′|*

*i*

*III*

*III*

*I*

*II*

*II*

*I*

*F*

*F*

Comme chaque rayon provenant de la pointe de l’objet et touchant la lentille contribue à l’image de la pointe de la flèche (et comme c’est aussi le cas pour chaque point de l’objet), il est possible de couvrir une partie de la lentille (par exemple la moitié de la lentille) et d’obtenir une image complète (bien que moins lumineuse).

*Vergence*

Lorsqu’un ophtalmologiste rédige une ordonnance pour une lentille sphérique, il note généralement soit une valeur de l’ordre de −0,5 ou 0,5, soit une valeur de l’ordre de −500 ou 500 sans unité. Vous vous demandez probablement à quelle grandeur physique correspond cette valeur et quelles en sont les unités. La réponse à la première question est que la quantité physique est la *vergence* de la lentille prescrite. La vergence d’une lentille est, par définition, la réciproque de la longueur focale de la lentille :

(29-3)

L’unité SI de longueur focale étant le mètre (m), l’unité de vergence est clairement le mètre réciproque, que l’on peut écrire  ou m−1, selon ses préférences personnelles. Un nom a été attribué à cette unité : la dioptrie (symbole : δ).

1 δ = 

Ainsi, une ordonnance de l’ophtalmologiste de −0,5 désigne une lentille de vergence de −0,5 δ. Le signe moins signifie que la lentille est concave (divergente). En prenant la réciproque, on obtient :

Si vous voyez un nombre autour de − 500 ou 500 sur l’ordonnance, vous pouvez supposer que l’ophtalmologiste donne la vergence de la lentille en millidioptries (mδ). Naturellement, 500 mδ est égal à 0,5 δ. Pour éviter toute confusion, si on vous donne une vergence en mδ, il faut la convertir en δ avant de l’utiliser pour calculer la longueur focale correspondante.

*Systèmes à deux lentilles*

Pour déterminer l’image d’un système à deux lentilles, il suffit de calculer la position de l’image produite par la lentille que la lumière de l’objet atteint en premier, puis d’utiliser cette image comme objet pour la seconde lentille. En général, il faut veiller à ce que, pour la première lentille, la distance de l’objet et la distance de l’image soient toutes deux mesurées par rapport au plan de la première lentille. Ensuite, pour la seconde lentille, la distance de l’objet et la distance de l’image sont mesurées par rapport au plan de la *seconde* lentille. Autrement dit, la distance de l’objet pour la seconde lentille n’est généralement *pas* égale à la distance de l’image pour la première lentille.

Par exemple, dans le schéma suivant représentant deux lentilles séparées de 12 cm, si l’objet est à la gauche de la première lentille et si *i*1 se trouve à 8 cm à droite de la première lentille,

Image formée par la   
1re lentille (sert d’objet pour la seconde lentille)

2e lentille

1re lentille

Objet

alors *o*2, la distance de l’objet pour la seconde lentille, est de 4 cm. Une situation particulière se présente lorsque la seconde lentille est située entre la première lentille et l’image formée par la première lentille. Prenons l’image décrite ci-dessus, formée par la première lentille :

*o*2

*i*1

*o*1

1re lentille

Objet

*o*1

*i*1

Supposons maintenant qu’on place une seconde lentille entre la première lentille et l’image.

1re lentille

2e lentille

*o*2

Image formée par la   
1re lentille (sert d’objet pour la seconde lentille)

Objet

*o*1

*i*1

Pour la seconde lentille, l’objet se trouve à droite, mais la lumière associée à cet objet provient de la gauche! Cela ne peut se produire que si l’objet est en fait une image formée par une autre lentille. En ce cas, on parle d’objet virtuel. Plus généralement, lorsque la lumière d’un objet s’approche d’une lentille par le côté opposé à celui où se trouve l’objet, l’objet est considéré comme étant virtuel, et la distance de l’objet est, par convention, négative. Nous avons donc une autre convention à ajouter à notre tableau :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Quantité physique** | **Symbole** | **Signe conventionnel** |
| Distance de l’objet | *o* | + pour un objet réel (c’est toujours le cas pour un objet physique)  − pour un objet virtuel (uniquement possible si l’« objet » est  en réalité l’image formée par une autre lentille) |

Avant de faire le schéma de rayons pour un objet virtuel, il faut se rappeler que chaque rayon entrant dans la seconde lentille se dirige droit vers la pointe de la flèche qui est l’objet virtuel pour la seconde lentille. Ainsi, le rayon principal I se dirige directement vers la pointe de la flèche en passant par le centre de la lentille. Il traverse la lentille de part en part.

2e lentille

|*o*2|

I

Image formée par la   
1re lentille (sert d’objet pour la seconde lentille)

Le rayon principal II se dirige directement vers la tête de l’objet le long d’une ligne parallèle à l’axe principal de la lentille. À l’intersection du plan de la lentille, il est réfracté de manière à se diriger directement à travers le point focal de l’autre côté de la lentille.

2e lentille

|*o*2|

Le rayon principal III se dirige tout droit vers la pointe de l’objet virtuel en passant par le point focal du côté de la lentille d’où il s’approche de la lentille. Lorsqu’il atteint le plan de la lentille, le rayon principal III adopte une trajectoire parallèle à l’axe principal de la lentille.

II

I

Image formée par la 1re lentille (sert d’objet pour la seconde lentille)

2e lentille

Image formée par la 2e lentille

II

I

III

Image formée par la   
1re lentille (sert d’objet pour la seconde lentille)

*i*2

|*o*2|

Notons que, dans le cas présent, on obtient une image réelle. Par rapport à l’objet virtuel, l’image n’est pas inversée, puisque l’objet virtuel était déjà à l’envers. Le fait qu’on peut tracer un schéma de rayons pour un objet virtuel signifie qu’on peut identifier et analyser des triangles semblables pour établir la relation entre la distance de l’objet, la distance de l’image et la distance focale de la lentille. Ainsi, en reprenant la convention selon laquelle la distance de l’objet d’un objet virtuel est négative, on retrouve l’équation des lentilles minces .

Voici un schéma de l’ensemble du système à deux lentilles pour le cas qui nous intéresse :

*o*1

*i*2

À noter que l’image réelle de la lentille 1 n’est jamais formée, mais qu’elle est cruciale pour déterminer l’emplacement, l’orientation et la taille de l’image produite par le système à deux lentilles.

*Deux lentilles (quasiment) à la même position*

Dans l’approximation des lentilles minces (où l’on considère que l’épaisseur des lentilles est négligeable), deux lentilles placées en contact l’une avec l’autre sont considérées comme ayant un seul et même « plan de la lentille ».

1

2

*o*1

Ainsi, la distance de l’objet pour la seconde lentille est le négatif de la distance de l’image pour la première lentille. La seconde lentille forme une image à la position obtenue par :

Ici, comme nous l’avons dit, la distance de l’objet *o*2 est le négatif de la distance de l’image *i*1 produite par la première lentille. En substituant *o*2 = − *i*1, on obtient :

*i*1 représente la distance de l’image qui serait formée par la première lentille en l’absence de la seconde. Elle est reliée à la distance focale et à la distance de l’objet par l’équation des lentilles minces :

En isolant , on obtient , ce qui, après substitution dans l’équation ci-dessus, donne :

ce qui peut s’écrire :

La distance de l’objet *o*1 pour la première lentille est la distance de l’objet pour la paire de lentilles. Je vais l’appeler *o*c, pour la distance à la *combinaison* des deux lentilles. Autrement dit, *o*c ≡*o*1. La distance de l’image pour la *seconde* lentille est la distance de l’image pour la paire de lentilles. Je vais l’appeler *i*c pour la distance à la *combinaison* des deux lentilles. Autrement dit, *o*c *o1*. Ainsi, à droite, il y a la somme de la réciproque de la distance de l’objet pour le système à deux lentilles et de la réciproque de la distance de l’image pour le système à deux lentilles.

À gauche, il y a la somme des vergences des deux lentilles.



Pour une lentille unique, l’équation des lentilles minces exprimée en termes de vergence se lit . Donc, pour deux lentilles en une seule et même position, si on définit  comme étant la vergence  de la combinaison des deux lentilles, on a :



Ainsi, une paire de lentilles se trouvant essentiellement à la même position agit comme une seule lentille dont la vergence  est la somme des vergences des deux lentilles.

 (29-4)

# 30 Champ électrique d’une distribution de charge linéique et continue

*Toute intégrale doit comprendre un élément d’intégration (dx, dt, dq, etc.). Une intégrale est une somme infinie de termes. L’élément d’intégration est nécessaire pour rendre chaque terme infinitésimal (infiniment petit). ,  et  sont corrects; mais ,  et  ne veulent rien dire.*

Nous revisitons ici la loi de Coulomb pour le champ électrique. Rappelons que la loi de Coulomb pour le champ électrique donne une formule pour exprimer le champ électrique en un point vide de l’espace dû à une particule chargée. Vous avez vu comment trouver le champ électrique en un point vide de l’espace dû à une ou plusieurs particules chargées. Dans ce dernier cas, il suffisait de calculer la contribution au champ électrique en un point vide de l’espace due à chaque particule chargée, puis de les additionner. Il fallait garder à l’esprit que chaque contribution était de nature vectorielle, et non scalaire, et qu’il fallait les additionner en tant que telles.

**Problème de révision pour le champ électrique d’une distribution discrète de charges[[27]](#footnote-27)**

Commençons ce chapitre par un problème de révision. L’exemple suivant concerne l’un des exercices vu lors de l’introduction de la loi de Coulomb pour le champ électrique. On vous donne une distribution discrète de charges sources et on vous demande de trouver le champ électrique (ici, juste sa composante *x*) en un point vide de l’espace.

L’exemple est présenté à la page suivante. Auparavant, laissez-moi vous dire un mot sur un élément de notation employé dans la solution. Le symbole P est utilisé pour identifier un point dans l’espace afin que l’auteur puisse se référer à ce point, sans ambiguïté, en tant que « point P ». Dans ce contexte, le symbole P ne représente pas une variable ou une constante, c’est simplement une marque d’identification. Il n’a pas de valeur, et aucune valeur ne peut lui être attribuée. Il ne représente pas une distance. Il désigne simplement un point.**Exemple 30-1 (problème de révision)**

Il y a deux particules chargées sur l’axe *x* d’un système de coordonnées cartésiennes, *q*1 à *x* = *x*1 et *q*2 à *x* = *x*2, où *x*2 > *x*1. Trouvez la composante *x* du champ électrique dû à cette paire de particules en tout point du plan *x*-*y* où *x* > *x*2.

|  |  |
| --- | --- |
| *q*1  *E*1  **1  P  *θ* 1  *θ* 1  *q*2  *x*1  *y*  *x*  *x − x*1  *x*  (*x*, *y*)  *y*  est la contribution au champ électrique au point P (à *x*, *y*) dû à la charge *q*1. La charge *q*2 contribue  au champ électrique en P.      Commençons par calculer  :  *y*  *E*1  *θ* 1  *x*  *E*1x      Si on regarde le schéma au haut de cette colonne, on voit que la loi de Coulomb pour le champ électrique donne : | De même, à partir du premier schéma :    et  En insérant ces deux éléments dans  , on a :      *y*  *E*2  *θ* 2  (*x*, *y*)  P  **2  *y*  *θ* 2  *q*1  *x*  *q*2  *x*  *x − x*2  *x*2  Il revient au lecteur de démontrer que :    Étant donné que , on a : |

**Densité de charge linéique**

Bon, assez de révision. Passons maintenant au cas où il y a une distribution continue de charge le long d’un segment de droite. En pratique, il peut s’agir d’un bout de ficelle ou de fil chargé, d’une tige fine chargée ou même d’un segment de fil électrique chargé. Il faut tout d’abord voir comment on décrit une telle situation. Pour ce faire, on définit la densité de charge linéique (ou charge par unité de longueur), *λ*. Avant d’entrer dans le vif du sujet, à savoir trouver le champ électrique dû à la distribution de charge linéique, nous allons voir quelques scénarios illustrant ce que signifie *λ*. Supposons, par exemple, qu’une corde d’un mètre est étendue depuis l’origine jusqu’à *x* = 1,00 m le long de l’axe *x* et que la densité de charge linéique sur cette corde soit donnée par :

.

(Juste en-dessous l’équation, j’ai illustré la densité de charge linéique en traçant une ligne dont la noirceur représente la densité de charge.)

À noter que si *x* est exprimé en mètres, *λ* sera exprimée en unités de  (charge par unité de longueur, comme il se doit). En outre, pour les petites valeurs de *x*, *λ* est petit et que, pour les grandes valeurs de *x*, *λ* est plus grand. Cela signifie que la charge est plus dense près de l’extrémité de la corde la plus éloignée de l’origine. Pour mieux nous familiariser avec *λ*, calculons la quantité totale de charge sur le segment de corde. On commence par obtenir une expression pour la quantité de charge sur n’importe quelle longueur infinitésimale *dx* de la corde, puis on additionne toutes ces quantités de charge pour toutes les longueurs infinitésimales composant le segment de corde.

*d x*

*x*

(1,00 m, 0)

La quantité de charge infinitésimale *dq* sur la longueur infinitésimale *d x* de la corde est simplement la densité de charge par unité de longueur *λ* multipliée par la longueur *d x* du segment infinitésimal de la corde.

**

À noter qu’on ne peut pas considérer que la quantité de charge sur une longueur finie (par exemple, 15 cm) de la corde vaut *λ*  fois la longueur du segment, parce que *λ*  varie sur la longueur du segment. Dans le cas d’un segment infinitésimal, chaque partie du segment se trouve à une distance infinitésimale de la position spécifiée par une valeur donnée de *x*. La densité de charge linéique ne varie pas sur un segment infinitésimal parce que *x* ne varie pas – le segment est simplement trop court.

*d x*

(1,00 m, 0)

*x*

**

Pour obtenir la charge totale, il suffit d’additionner tous les *dq*. Chaque *dq* est donné en fonction de sa position *x*. Pour couvrir tous les *dq*, il faut prendre en compte toutes les valeurs de *x* entre 0 et 1,00 m. Comme chaque *dq* est la charge sur une longueur infinitésimale de la ligne de charge, la somme aura un nombre infini de termes. Une somme infinie de termes infinitésimaux est une intégrale. Lorsqu’on intègre

**

le terme de gauche devient la somme de tous les éléments infinitésimaux de charge. Par définition, cette somme est simplement la charge totale *Q* (qui, rappelons-le, est ce que nous cherchons); les outils du calcul intégral ne sont pas nécessaires pour traiter le côté gauche de l’équation. En intégrant les deux côtés de l’équation, on a :



Étant donné que  :



Voici quelques autres exemples de distribution de charge :

Soit une charge répartie le long de l’axe *x*, de *x* =0 à *x* = *L* , où la densité de charge vaut :



où  est une constante ayant des unités de charge par unité de longueur, *rad* indique qu’on travaille en radians, *x* est la variable de position et *L* est la longueur de la distribution de charge. Cette distribution de charge a une densité de charge maximale égale à  au milieu du segment de droite.

Autre exemple : Une charge est répartie sur un segment de droite de longueur *L* le long de l’axe *y* entre *y* = *a* et *y* = *a* + *L*, *a* étant une constante. La densité de charge est donnée par :



Ici, la charge est plus dense à proximité de l’origine. (Plus *y* est petit, plus la valeur de *λ* est grande.)

Le cas le plus simple est celui où la charge est distribuée uniformément. Dans le cas d’une distribution linéique uniforme de la charge, la densité de charge *λ* est la même partout sur le segment de droite et est simplement une constante. En outre, dans ce cas simple, et uniquement dans ce cas simple, la densité de charge *λ* est simplement la quantité totale de charge *Q* divisée par la longueur *L* du segment de droite. Par exemple, si on vous dit qu’une charge *Q* = 2,45 C est uniformément distribuée le long d’une fine tige de longueur *L* = 0,840 m, *λ* vaut :



**Champ électrique d’une distribution de charge linéique et continue**

Nous sommes maintenant prêts à entrer dans le vif du sujet. On nous donne une distribution de charge continue le long d’un segment de droite et on nous demande de trouver le champ électrique en un point vide de l’espace avoisinant. Nous allons considérer le cas où la distribution de charge et le point vide de l’espace se trouvent tous deux dans le plan *x-y*. Les valeurs des coordonnées du point vide dans l’espace ne sont pas nécessairement spécifiées; on peut les appeler *x* et *y*. Si on résout le problème pour un seul point dans l’espace avec des coordonnées non spécifiées (*x*, *y*), la réponse finale contiendra les symboles *x* et *y* et sera valable pour l’ensemble du plan *x-y.*

Pour résoudre un tel problème, il faut trouver le champ électrique dû à un segment infinitésimal de la charge, en un point vide de l’espace, puis additionner les contributions de chaque élément infinitésimal de charge pour obtenir le champ électrique total.

Après avoir segmenté la distribution de charge, on se retrouve avec un nombre infini d’éléments infinitésimaux. Par conséquent, l’addition des contributions au champ électrique au point vide de l’espace est une somme infinie de contribution des éléments infinitésimaux constituant la distribution de charge linéique. Autrement dit, c’est une intégrale.

Il ne faut surtout pas oublier que le champ électrique dû à chaque élément de charge en un point vide de l’espace est un vecteur. Il s’agit donc d’une somme infinie de vecteurs infinitésimaux. En général, les vecteurs additionnés pointent tous dans des directions différentes les uns des autres. (Pouvez-vous penser à un cas particulier où tous les vecteurs infinitésimaux de champ électrique pointent dans la même direction[[28]](#footnote-28)? Remarquez bien que j’aborde ici le cas général, et non pas ce cas particulier.) On sait que, somme infinie ou non, il ne suffit pas d’additionner les grandeurs des vecteurs. Les vecteurs qui n’ont pas tous la même orientation s’additionnent comme des vecteurs, et non comme des scalaires. Cependant, les composantes *x* de tous les vecteurs champ électrique infinitésimaux en un point vide de l’espace s’additionnent comme des scalaires. Il en va de même pour les composantes *y*. Ainsi, si, pour chaque élément infinitésimal de la distribution de charge, on trouve non seulement le champ électrique au point vide de l’espace, mais aussi la composante *x* de ce champ, on peut additionner toutes les composantes *x* pour obtenir la composante *x* du champ électrique en ce point vide de l’espace dû à la distribution de charge prise dans son ensemble. La somme est toujours une somme infinie mais, cette fois, il s’agit d’une somme infinie de scalaires, et non de vecteurs, et nous disposons des outils nécessaires pour la traiter. Bien entendu, si on nous demande le champ électrique total, il faut répéter toute la procédure pour obtenir la composante *y* du champ électrique, puis combiner les deux composantes du champ électrique afin d’obtenir le total[[29]](#footnote-29).

La façon la plus simple d’effectuer la dernière étape est d’utiliser la notation ****, ****, **** . De ce fait, une fois qu’on a *Ex* and *Ey*, on peut simplement écrire :

**Exemple 30-2**

Trouvez le champ électrique en tout point de l’axe *x* positif dû à une ligne de charge de 36,0 cm de long, située sur l’axe des *y* et centrée sur l’origine, pour laquelle la densité de charge est donnée par :



Comme d’habitude, on commence par un schéma :

*x*

*d y′*

*y′*

*y*

*x*

*dE*

**



P

+ 0,180 m

− 0,180 m

*θ*

À noter que j’utilise (et que je recommande vivement d’utiliser) des variables « primes » (*x*′, *y* ′), pour spécifier un point de la distribution de charge et des variables « non primes » (*x, y*) pour spécifier le point vide dans l’espace où on souhaite connaître le champ électrique. Ainsi, dans le schéma, le segment infinitésimal de la distribution de charge se trouve à (0, *y* ′), tandis que le point P, le point pour lequel on cherche le champ électrique, se trouve à (*x*, 0). De même, la formule pour la densité de charge linéique donnée , exprimée en termes de *y* ′ plutôt que de *y*,devient :



Le plan de match est d’utiliser la loi de Coulomb pour le champ électrique afin d’obtenir la grandeur du vecteur de champ électrique infinitésimal  au point P dû à la charge infinitésimale *dq* dans le segment infinitésimal de longueur *d* *y* ′.



La charge *dq* dans le segment infinitésimal *d* *y* ′ est donnée par :



*x*

*d y′*

*y′*

*y*

*x*

*dE*

**



P

+ 0,180 m

− 0,180 m

*θ*



D’après le schéma, il est clair qu’on peut utiliser le théorème de Pythagore pour exprimer la distance **  à laquelle se trouve le point P par rapport à la charge infinitésimale *dq* considérée :



En insérant ce résultat et  dans notre équation pour *dE* (), on obtient :



Rappelez-vous que notre but est de trouver *E*x, puis *E*y et de les réunir à l’aide de la formule . Essayons de trouver une expression pour *E*x.

D’après le schéma des composantes vectorielles ci-contre, nous avons :

*dEx*

*x*

*θ*



*dEy*

*dE*

L’angle *θ* dans leschéma de droite est le même angle *θ* qui figure dans le schéma ci-dessus. Compte tenu de la géométrie plane évidente dans ce schéma (ci-dessus), on a :

*y*



En insérant cette expression pour cos *θ* () et l’expression obtenue pour *dE* ci-dessus   
() dans l’expression  issue du schéma des composantes vectorielles, on a :



Remplaçons *λ* par sa valeur donnée () :



Voilà une expression pour *dE*x qui ne comprend qu’une variable (*y* ′) qui dépend de l’élément de la distribution considéré. En outre, bien que dans le schéma

*x*

*d y′*

*y′*

*y*

*x*

*dE*

**



P

+ 0,180 m

− 0,180 m

*θ*



il semble qu’on a choisi un segment *d* *y* ′ donné, en fait, la valeur de *y* ′ n’est pas spécifiée. Autrement dit, cette équation pour *dE*x est valable pour n’importe quel segment infinitésimal *d* *y* ′ de la distribution de charge linéique donnée. Pour spécifier un *d* *y* ′, il suffit de spécifier la valeur de *y* ′. Ainsi, pour additionner tous les *dE*x, il suffit d’additionner les *dE*x pour chacune des valeurs possibles de *y*′. Il faut donc intégrer l’expression pour *d E*x de *y*′ = –  0,180 m à + 0,180 m.



Je recopie cette équation ici :



On voit que le côté gauche contient la somme infinie de toutes les contributions à la composante *x* du champ électrique dues à chacun des éléments infinitésimaux de la ligne de charge. Aucune technique mathématique spéciale n’est requise pour l’évaluer; la somme de toutes les parties forme le tout. Autrement dit, le côté gauche correspond à *E*x.

Le côté droit, lui, doit être calculé. Tout d’abord, on factorise les constantes :



L’intégrale est donnée sur votre feuille de formules. En effectuant l’intégration, on obtient :







En substituant la valeur de la constante de Coulomb *k* (tirée de la feuille de formule), on obtient :



Enfin, on a :



Il est intéressant de noter que la variable de position *x* (qui spécifie l’emplacement du point vide dans l’espace où le champ électrique est calculé) est une constante à des fins d’intégration (la position du point P ne change pas lorsqu’on calcule les contributions au champ électrique des segments infinitésimaux composant la distribution de charge). Aucune valeur n’a été attribuée à *x*. Ainsi le résultat final pour *Ex*



est une fonction de la variable de position *x*.

La composante *y* du champ électrique peut être obtenue beaucoup plus facilement que *E*x en tirant parti de la symétrie de la distribution des charges par rapport à l’axe *x*. Rappelons que la densité de charge *λ* est donnée par :



Comme *λ* est proportionnel à *y* ′2, la valeur de *λ* est la même à –*y* ′ qu’à *y*′. Plus précisément, les deux éléments infinitésimaux de même taille *d* *y′* de la distribution de charge représentés dans le schéma suivant :

*x*

*d y′*

*y*′

*y*

*dE*

**

*θ*

**

*θ*

**|***y*′**|**

P

*dE*

*d y′*

contiennent la même charge, puisqu’un élément se trouve à la même distance en dessous de l’axe *x* que l’autre au-dessus. Cette symétrie fait également que les deux éléments sont à la même distance *r*  du point P et que les deux angles  *θ* dans le schéma sont égaux. Les deux vecteurs  ont donc la même grandeur. Comme les vecteurs  forment le même angle avec l’axe x et ont la même grandeur, leurs composantes *y* s’annulent l’une l’autre, comme on peut le voir dans ce schéma :

*x*

*d y′*

*y*′

*y*

*dE*

**

*θ*

**

*θ*

**|***y*′**|**

P

*dE*

*d y′*

Un vecteur pointe dans la direction + *y,* et l’autre, dans la direction – *y*. Les composantes *y* sont égales et opposées. De fait, pour chaque élément de la distribution de charge *d* *y′* qui se trouve au-dessus de l’axe *x* et qui crée donc une contribution vers le bas à la composante *y* du champ électrique au point P, il existe un élément *d* *y′* qui se trouve à la même distance *au-dessous* de l’axe *x* et qui crée une contribution *vers le haut* à la composante *y* du champ électrique au point P, annulant ainsi la composante *y* du premier champ. La somme nette de toutes les composantes *y* du champ électrique (puisqu’elles s’annulent par paire) est donc nulle. Autrement dit, en raison de la symétrie de la distribution de charge par rapport à l’axe *x*, *E*y = 0. Ainsi,

.

En utilisant l’expression pour *E*x trouvée ci-dessus, on obtient comme réponse finale :

# 31 Potentiel électrique d’une distribution de charge continue

Nous avons défini le *potentiel électrique* comme étant l’énergie potentielle électrique par unité de charge. L’énergie potentielle a été définie comme la capacité d’un objet à effectuer un travail en fonction de sa position dans l’espace. L’énergie potentielle est une façon de caractériser l’effet, ou l’effet potentiel, d’une force. Dans le cas de l’énergie potentielle électrique, la force en question est la force électrostatique (force de Coulomb), la force répulsive que deux charges semblables exercent l’une sur l’autre et la force attractive que deux charges différentes exercent l’une sur l’autre. L’énergie potentielle électrique d’une particule chargée dépend d’une caractéristique qui lui est propre et d’une caractéristique du point de l’espace où elle se trouve. La caractéristique propre à la particule est sa charge. Pour ce qui est de la caractéristique du point dans l’espace, c’est l’objet de ce chapitre. Il s’agit de l’énergie potentielle électrique par unité de charge, mieux connue sous le nom de potentiel électrique. Si on peut établir l’énergie potentielle électrique par unité de charge pour chaque point de l’espace à proximité d’une charge source, il est facile de déterminer quelle serait l’énergie potentielle d’une charge cible en un tel point de l’espace. Pour ce faire, il suffit de multiplier la charge de la cible par l’énergie potentielle électrique par unité de charge (le potentiel électrique) du point de l’espace où se trouve la cible.

Dans le chapitre suivant, nous partirons du principe que, si on connaît le potentiel électrique dans une région de l’espace, on peut déterminer le champ électrique dans cette région de l’espace.

L’objectif de *ce chapitre-ci* est de vous montrer comment déterminer le potentiel électrique, en fonction de la position, au voisinage d’une distribution de charge – plus précisément, au voisinage d’une distribution de charge continue. (Rappelez-vous qu’on peut considérer une distribution de charge continue comme une charge étalée dans l’espace, alors qu’une distribution de charge discrète est un ensemble de charges ponctuelles séparées d’une certaine distance.)

Il importe que vous sachiez faire la différence entre le potentiel électrique et le champ électrique. *Le potentiel électrique est un scalaire,* alors que *le champ électrique est un vecteur.* Le potentiel électrique est l’*énergie potentielle* par unité de charge de la cible alors que le champ électrique est la *force* par unité de charge de la cible. En règle générale, les scalaires sont plus faciles à manipuler que les vecteurs. Ce chapitre est donc plus facile que celui dans lequel nous avons abordé le calcul du champ électrique dû à une distribution de charge continue.

Commençons par un problème de révision impliquant une distribution de charge discrète. Résolvez le problème suivant, puis comparez votre démarche à la mienne (qui se trouve juste après l’énoncé du problème).

**Exemple** **31-1**

Trouvez le potentiel électrique sur le plan x-y dû à une paire de charges, l’une de charge +*q* à (0, *d*/2) et l’autre de charge –*q* à (0, – *d*/2).

**Solution**

On définit un point P à une position non spécifiée (*x*, *y*).

*x*

*y*

P

*+q*

*− q*

**+

**−

(*x, y*)



Soit **+  la distance entre la charge positive et le point P, et **−  la distance entre la charge négative et le point P. Le potentiel électrique dû à une seule charge ponctuelle est donné par . Et comme les contributions au potentiel électrique en un point de l’espace dues à plusieurs charges ponctuelles s’additionnent simplement comme des scalaires, on a :



Mais d’après le schéma suivant :

(*x, y*)

P

*y*

*y −*

*d*

2

**+

*y*

*+q*



*x*

*x*

*− q*

on peut déterminer que :

et, d’après le schéma suivant :

(*x, y*)

P

*y*

*y*

**−

*y +*

*d*

2

*+q*



*x*

*− q*

*x*

on voit que :

En insérant ces deux résultats dans l’expression , on obtient :

Bien, assez révisé. Gardez bien l’équation en tête pour la suite. Souvenez-vous aussi que les différentes contributions au *potentiel* électrique en un point vide de l’espace s’additionnent simplement comme des scalaires, et non comme des vecteurs.

La « nouveauté » ici est que le potentiel électrique est dû à une distribution de charge continue le long d’un segment de droite. Ce segment de droite chargé peut se trouver n’importe où, dans n’importe quelle orientation, aux fins de notre discussion, considérons qu’il est placé sur l’axe *x*, de *x = a* à *x = b,* où *a < b*. En outre, supposons que la densité de charge linéique (la charge par unité de longueur) est une fonction *λ*(*x*′) non précisée. L’idée est de traiter la distribution de charge comme un ensemble infini de charges ponctuelles *dq* dont la valeur dépend de la position (la valeur de *x′*) le long du segment de droite.

*a*

*b*

*dx′*

*x*

*y*

*x′*

*dq* est la quantité de charge dans le segment infinitésimal *dx′*.

P

(*x, y*)

**

Un segment infinitésimal *dx′* de la distribution de charge apportera la contribution

au champ électrique au point P.

La quantité de charge *dq* du segment infinitésimal *dx*′ est simplement la densité linéique de charge *λ*(*x*′) multipliée par la longueur *dx*′ du segment. Autrement dit, *dq* = *λ* (*x*′) *dx*′. En insérant ce résultat dans , on obtient :

Ceci est « *λ* en fonction de *x*′ ».

En appliquant le théorème de Pythagore au triangle du schéma :

*a*

*b*

*dx′*

*x*

*y*

*x′*

P

(*x, y*)

**

*x−x′*

*y*

on voit que **  peut s’écrire sous la forme . En insérant cette équation dans notre expression pour *dϕ*, on obtient :



On intègre des deux côtés :



Ceci est « *λ* en fonction de *x*′ »,

et non « *λ* fois *x*′ ».



Voilà le potentiel électrique au point P dû au segment de droite chargé sur l’axe *x*. Chaque élément de charge du segment est spécifié par sa position *x′.* Ainsi, lorsqu’on additionne les contributions au potentiel électrique dues à chaque élément de charge, *x′* est la variable d’intégration. Bien qu’on n’ait pas précisé les coordonnées du point P (qui demeurent les variables *x* et *y*), ce point est fixe dans l’espace. Par conséquent, lorsqu’on additionne toutes les contributions au potentiel électrique au point P, *x* et *y* doivent être traitées comme des constantes. Cependant, une fois l’intégrale effectuée, comme les valeurs de *x* et *y* n’ont jamais été spécifiées, l’expression résultante pour *ϕ*  peut être considérée comme une fonction de *x* et *y.*

# 32 Calcul du champ électrique à partir du potentiel électrique

L’objectif de ce chapitre est d’établir une relation permettant de calculer le champ électrique à partir du potentiel électrique.

Le champ électrique est la force par unité de charge associée aux points vides de l’espace à proximité d’une ou plusieurs charges sources. Le potentiel électrique est l’énergie potentielle par unité de charge associée aux mêmes points vides de l’espace. Puisque le champ électrique est la force par unité de charge et que le potentiel électrique est l’énergie potentielle par unité de charge, la relation entre le champ électrique et son potentiel est essentiellement un cas particulier de la relation générale entre force et énergie potentielle. Je vais donc commencer par établir la relation plus générale entre une force et son énergie potentielle, puis passer au cas particulier où la force est le champ électrique multiplié par la charge de la cible et où l’énergie potentielle est le potentiel électrique multiplié par la charge de la cible.

L’idée derrière l’énergie potentielle est qu’elle permet de facilement déterminer le travail effectué par une force sur une particule qui se déplace d’un point A à un point B sous l’influence de la force. Par définition, le travail effectué est égal à la composante parallèle de la force multipliée par la longueur de la trajectoire. Si la composante parallèle varie le long de la trajectoire, on multiplie la composante parallèle en un point donné par la longueur d’un segment infinitésimal, et on répète l’opération pour chaque segment infinitésimal de la trajectoire. La somme (en réalité, l’intégrale) donne le travail. La notion d’énergie potentielle permet d’attribuer une valeur d’énergie potentielle à chaque point de l’espace. Ainsi, plutôt que de devoir effectuer cette intégrale, il suffit de soustraire la valeur de l’énergie potentielle au point A de la valeur de l’énergie potentielle au point B pour obtenir la variation d’énergie potentielle de la particule lorsqu’elle se déplace du point A au point B. Ensuite, le travail effectué est donné par le négatif de la variation d’énergie potentielle. Pour que ça marche, les valeurs d’énergie potentielle doivent être correctement attribuées aux points de l’espace. Et pour que ça marche à l’échelle macroscopique, il faut s’assurer que ces valeurs sont correctes à l’échelle infinitésimale. Pour ce faire, on utilise la définition suivante :

*Travail de variation d’énergie potentielle =   
Travail de la force le long de la trajectoire multipliée par la longueur de la trajectoire*



où :

*dU* est une variation infinitésimale d’énergie potentielle,

 est une force et

 est le vecteur de déplacement infinitésimal le long de la trajectoire.

En notation cartésienne avec les vecteurs unitaires,  peut s’exprimer sous la forme   
, et , sous la forme . En insérant ces deux formules dans l’expression , on obtient :



Maintenant, regardez ça. Si on maintient *y* et z constants (autrement dit, si on considère que *dy* et *dz* sont nuls), alors :

 (lorsque *y* et *z* sont constants)

En divisant par *dx* des deux côtés, on obtient :

 (lorsque *y* et *z* sont constants)

Autrement dit, si l’énergie potentielle est une fonction de *x, y* et *z* et si on prend la valeur négative de la dérivée par rapport à *x* tout en maintenant *y* et *z* constants, on obtient la composante *x* de la force caractérisée par la fonction d’énergie potentielle. Prendre la dérivée de *U* par rapport à *x* tout en maintenant les autres variables constantes, cela s’appelle prendre la dérivée partielle de *U* par rapport à *x*, ce qu’on note comme suit :

On peut aussi écrire :

pour dire « la dérivée partielle de *U* par rapport à *x* en maintenant *y* et *z* constants ». Cette dernière expression permet au lecteur de voir les variables traitées comme des constantes. En réécrivant notre expression pour *F*x avec la notation de dérivée partielle, on a :



Pour en revenir à l’expression , , si on maintient *x* et *z* constants, on obtient :



et, si on maintient *x* et *y* constants, on obtient :



En substituant ces trois derniers résultats dans le vecteur force exprimé en notation vectorielle unitaire

on obtient :

qui peut s’écrire comme suit :

Cette procédure, qui consiste à :

prendre la dérivée partielle de *U* par rapport à *x* et multiplier le résultat par le vecteur unitaire ****;

prendre la dérivée partielle de *U* par rapport à *y* et multiplier le résultat par le vecteur unitaire ****;

prendre la dérivée partielle de *U* par rapport à *z* et multiplier le résultat par le vecteur unitaire ****;

additionner les trois quantités de vecteur unitaire multipliées par les dérivées partielles,

s’appelle « prendre le gradient de *U* » et s’écrit ∇*U*. Le gradiant s’applique à un *scalaire*, mais le résultat est un *vecteur*. En termes de notation du gradient, on peut écrire l’expression de la force comme suit :

 (32-1)

Voyons ce que ça donne pour le potentiel gravitationnel près de la surface terrestre. On définit un système de coordonnées cartésiennes avec, par exemple, l’origine au niveau de la mer, le plan x-y horizontal et la direction +z vers le haut. L’énergie potentielle d’une particule de masse *m* est alors donnée comme suit :

*U* =

Supposons maintenant que vous sachiez qu’il s’agit du potentiel, mais que vous ne connaissiez pas la force. Vous pouvez calculer la force en utilisant  qui, comme vous le savez, peut s’écrire :

En insérant *U* = , on a :

Souvenez-vous que, lorsqu’on prend la dérivée partielle par rapport à *x*, il faut maintenir *y* et *z* constants. (Il n’y a pas de *y*.) Mais si on maintient *z* constant, alors le tout () est constant. Et la dérivée de cette constante (par rapport à *x*) est 0. Autrement dit, . De même, . De fait, la seule dérivée partielle qui ne soit pas nulle dans l’expression de la force est . Donc :

Autrement dit :

Ainsi, compte tenu du potentiel gravitationnel *U =*, la force gravitationnelle est dans la direction −**** (vers le bas) et a une grandeur de *m*. Bien sûr, vous le saviez déjà : la force gravitationnelle en question est tout simplement le poids. Cet exemple servait juste à vous familiariser avec l’opérateur de gradient et à illustrer la relation entre la force et l’énergie potentielle.

Bien qu’il soit important que vous compreniez que la relation entre la force et l’énergie potentielle est générale, nous allons maintenant restreindre la discussion au cas de la force électrique et de l’énergie potentielle électrique. Nous allons obtenir une relation entre le champ électrique et le potentiel électrique (qui est l’énergie potentielle électrique par unité de charge).

En commençant par  écrit comme suit :

On applique cette équation à une particule de charge *q* se trouvant dans un champ électrique  (dont l’existence dans la région de l’espace en question est due à une charge source ou à une distribution de charge source non spécifiée). Le champ électrique exerce une force  sur la particule, qui a une énergie potentielle électrique *U* = *qϕ*  , où *ϕ*  est le potentiel électrique au point de l’espace où elle se trouve. En insérant ces équations dans , on obtient :

que je recopie ici par souci de commodité.

Le *q* à l’intérieur de chacune des dérivées partielles est une constante qu’on peut factoriser.

Ensuite, comme *q* apparaît dans chaque terme, on peut sortir cette constante de la parenthèse :

En divisant les deux côtés par la charge de la cible, on obtient la relation souhaitée entre le champ électrique et le potentiel électrique :

On voit que le champ électrique  est simplement le gradient du potentiel électrique *ϕ*. Ce résultat peut être exprimé de manière plus concise à l’aide de l’opérateur de gradient :

 (32-2)

***Exemple 32-1***

Dans l’exemple **31-1**, nous avons trouvé que le potentiel électrique dû à une paire de particules, l’une de charge +*q* à (0, *d*/2) et l’autre de charge – *q* à (0, – *d*/2), est donné par :



Une telle paire de charges est appelée dipôle électrique. Trouvez le champ électrique du dipôle en tout point de l’axe*x*.

***Solution* :** Étant donné la symétrie de la configuration et grâce à ce qu’on sait du champ électrique dû à une charge ponctuelle, on peut déduire que la composante*x* du champ électrique doit être nulle et que la composante y doit être négative. Mais utilisons la méthode du gradient et obtenons une expression pour la composante *y* du champ électrique. Je soutiens cependant que d’après notre compréhension conceptuelle du champ électrique dû à une charge ponctuelle, le champ électrique des deux particules n’a pas de composante z dans le plan *x-y* et que nous sommes donc en droit d’omettre la composante z. Ainsi, l’expression de l’opérateur de gradient pour le champ électrique



devient :

Travaillons un peu sur le terme  :











Comme on nous a demandé de trouver le champ électrique sur l’axe x, il faut évaluer cette expression à *y* = 0 :





Pour poursuivre le calcul de , il faut évaluer .











Encore une fois, comme on nous a demandé de trouver le champ électrique sur l’axe *x*, il faut évaluer cette expression à *y* = 0 :





En insérant  et  dans , on obtient :

Comme prévu,  est dans la direction –y. Remarquer : Pour trouver le champ électrique sur l’axe*x*, il faut dériver *avant* d’évaluer à *y* = 0.

**Exemple 32-2**

Une ligne de charge de densité linéique constante *λ* s’étend le long de l’axe *x* de *x* = *a*  à  *x* = *b*. Trouvez le potentiel électrique dû à cette distribution de charge en fonction de la position dans le plan x-y, puis, à partir du potentiel électrique, déterminez le champ électrique sur l’axe *x*.

**Solution :** Tout d’abord, il faut appliquer les méthodes du chapitre 31 pour obtenir le potentiel pour la distribution de charge donnée (une distribution de charge linéique de densité constante *λ* ).

P

*y*

(*x, y*)

*dq = λ dx*′ est la quantité de charge dans ce segment de ligne infinitésimal *dx′*.

**

*y*

*dx′*

*b*

*a*

*x*

*x−x′*

*x′*

*dq* = *λ* *dx*′ et







Pour effectuer l’intégration, on utilise une substitution de variables :

*u* = *x* – *x′*

*d u* = – *dx′* ⇒ *dx′*  = – *d u*

Borne inférieure : Quand *x′*  = *a*, *u* = *x* – *a*

Borne supérieure : Quand *x′*  = *b*, *u* = *x* – *b*

En faisant ces substitutions, on obtient :



que je recopie ici par souci de commodité.



En utilisant le signe moins pour inverser les bornes d’intégration, on a :



Cette intégrale se trouve dans la feuille de formules :





Voilà donc le potentiel. Il faut maintenant prendre le gradient de ce potentiel et évaluer le résultat à *y* = 0 pour obtenir le champ électrique sur l’axe *x*. Il faut donc trouver :



qui, en l’absence de dépendance en *z*, peut s’écrire comme suit :

On commence par  :









À *y* = 0 :



Essayons maintenant de trouver . Je vais copier le résultat obtenu pour *ϕ* et prendre la dérivée partielle par rapport à *y* (en maintenant *x* constant) :











À *y* = 0  :



En insérant et dans , on a :

# 33 Théorème de Gauss

*Lorsqu’on leur demande de trouver le flux électrique à travers une surface fermée dû à une distribution de charge non triviale spécifiée, les gens appliquent trop souvent l’approche immensément compliquée qui consiste à trouver le champ électrique partout sur la surface et à faire l’intégrale de · sur la surface au lieu de simplement diviser la charge totale que la surface renferme par *o.

D’un point de vue conceptuel, le théorème de Gauss dit que **le nombre de lignes de champ électrique sortant d’une surface fermée imaginaire est proportionnel à la charge contenue dans cette surface**.

Une surface fermée est une surface qui divise l’univers en deux parties : à l’intérieur de la surface et à l’extérieur de la surface. Par exemple, une bulle de savon dont l’épaisseur est négligeable constitue une surface fermée. Je parle d’une bulle de savon sphéroïdale flottant dans l’air, mais si la bulle avait la forme d’une boîte de conserve, d’un bocal fermé avec son couvercle ou d’une boîte fermée, il s’agirait quand même d’une surface fermée. Pour être fermée, la surface doit englober un volume d’espace. Par exemple, une surface ayant la forme d’une feuille de papier plate n’est pas une surface fermée. Dans le contexte du théorème de Gauss, la surface fermée imaginaire est souvent appelée *surface de Gauss*.

Conceptuellement, si on utilise le théorème de Gauss pour déterminer la quantité de charge contenue dans une surface fermée imaginaire en comptant le nombre de lignes de champ électrique qui traversent la surface vers l’extérieur, il faut considérer les lignes de champ électrique qui pointent vers l’intérieur comme des lignes de champ *négatives* qui pointent vers l’extérieur. De plus, si une ligne de champ électrique donnée traverse la surface à plus d’un endroit, il faut compter chaque pénétration de la surface comme une autre ligne de champ traversant la surface en ajoutant +1 au total si elle sort de la surface et −1 si elle entre dans la surface.

Ainsi, par exemple, dans la configuration suivante :

*E*

Surface fermée

il y a 4 lignes de champ électrique qui entrent dans la surface, et donc qui comptent pour −4 lignes de champ vers l’extérieur, ainsi que 4 lignes de champ électrique qui sortent de la surface, et donc qui comptent pour +4 lignes de champ vers l’extérieur, pour un total de 0 ligne de champ électrique sortant de la surface. Selon le théorème de Gauss, cela signifie que la charge nette à l’intérieur de la surface de Gauss est *nulle*.

Grâce au schéma suivant, l’énoncé conceptuel du théorème de Gauss vous semblera peut-être relever du simple bon sens :

*E*

La surface de Gauss a la forme d’une coquille d’œuf. Elle est traversée par 32 lignes de champ électrique vers l’extérieur (et par aucune ligne vers l’intérieur), ce qui signifie (selon le théorème de Gauss) qu’il doit y avoir une charge positive nette à l’intérieur de la surface fermée. En effet, comme vous savez que les lignes de champ électrique commencent soit à des charges positives, soit à l’infini et se terminent soit à des charges négatives, soit à l’infini, vous auriez peut-être pu déduire la forme conceptuelle du théorème de Gauss. Si le nombre net de lignes de champ électrique traversant une surface fermée vers l’extérieur est supérieur à zéro, il doit y avoir plus de lignes *commençant* à l’intérieur de la surface que de lignes *se terminant* à l’intérieur de la surface. Et comme les lignes de champ commencent à une charge positive, cela doit signifier qu’il y a plus de charge positive à l’intérieur de la surface qu’il n’y a de charge négative.

L’idée conceptuelle du nombre net de lignes de champ électrique traversant une surface de Gauss vers l’extérieur correspond au *flux électrique net* ΦE sortant de la surface.

Pour écrire une expression pour la quantité infinitésimale de flux vers l’extérieur *d*ΦE à travers un élément d’aire infinitésimal *dA*, on définit d’abord un vecteur élément d’aire  dont la grandeur est, bien sûr, l’aire *dA* et dont la direction est perpendiculaire à l’élément d’aire et orientée vers l’*extérieur*. (Rappelons qu’une surface fermée sépare l’univers en deux parties, une partie intérieure et une partie extérieure. Ainsi, en tout point de la surface, c’est-à-dire à l’emplacement de tout élément d’aire infinitésimal sur la surface, il n’y a pas d’ambiguïté quant à ce qu’on veut dire par « *vers l’extérieur* ».)



Extérieur

Intérieur

Pour cet élément d’aire et le champ électrique ** à l’emplacement de l’élément d’aire, la quantité infinitésimale de flux électrique *d*ΦE à travers l’élément d’aire s’écrit comme suit :





*θ*

*E*

Rappelons que le produit · peut être exprimé sous la forme . Pour un *E* donné et une aire donnée, la valeur est maximale quand *θ* = 0° (lorsque  est parallèle à , et donc que  est perpendiculaire à la surface), une valeur de zéro quand *θ* = 90° (lorsque  est perpendiculaire à , et donc que  est parallèle à la surface) et une valeur négative quand *θ* est supérieur à 90° (180° étant la plus grande valeur possible de *θ* , l’angle auquel  est à nouveau perpendiculaire à la surface mais, en ce cas, vers l’*intérieur* de la surface.)

Or, le flux est la quantité que l’on peut considérer conceptuellement comme le nombre de lignes de champ. Ainsi, en termes de flux, le théorème de Gauss dit que le flux net sortant à travers une surface fermée est proportionnel à la quantité de charge contenue dans cette surface. En effet, la constante de proportionnalité a été établie comme étant , où **o (epsilon zéro) est la constante universelle connue sous le nom de permittivité du vide. (Vous avez déjà vu **o auparavant : la constante de Coulomb *k* est souvent exprimée sous la forme . En effet, l’identité figure sur votre feuille de formules.) Sous forme d’équation, le théorème de Gauss s’écrit comme ceci :

(33-1)

Le cercle sur le signe de l’intégrale, conjugué au fait que l’infinitésimal dans l’intégrande est un élément d’aire, signifie que l’intégrale est sur une surface fermée. La quantité à gauche est la somme du produit  pour chaque élément d’aire *dA* composant la surface fermée. Il s’agit du flux électrique total traversant la surface vers l’extérieur.

(33-2)

En insérant cette définition dans le théorème de Gauss, on a :

(33-3)

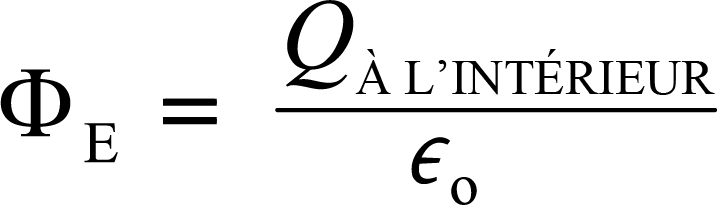
**Comment utiliser le théorème de Gauss**

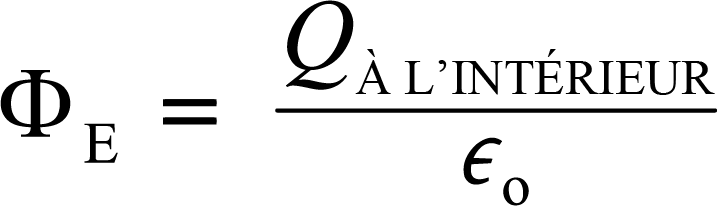
Le théorème de Gauss est une équation intégrale. Une telle équation intégrale peut également être exprimée sous la forme d’une équation différentielle. Nous n’utiliserons pas la forme différentielle, mais comme elle existe, l’équation du théorème de Gauss

est appelée la *forme intégrale* du théorème de Gauss. La forme intégrale du théorème de Gauss peut être utilisée à différentes fins. Dans le cours pour lequel cet ouvrage a été écrit, vous l’utiliserez de manière limitée, conformément à votre niveau d’acquis mathématiques. Voici comment :

1) Le théorème de Gauss sous la forme permet de facilement calculer le flux net sortant d’une surface fermée qui renferme une quantité de charge connue *Q*À L’INTÉRIEUR. On divise la quantité de charge *Q*À L’INTÉRIEUR par **o (, selon votre feuille de formules) et on obtient le flux à travers la surface fermée.

2) Étant donné le champ électrique en tous points d’une surface fermée, on peut utiliser la forme intégrale du théorème de Gauss pour calculer la charge à l’intérieur de la surface fermée. On peut ainsi vérifier un calcul de champ électrique dû à une distribution de charge donnée effectué par un moyen autre que le théorème de Gauss. On ne vous demandera de le faire que dans les cas où l’on peut traiter la surface fermée comme étant constituée d’un ou plusieurs éléments de surfaces finis (non infinitésimaux) sur lesquels le champ électrique est constant, de sorte que le flux peut être calculé algébriquement sous la forme *EA* ou *E A* cos*θ*. Après avoir procédé de la sorte pour chacun des éléments de surfaces finis composant la surface fermée, on additionne les résultats et on obtient le flux



à travers la surface. Pour obtenir la charge à l’intérieur de la surface, il suffit d’insérer ce résultat dans  et d’isoler *Q*À L’INTÉRIEUR. Si vous utilisez le théorème de Gauss à titre de vérification, il vous suffit de comparer votre résultat à la quantité (connue) de charge à l’intérieur de la surface.

3) Le théorème de Gauss peut être utilisé pour calculer le champ électrique dû à une distribution de charge symétrique. Si on choisit la bonne surface de Gauss, *E* est constant en tout point de chacun des éléments de la surface (dans certains cas, il peut même être nul). Le flux peut alors être exprimé comme *EA*,et il suffit d’isoler *E* dans et d’utiliser sa compréhension conceptuelle du champ électrique pour obtenir la direction de . Le reste de ce chapitre et tout le chapitre suivant vous donneront des exemples des types de distributions de charge auxquels vous devrez être en mesure d’appliquer cette méthode.

**Utilisation du théorème de Gauss pour calculer le champ électrique d’une distribution de charge à symétrie sphérique**

Une distribution de charge à symétrie sphérique a un centre bien défini. En outre, si on la fait pivoter de n’importe quel angle autour de n’importe quel axe passant par le centre, on obtient exactement la même distribution de charge. Une sphère uniformément chargée est un exemple de distribution de charge à symétrie sphérique. Toutefois, avant d’examiner ce cas, prenons l’exemple de la distribution de charge la plus simple qui soit, à savoir une *charge ponctuelle*.

Nous allons utiliser la symétrie de la distribution de charge pour en savoir le plus possible sur le champ électrique, puis nous utiliserons le théorème de Gauss pour faire le reste. Lorsqu’on fait pivoter la distribution de charge, on fait également pivoter le champ électrique. Et si une rotation de la distribution de charge donne exactement la même distribution de charge, elle doit aussi donner le même champ électrique.

Commençons par prouver que le champ électrique dû à une charge ponctuelle ne peut pas avoir de composante tangentielle en supposant qu’il en a une et en montrant que cela mène à une contradiction.

Voici la charge ponctuelle *q* et une composante tangentielle supposée du champ électrique en un point P qui, de notre point de vue, se trouve à droite de la charge ponctuelle.

*E*t

*q*

P

(À noter que la direction radiale désigne toute direction s’éloignant de la charge ponctuelle, et que la direction tangentielle est perpendiculaire à la direction radiale.)

Choisissons maintenant un axe de rotation pour vérifier si le champ électrique est symétrique par rapport à la rotation. Presque n’importe quel axe fera l’affaire. Je choisis un axe qui passe à la fois par la charge ponctuelle et par le point P.

*E*t

P

*Axe de rotation*

Maintenant, si on fait pivoter la charge, et donc le champ électrique qui lui est associé, d’un angle de 180° autour de cet axe, on obtient :

*q*

P

*Axe de rotation*

*q*

*E*t

Ce champ est différent du champ électrique initial, puisqu’il pointe vers le bas plutôt que vers le haut. Le champ électrique ne peut donc pas avoir la composante tangentielle décrite au point P. Notez que l’argument ne dépend pas de la distance qui sépare le point P de la charge ponctuelle, puisque je n’ai jamais spécifié cette distance. Ainsi, aucun point situé à droite de notre charge ponctuelle ne peut avoir de champ électrique ayant une composante vers le haut. En fait, si je suppose que le champ électrique en n’importe quel point P′ de l’espace autre que le point où se trouve la charge a une composante tangentielle, alors je peux adopter un point de vue à partir duquel le point P′ semble être à droite de la charge et le champ électrique semble pointer vers le haut. De ce point de vue, je peux utiliser le même argument de rotation pour prouver que la composante tangentielle ne peut pas exister. C’est donc dire que compte tenu de la symétrie sphérique de la distribution de charge, le champ électrique dû à une charge ponctuelle doit être strictement radial. Ainsi, en chaque point de l’espace, le champ électrique doit être soit directement orienté vers la charge ponctuelle, soit s’éloigner directement de la charge ponctuelle. De plus, toujours par symétrie, si le champ électrique s’éloigne directement de la charge ponctuelle en un point de l’espace, il doit s’en éloigner directement en tout point de l’espace. De même, si, en un point de l’espace, le champ électrique se dirige directement vers la charge ponctuelle, il doit se diriger directement vers la charge ponctuelle en tout point de l’espace.

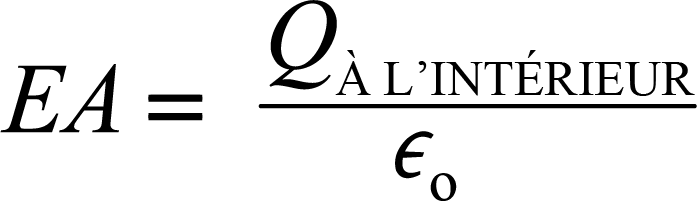
Il n’y a donc que deux possibilités. Supposons que le champ électrique *s’éloigne* de la charge ponctuelle en tout point de l’espace et utilisons le théorème de Gauss pour calculer la grandeur du champ électrique. Si la grandeur est positive, le champ électrique s’éloigne effectivement de la charge ponctuelle. Si la grandeur est négative, le champ électrique est en fait dirigé vers la charge ponctuelle.

À ce stade, il faut choisir une surface de Gauss. Pour exploiter pleinement la symétrie de la distribution de charge, on choisit une surface de Gauss à symétrie sphérique. Plus précisément, une coquille sphérique de rayon *r*, centrée sur la charge ponctuelle.

Surface de Gauss

(une sphère imaginaire de rayon ** centrée sur la charge ponctuelle.)

*E*

En tout point de la coquille, le champ électrique, étant radial, doit être perpendiculaire à la coquille sphérique. Cela signifie que pour chaque élément d’aire, le champ électrique est parallèle au vecteur élément d’aire orienté vers l’extérieur  Ainsi, le terme  du théorème de Gauss

vaut *E dA*. Donc le théorème de Gauss prend la forme suivante :

En outre, la grandeur du champ électrique doit être la même en tout point de la coquille. Si elle différait entre deux points P′ et P de la coquille sphérique, on pourrait faire tourner la distribution de charge autour d’un axe passant par la charge ponctuelle de manière à ramener le champ électrique original au point P′ à la position  P. Mais cela représenterait une variation du champ électrique au point P en raison de la rotation, ce qui est impossible compte tenu de la symétrie sphérique de la charge ponctuelle. Par conséquent, le champ électrique en tout point P′ de la surface de Gauss doit avoir la même grandeur que le champ électrique au point P, ce que j’ai cherché à prouver. Le fait que *E* soit une constante dans l’intégrale signifie qu’on peut le factoriser. Donc le théorème de Gauss prend la forme suivante :

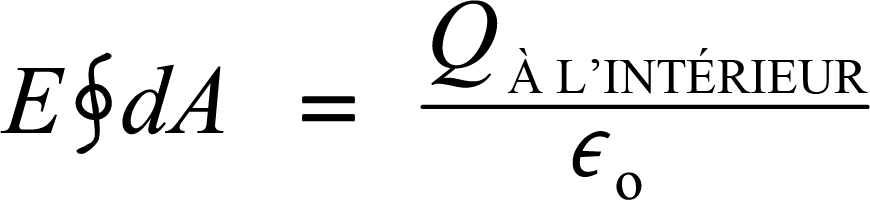
Surface de Gauss

(une sphère imaginaire de rayon ** centrée sur la charge ponctuelle.)

*E*

À la page précédente, nous sommes arrivés à l’équation :

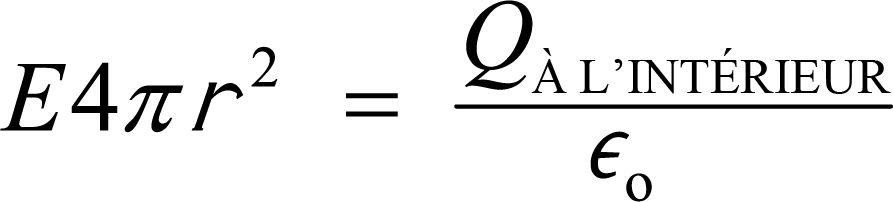
Or , l’intégrale de *dA* sur la surface de Gauss, est la somme de tous les éléments d’aire qui composent la surface de Gauss. Cela signifie qu’il s’agit simplement de l’aire totale de la surface de Gauss. La surface de Gauss, étant une sphère de rayon **, a une aire de 4π** 2. Le théorème de Gauss se présente donc comme suit :



Bon, il est temps de s’occuper du côté droit. Comme il s’agit d’une charge ponctuelle *q* et que la surface de Gauss est une sphère centrée sur cette charge ponctuelle *q*, la charge à l’intérieur,

*Q*À L’INTÉRIEUR est évidemment *q*. On a donc :

On isole *E* :



*E* est positif lorsque la charge *q* est positive, ce qui signifie que le champ électrique est dirigé vers l’extérieur, comme nous l’avons supposé. *E* est négatif lorsque la charge *q* est négative; le champ électrique est alors dirigé vers l’intérieur, vers la particule chargée. Cette expression est évidemment la loi de Coulomb pour le champ électrique. Elle vous semblera peut-être plus familière si on la réécrit avec la constante de Coulomb , auquel cas le champ électrique vers l’extérieur vaut :

Ce premier exemple d’utilisation du théorème de Gauss nous a permis d’obtenir un résultat que vous connaissez déjà : le champ électrique dû à une charge ponctuelle.

# 34 Exemple du théorème de Gauss

Le dernier chapitre s’est conclus par l’utilisation du théorème de Gauss pour trouver le champ électrique dû à une charge ponctuelle. Il s’agissait d’un exemple de distribution de charge à symétrie sphérique. Dans ce chapitre, nous proposons un autre exemple impliquant une symétrie sphérique.

**Exemple 34-1**

Trouvez le champ électrique dû à une sphère uniformément chargée de rayon *R* et de charge totale *Q*. Exprimez le champ électrique en fonction de **, la distance à partir du centre de la sphère.

**Solution**

Cette distribution de charge est elle aussi invariante sous n’importe quelle rotation autour de n’importe quel axe passant en son centre. Ainsi, les mêmes arguments de symétrie employés dans le cas de la charge ponctuelle s’appliquent ici, avec pour résultat que le champ électrique dû à la sphère chargée doit être strictement dirigé radialement et que le champ électrique a une seule et même valeur en tout point d’une coquille sphérique donnée centrée sur le centre de la sphère chargée. Là encore, nous supposons que le champ électrique est orienté vers l’extérieur. S’il s’avère qu’il est dirigé vers l’intérieur, nous obtiendrons simplement une valeur négative pour la grandeur du champ électrique dirigé vers l’extérieur.

Charge *Q*, uniformément répartie dans une région sphérique (***une sphère pleine chargée***) de rayon *R*.

*E*

La surface de Gauss appropriée pour toute distribution de charge sphérique est une coquille sphérique centrée sur le centre de la distribution de charge.

*E*

Charge *Q*, uniformément répartie dans une région sphérique (***une sphère pleine chargée***) de rayon *R*.

Surface de Gauss : une coquille sphérique de rayon *.*

Bien, appliquons maintenant le théorème de Gauss.

Comme le champ électrique est radial, il est en tout point perpendiculaire à la surface de Gauss. En d’autres termes, il est parallèle au vecteur élément d’aire . Cela signifie que le produit scalaire est égal au produit des grandeurs, *E dA*. On a donc :

Encore une fois, puisque *E* a la même valeur en tout point de la surface de Gauss de rayon *r*, chaque élément *dA* de la somme infinie que constitue l’intégrale de gauche est multiplié par la même valeur de *E*. Par conséquent, on peut factoriser le *E* de la somme (intégrale), d’où :

L’intégrale de gauche est simplement la somme infinie de tous les éléments d’aire infinitésimaux qui composent la surface de Gauss, notre coquille sphérique de rayon *r*. La somme de tous les éléments d’aire est, bien sûr, l’aire totale. L’aire d’une sphère vaut 4π **2. Donc,

Maintenant, la question est celle-ci : quelle quantité de charge se trouve à l’intérieur de notre surface de Gauss de rayon **?

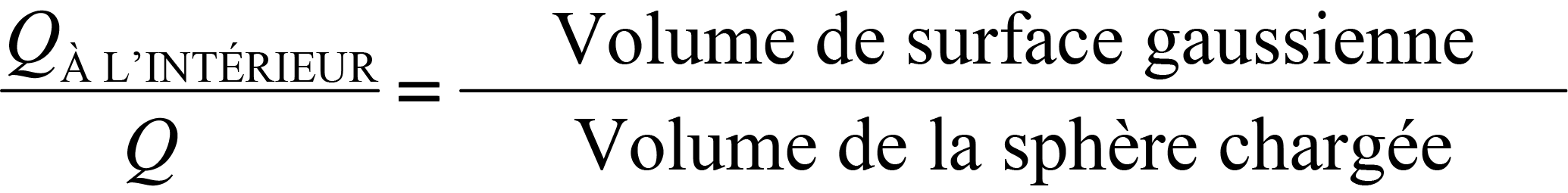
Charge *Q*, uniformément répartie dans une région sphérique (***une sphère pleine chargée***) de rayon *R*.

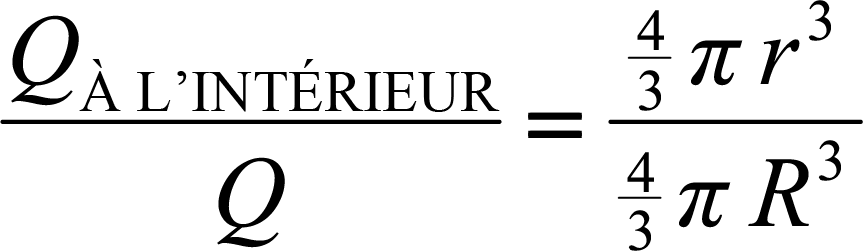
*E*

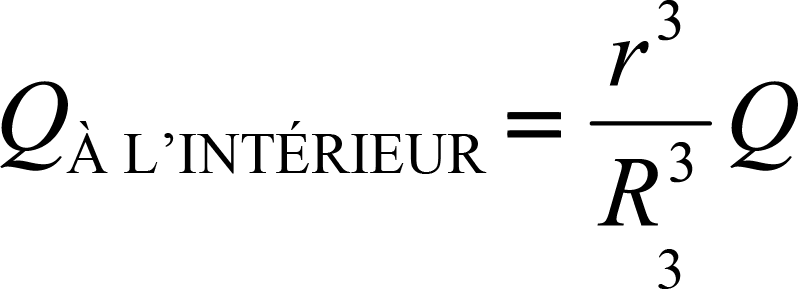
Surface de Gauss : une coquille sphérique de rayon *.*

Il y a deux façons d’obtenir la valeur de la charge intérieure. Essayons les deux et vérifions qu’elles donnent bien le même résultat.

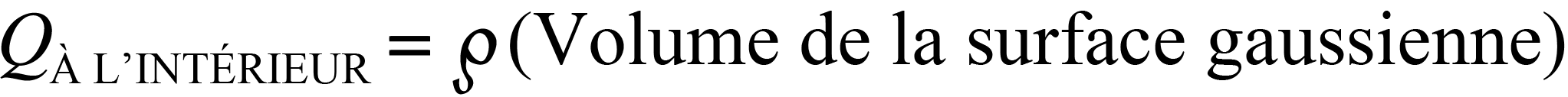
Première façon : La charge étant *uniformément* répartie dans le volume, la quantité de charge intérieure est directement proportionnelle au volume intérieur. Ainsi, le rapport entre la quantité de charge intérieure et la charge totale est égal au rapport entre le volume délimité par la *surface de Gauss* et le volume total de la sphère chargée :

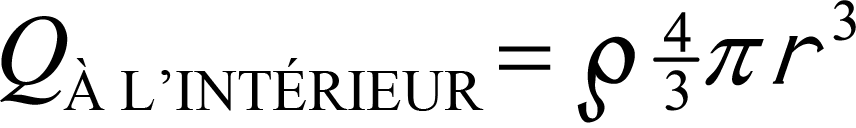




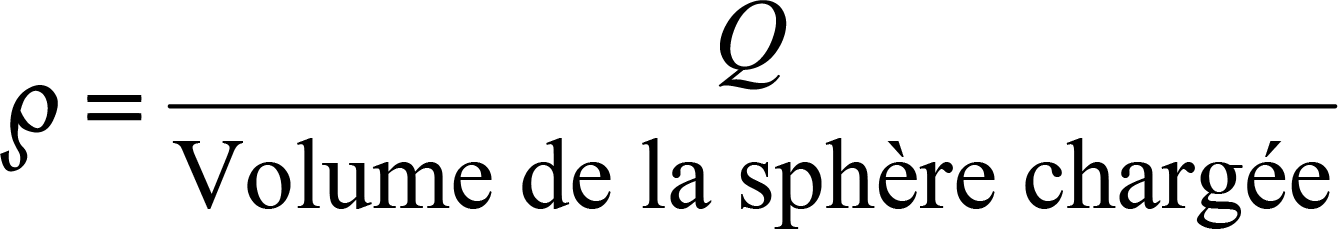


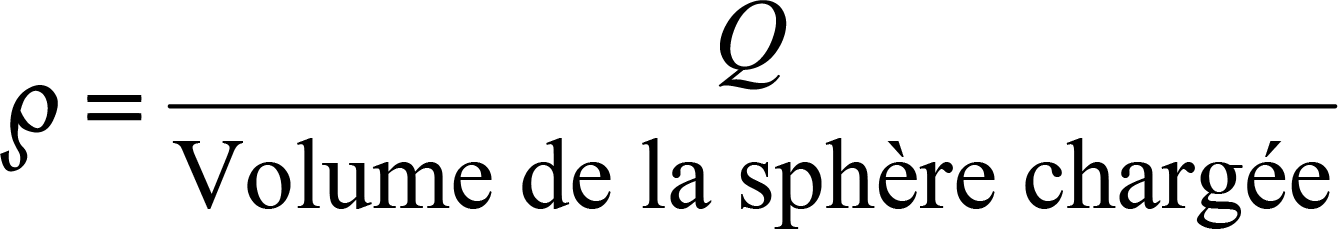
Deuxième façon : L’autre méthode consiste à passer par la *densité volumique* de charge. Pour une distribution de charge *uniforme*, la charge d’un volume équivaut au produit de ce volume par la densité volumique de charge .

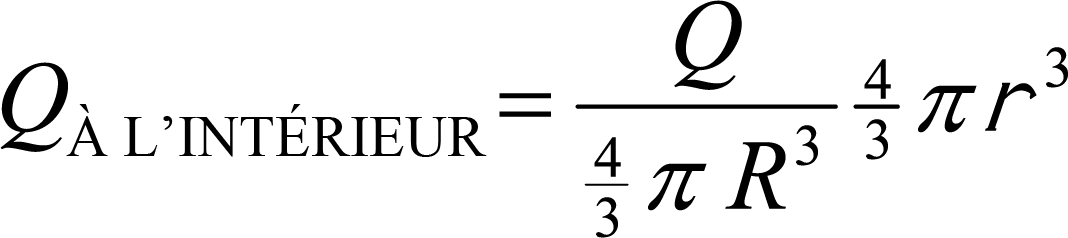


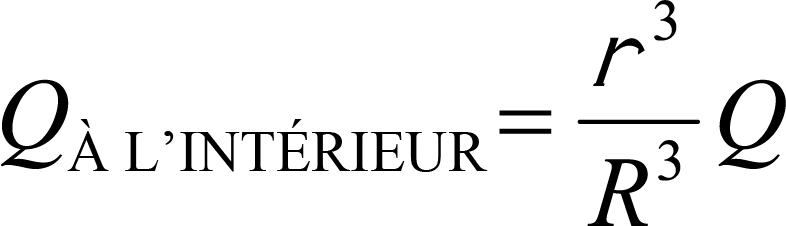


Cette méthode repose elle aussi sur *l’uniformité* de la distribution de charge. Dans une distribution de charge uniforme, la densité de charge est simplement la charge totale divisée par le volume total. Par conséquent :

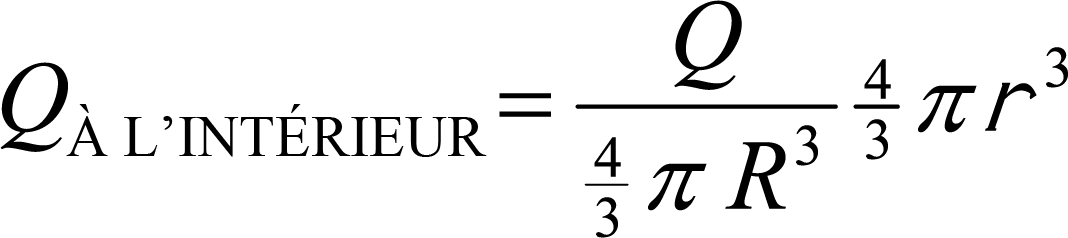


En insérant ce résultat dans l’expression  pour la charge à l’intérieur de la surface de Gauss, on obtient :





qui est bel et bien le même résultat que ce que nous avions obtenu par la première méthode.

Il y a quelques pages, nous avons utilisé le théorème de Gauss pour obtenir la relation , et nous venons de trouver une valeur algébrique de *Q*À L’INTÉRIEUR. En combinant ces deux équations, on obtient :

Voilà la grandeur du champ électrique dû à une sphère uniformément chargée aux points situés à l’intérieur de la sphère (** ≤ *R*). *E* est directement proportionnel à la distance par rapport au centre de la distribution de charge. *E* augmente avec la distance, puisque plus un point est éloigné du centre de la distribution de charge, plus il y a de charge à l’intérieur de la coquille sphérique centrée sur la distribution de charge et sur laquelle se trouve le point en question. Mais qu’en est-il des points pour lesquels ** ≥ *R*?

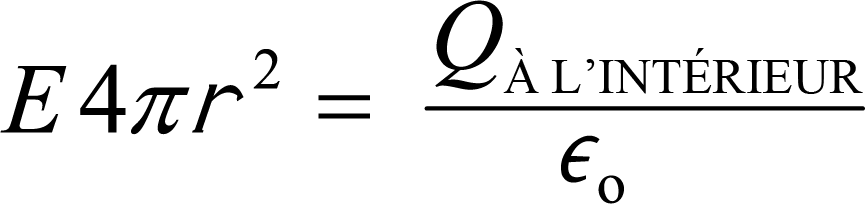
Si ** ≥ *R*,

Surface de Gauss : une coquille sphérique de rayon *.*

*E*

Charge *Q*, uniformément répartie dans une région sphérique (***une sphère pleine chargée***) de rayon *R*.

l’analyse est identique à l’analyse précédente jusqu’au point où nous avions déterminé que :



Mais pour tout ** ≥ *R*, toute la charge se trouve à l’intérieur de la surface de Gauss. « Toute la charge », c’est simplement *Q*, la charge totale de la sphère uniformément chargée. Donc,



La constante est la constante de Coulomb *k*, si bien qu’on peut écrire :

Ce résultat est identique à la loi de Coulomb pour une charge ponctuelle. Nous venons de prouver qu’aux points situés à l’extérieur d’une distribution de charge à symétrie sphérique, le champ électrique est le même que celui dû à une charge ponctuelle au centre de la distribution de charge.

# 35 Équation de Maxwell-Thomson et retour sur le théorème d’Ampère

*Équation de Maxwell-Thomson*

Vous vous souvenez du théorème de Gauss sur le champ *électrique*?doit être orienté vers le haut de la page C’est celui qui dit, en termes conceptuels, que le nombre de lignes de champ *électrique* traversant une surface ferméevers l’extérieur est proportionnel à la quantité de charge *électrique* à l’intérieur de la surface fermée. Sous forme d’équation, nous l’avons écrit comme suit :



Nous avons appelé la quantité de gauche le flux électrique

Il existe un théorème équivalent pour le champ *magnétique*. Dans un sens, il est assez similaire, car il implique une quantité appelée le flux magnétique, exprimé mathématiquement par la formule   
 qui représente le nombre de lignes de champ magnétique sortant d’une surface fermée. La grande différence est l’absence de « charge magnétique ». Autrement dit, les *monopôles magnétiques* n’existent pas. Dans le théorème de Gauss pour le champ *électrique*, le côté droit de l’équation comprend la charge électrique (divisée par **o ). Dans ce nouveau théorème pour le champ magnétique, qui s’appelle l’équation de Maxwell-Thomson, le côté droit de l’équation vaut *0*.



(35-1)

Pour ce qui est du calcul du champ magnétique, cette équation est d’une utilité limitée. Toutefois, associée au théorème d’Ampère sous forme intégrale (voir ci-dessous), elle peut se révéler utile pour calculer le champ magnétique en présence d’une forte symétrie. Elle peut également être utilisée pour vérifier les cas où le champ magnétique a été déterminé par d’autres moyens.

*Théorème d’Ampère*

Nous avons déjà beaucoup parlé du théorème d’Ampère. Selon ce théorème, *un courant crée un champ magnétique*. Vous noterez que ce théorème ne parle absolument pas de variation. Il s’agit simplement d’une relation de cause à effet. La forme intégrale du théorème d’Ampère est à la fois générale et précise. Elle se présente comme suit :

(35-2)

où :

le cercle sur le signe intégral et , la longueur différentielle, indiquent conjointement que l’intégrale (la somme infinie) s’effectue autour d’une *boucle fermée* imaginaire.

est le champ magnétique.

est un élément de trajectoire infinitésimale de la boucle fermée,

*μ*o est une constante universelle dénommée perméabilité du vide.

*I*BOUCLE est l’intensité du courant traversant la région délimitée par la boucle.

Le théorème d’Ampère sous forme intégrale dit que si, le long d’une boucle fermée, on additionne le produit des segments de boucle par la composante parallèle du champ magnétique, on obtient l’intensité du courant à travers la région délimitée par la boucle, multiplié par une constante universelle. Pour toute trajectoire fermée, l’intégrale est appelée *circulation* du champ magnétique sur cette trajectoire fermée. Ainsi, une autre façon d’énoncer la forme intégrale du théorème d’Ampère est de dire que la circulation du champ magnétique sur toute trajectoire fermée est directement proportionnelle à l’intensité du courant qui traverse la région délimitée par la trajectoire. Voici une représentation schématique :

Élément infinitésimal de la boucle imaginaire

Boucle imaginaire

*d*

*I*

Fil parcouru par un courant (en d’autres termes, parcouru par une charge)

Dans cette image, je montre tout sauf le champ magnétique. L’idée est que pour chaque segment infinitésimal de la boucle imaginaire, on fait le produit scalaire du champ magnétique , à la position du segment , par le segment . On additionne ensuite tous les produits scalaires. Le total est égal à *μ*0 fois l’intensité du courant *I*  à travers la boucle.

Bien, mais à quoi ça sert? Le théorème d’Ampère sous forme intégrale est d’une utilité limitée pour nous. Il peut servir à vérifier un champ magnétique dû à un ensemble de conducteurs porteurs de courant calculé en appliquant une autre méthode (par exemple, en utilisant la loi de Biot et Savart, qui sera présentée au chapitre suivant). En outre, dans les cas impliquant un degré élevé de symétrie, on peut l’utiliser pour calculer le champ magnétique dû à une certaine intensité de courant.

Par exemple, on peut utiliser le théorème d’Ampère pour obtenir une expression mathématique de la grandeur du champ magnétique dû à un fil rectiligne infini. Je vais intégrer notre compréhension du fait que, pour un segment de fil parcouru par un courant, le courant crée un champ magnétique qui forme des boucles autour du fil conformément à la règle de la main droite. En effet, nous savons déjà que pour un long fil droit parcouru par un courant qui s’éloigne directement de vous, le champ magnétique s’étend en boucles autour du fil qui, de votre point de vue, tournent dans le sens des aiguilles d’une montre.

***I***

*B*

Compte tenu de la symétrie, on peut affirmer que la grandeur du champ magnétique est la même en un point donné qu’en tout autre point situé à la même distance du fil. Pour appliquer le théorème d’Ampère, il faut choisir une boucle imaginaire, appelée boucle d’Ampère dans ce contexte, qui permette d’obtenir des informations utiles à partir du théorème d’Ampère. Dans ce cas, il s’avère judicieux de choisir un cercle dont le plan est perpendiculaire au fil et dont le centre se trouve sur le fil.

Pour la boucle imaginaire (la boucle d’Ampère), on choisit un cercle de rayon **.

*r*

*B*

***I***

À ce stade, je souhaite vous donner quelques informations directionnelles sur la forme intégrale du théorème d’Ampère. En ce qui concerne  : chaque vecteur peut, d’un point de vue donné, être caractérisé comme représentant un pas le long de la trajectoire. Ce pas peut être soit dans le sens des aiguilles d’une montre, soit dans le sens inverse des aiguilles d’une montre. Et si un segment est dans le sens des aiguilles d’une montre, les autres segments doivent tous être dans le sens des aiguilles d’une montre. Pareillement, si un segment est dans le sens inverse des aiguilles d’une montre, les autres segments doivent tous être dans le sens inverse des aiguilles d’une montre. Ainsi, lorsqu’on effectue l’intégrale autour de la boucle fermée, la traversée de la boucle se fait soit dans le sens des aiguilles d’une montre, soit dans le sens inverse des aiguilles d’une montre. Voici maintenant l’information essentielle sur la direction : lorsque le champ magnétique induit par le courant qui passe par la boucle est dans le même sens (horaire ou antihoraire) que la traversée de la boucle, l’intensité du courant est considérée comme étant positive. (Évidemment, le courant et le champ magnétique sont reliés par la règle de la main droite.) Voici le schéma si je choisis de parcourir la boucle dans le sens des aiguilles d’une montre :

Boucle imaginaire (boucle d’Ampère)

*d*

*B*

***I***

**

Dans cette configuration, l’intensité du courant*I* est considérée comme positive. Si vous enroulez vos doigts autour de la boucle dans le sens des aiguilles d’une montre, votre pouce pointe vers la page. Cela signifie que le courant qui traverse la boucle et qui s’éloigne de vous est positif. C’est exactement le type de courant dont il s’agit ici. Ainsi, lorsqu’on insère ce *I* dans l’équation générique (théorème d’Ampère),

à la place de l’intensité du courant *I*BOUCLE, il est accompagné d’un signe « + ».

Avec la boucle que j’ai choisie, chaque est exactement parallèle au champ magnétique  à la position de, de sorte que est simplement *B  d*. Ainsi, avec la boucle d’Ampère, le théorème d’Ampère peut être simplifié comme suit :

De plus, compte tenu de la symétrie, toujours avec la même boucle d’Ampère, la grandeur du champ magnétique *B* a une seule et même valeur en tout point de la boucle. On peut donc factoriser la grandeur du champ magnétique *B* de l’intégrale, On a donc :

Voilà qui est déjà pas mal plus simple! L’intégrale *d* est simplement la somme de tous les *d* qui composent notre boucle imaginaire (un cercle) de rayon ** . Tiens, c’est tout bonnement la circonférence d’un cercle,  . Ainsi, le théorème d’Ampère devient :

d’où :

Voilà le résultat final. La grandeur du champ magnétique dû à un long fil rectiligne est directement proportionnelle à l’intensité du courant dans le fil et inversement proportionnelle à la distance du fil.

*Long solénoïde rectiligne*

Un solénoïde est une bobine de fil en forme de coquille cylindrique. Le solénoïde idéalisé que nous considérons ici est infiniment long, mais il a un rayon fini fixe *R* et un courant fini d’intensité constante *I.*

*I*

Il est également caractérisé par son nombre de tours par unité de longueur, *n*. Chaque spire (enroulement) forme une boucle de courant circulaire. En fait, poussons l’idéalisation plus loin et considérons notre solénoïde comme un ensemble infini de boucles de courant circulaires. Un solénoïde réel se rapproche de ce solénoïde idéalisé, mais en regardant du dessus, il y a un décalage entre le début et la fin de chaque spire. (Ce décalage est égal au diamètre du fil.) Par conséquent, dans un solénoïde réel, il y a (vu du dessus) un courant de gauche à droite ou de droite à gauche (selon le sens dans lequel le fil s’enroule). Dans un solénoïde idéal, on ne se préoccupe pas de ce courant latéral et on considère que le courant ne fait que se déplacer en boucles.

Notre but est de déterminer le champ magnétique dû à un solénoïde idéal de longueur infinie qui a un nombre de spires par unité de longueur *n*, un rayon *R* et qui est parcouru par un courant d’intensité *I*.

On commence par examiner le solénoïde en coupe transversale. Par rapport au schéma ci-dessus, imaginons qu’on regarde le solénoïde depuis l’extrémité gauche. De ce point de vue, la section transversale est un cercle avec un courant dans le sens des aiguilles d’une montre :

Essayons une boucle d’Ampère en forme de cercle dont le plan est perpendiculaire à l’axe de symétrie du solénoïde et qui est centré sur l’axe de symétrie du solénoïde.

Pour la boucle imaginaire (la boucle d’Ampère), on choisit un cercle de rayon **.

*R*

*I*

*d*

*R*

*I*

**

Par symétrie, si le champ magnétique a une composante parallèle à , alors il doit avoir exactement la même composante pour chaque de la trajectoire fermée. Mais cela entraînerait une circulation non nulle, en contraction avec le fait qu’aucun courant ne traverse la région enfermée par la boucle. C’est vrai pour n’importe quelle valeur de **. Ainsi, le champ magnétique ne peut pas avoir de composante tangente au cercle dont le plan est perpendiculaire à l’axe de symétrie du solénoïde et qui est centré sur l’axe de symétrie du solénoïde.

Supposons maintenant que le champ magnétique ait une composante radiale. Compte tenu de   
la symétrie, il devrait se diriger partout radialement vers l’extérieur à partir de l’axe de symétrie du solénoïde, ou partout radialement vers l’intérieur. Dans les deux cas, on peut construire une coquille cylindrique imaginaire dont l’axe de symétrie coïnciderait avec celui du solénoïde.   
Le flux magnétique net à travers une telle surface ne serait pas nul, ce qui contredirait l’équation de Maxwell-Thomson. Le champ magnétique du solénoïde ne peut donc pas avoir de composante radiale.

Le seul type de champ que nous n’avons pas exclu est celui qui est partout parallèle à l’axe de symétrie du solénoïde. Voyons si un tel champ mènerait aussi à des contradictions.

Voici le solénoïde en coupe transversale, de côté. En haut de la bobine, le courant entre dans la page; en bas, il en sort. L’éventuel champ magnétique longitudinal (parallèle à l’axe de symétrie du solénoïde) est inclus dans le schéma.

B

*I*

Les rectangles dans le schéma représentent des boucles d’Ampère. Le courant net à travers n’importe laquelle des boucles, dans n’importe quelle direction (loin de vous ou vers vous), est nul. La circulation est donc nulle. Étant donné que le champ magnétique à droite et à gauche de n’importe quelle boucle est perpendiculaire aux côtés droit et gauche de la boucle, il ne contribue pas à la circulation à cet endroit. Compte tenu de la symétrie, le champ magnétique en un point du sommet d’une boucle est le même qu’en tout autre point du sommet de la même boucle. Par conséquent, si on parcourt n’importe quelle boucle dans le sens antihoraire (de notre point de vue), la contribution à la circulation est –*B*HAUT*L*, où *L* est la longueur des segments supérieur et inférieur de la boucle. Le « – » vient du choix (arbitraire) de parcourir la boucle dans le sens antihoraire et que, ce faisant, chaque du haut de la boucle est dans la direction opposée à celle du champ magnétique au sommet de la boucle. La contribution à la circulation du segment inférieur de la même boucle est +*B*BAS*L* . Voici donc ce que nous avons jusqu’à présent :

(où le courant net traversant n’importe laquelle des boucles représentées est nul par inspection.)

0 + –*B*HAUT*L* + 0 + *B*BAS *L* = 0

(les deux zéros du côté gauche de l’équation proviennent des côtés droit et gauche de la boucle, où le champ magnétique est perpendiculaire à la boucle.)

En isolant *B*BAS, on voit que, pour chaque boucle du schéma (en fait, pour chacune de l’infinité de boucles enfermant un courant net nul) :

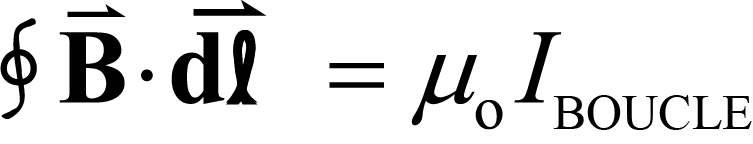
*B*BAS = *B*HAUT

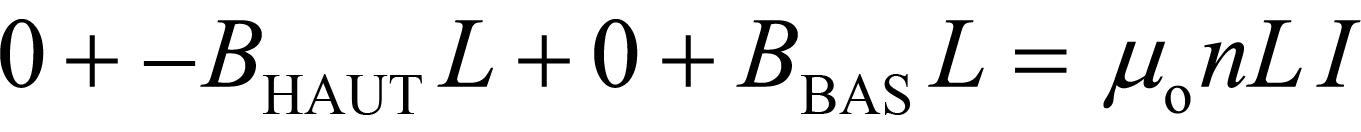
Cela signifie que le champ magnétique en tous points à l’extérieur du solénoïde a une seule et même grandeur. Il en va de même pour tous les points à l’intérieur du solénoïde, mais la valeur à l’intérieur du solénoïde peut être différente de la valeur à l’extérieur. Prenons une boucle à travers laquelle le courant net n’est pas nul :

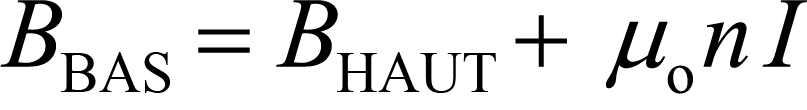
L

*I*

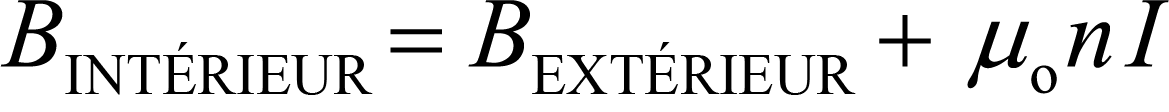
B

Là encore, je choisis de faire le tour de la boucle dans le sens antihoraire (de notre point de vue). Ainsi, selon la règle de la main droite, le courant sortant de la page à travers la boucle est positif. Comme le nombre de spires par unité de longueur du solénoïde est *n*, pour la boucle représentée ci-dessus, on a, :





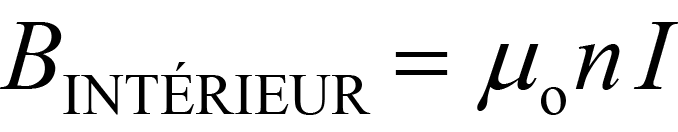
Le bas de la boucle se trouve à l’intérieur du solénoïde, et nous avons montré que la grandeur du champ magnétique est constante en tout point à l’intérieur du solénoïde. Je vais appeler cette grandeur *B*INTÉRIEUR, de sorte que *B*BAS = *B*INTÉRIEUR. De même, nous avons constaté que la grandeur du champ magnétique est constante en tout point à l’extérieur du solénoïde (et que cette grandeur n’est pas forcément la même qu’à l’intérieur). Appelons-la *B*EXTÉRIEUR, de sorte que *B*HAUT = *B*EXTÉRIEUR. Ainsi :



L’équation de Maxwell-Thomson, la symétrie et la loi d’Ampère ne me permettent pas d’aller plus loin. À ce stade, je dois utiliser les résultats expérimentaux obtenus avec de longs solénoïdes finis. Expérimentalement, on constate que le champ magnétique à l’extérieur du solénoïde est négligeable, mais pas celui à l’intérieur du solénoïde. Si on dit que

*B*EXTÉRIEUR = 0

on voit que le champ magnétique à l’intérieur d’un long solénoïde rectiligne est :



# 36 Loi de Biot et Savart

La loi de Biot et Savart nous permet de déterminer le champ magnétique en un point vide P de l’espace dû au courant dans un fil. L’idée sous-jacente à la loi de Biot et Savart est que chaque élément infinitésimal du fil conducteur de courant apporte une contribution infinitésimale au champ magnétique au point vide de l’espace. Une fois que l’on a trouvé chacune de ces contributions, il suffit de les additionner. Bien entendu, il existe un nombre infini de contributions au champ magnétique au point P, chacune d’entre elles étant un vecteur. Il faut donc faire une somme infinie de vecteurs. Voilà qui devrait vous sembler familier. Vous avez fait ce genre de choses lorsque vous avez calculé le champ *électrique* au chapitre*30 Champ électrique d’une distribution de charge linéique et continue****.*** C’est un peu la même chose ici, sauf qu’il s’agit du champ *magnétique*.

La loi de Biot et Savart donne la contribution infinitésimale au champ magnétique au point P due à un élément infinitésimal du fil porteur de courant. Le schéma suivant permet d’illustrer la loi de Biot et Savart.

*I*

*r*

P

*d*

*dB*

La loi de Biot et Savart dit que :

(36-1)

La loi de Biot et Savart est une méthode simple et puissante pour calculer le champ magnétique dû à une distribution de courant.

*Exemple* 36-1

Calculez le champ magnétique dû à un long fil droit transportant un courant d’intensité *I* le long de l’axe *z* dans la direction *z* positif. Traitez le fil comme s’il s’étendait à l’infini dans les deux directions.

*Solution*

x

y

z

*d*

*I*

P

(*x,y,z*)

**

*z* ′

*dB*

Chaque élément infinitésimal du conducteur de courant apporte une contribution au champ magnétique total au point P.

Le vecteur  va de l’élément infinitésimal à (0,0, *z*′ ) jusqu’au point P à (*x*,  *y*,  *z*).

La grandeur de  est donc :

Le vecteur  pointe dans la direction *+z* et peut donc être exprimé sous la forme.

En insérant ces expressions pour , ** et dans la loi de Biot et Savart,

on obtient :

Voyons cela de plus près, composante par composante. Pour la composante x, on a :

En intégrant *z*′ de −∞ à ∞, on obtient :

Je vais opter pour la substitution de variable suivante :

*u* = *z* – *z*′

*du* = – *dz*′, donc *dz*′ *=* – *du*

Borne supérieure : en évaluant *u* = *z* – *z*′ à *z*′ = ∞, on obtient −∞.

Borne inférieure : en évaluant *u* = *z* – *z*′ à *z*′ = −∞, on obtient ∞.

L’intégrale devient donc :

On utilise l’un des signes moins pour inverser les bornes de l’intégrale :

En utilisant la formule  de votre feuille de formules et reconnaissant que  correspond à , et que *u* est le *x* de votre feuille de formules, on a :

Je dois maintenant prendre la limite de cette expression lorsque *u* tend vers ∞, puis ensuite avec *u* tendant vers − ∞. Pour faciliter l’opération, je vais factoriser un *u* de la racine carrée au dénominateur. Mais il faut faire attention. L’expression , qui est équivalente à , est une distance. Elle est donc intrinsèquement positive, que *u* (ou *z*′, d’ailleurs) soit positif ou négatif. Ainsi, lorsqu’on sort *u* de la racine carrée, il faut utiliser des signes de valeur absolue. Pour le dénominateur :  , donc

Passons maintenant à la composante *y*. Pour rappel, nous avions :

donc

Mais, à ceci près que –*y* a été remplacé par *x*, c’est la même expression que pour . Et ces valeurs (–*y* dans l’expression de  et *x* dans l’expression de ), en ce qui concerne l’intégration de *z*′, sont traitées comme des constantes. Elles n’ont aucune incidence sur l’intégration, elles font simplement « partie du voyage ». On peut donc utiliser le résultat précédent en remplaçant le terme –*y* dans l’expression de  par *x*. Autrement dit, sans avoir à refaire tout le processus d’intégration, on a :

ĵ

Comme il n’y a pas de composante *z* dans l’expression

 ne doit pas avoir de composante *z*.

En insérant nos valeurs de  dans l’expression en****, ****, **** de    
(à savoir ), on a :



La quantité  est simplement , le carré de la distance entre le point P et le fil conducteur (rappelons que nous cherchons le champ magnétique dû à un fil portant un courant d’intensité *I* dirigé le long de l’axe*z* de −∞ à +∞)

En outre, le vecteur a pour grandeur . Le vecteur unitaire  pointant dans la même direction que est donc donné par :

Si on exprime le vecteur comme étant le produit de sa grandeur et de son vecteur unitaire, on a :

En insérant dans l’expression , on obtient :

Notez que la grandeur de  obtenue ici, à savoir , est identique à la grandeur obtenue en utilisant la forme intégrale du théorème d’Ampère. La direction du champ magnétique en tout point P ayant les coordonnées (*x*, *y*, *z*) correspond également à « le champ magnétique s’étend en cercles autour de ce fil, dans le sens de rotation (sens horaire ou antihoraire) qui obéit à la règle de la main droite pour le courant et le champ magnétique. »

# 37 Équations de Maxwell

Dans ce chapitre, nous allons résumer une grande partie de ce que nous savons sur l’électricité et le magnétisme, de la même manière que James Clerk Maxwell a résumé ce que l’on savait sur l’électricité et le magnétisme vers la fin du XIXe siècle. Maxwell ne s’est pas contenté d’organiser et de résumer les connaissances, il les a aussi enrichies. On lui doit un ensemble d’équations connues sous le nom d’équations de Maxwell. Ses travaux ont permis de découvrir que la lumière est une onde électromagnétique.

Avant de présenter les équations de Maxwell, je voudrais revenir sur les idées abordées au chapitre 20, et je vais commencer cette révision en expliquant un moyen facile de relier la direction de propagation de la lumière aux directions des champs électriques et magnétiques qui la constituent.

Rappelons qu’une particule chargée se déplaçant dans un champ magnétique stationnaire

B

*q*

subit une force donnée par

Il s’agit de la *force de Lorentz*. Dans le cas décrit ci-dessus, selon la règle de la main droite, cette force sortirait de la page.

*B*

*F*

*q*

En observant exactement la même situation à partir du référentiel dans lequel la particule chargée est au repos, on voit un champ magnétique qui se déplace latéralement (à la vitesse ) à travers la particule. Comme seul le point de vue a changé, la particule subit la même force.

*B*

*q*

*F*

**

On introduit ensuite un « agent intermédiaire » en décidant que le champ magnétique en mouvement n’exerce pas réellement une force sur la particule chargée, mais provoque plutôt un champ électrique qui exerce cette force. Pour que la force soit prise en compte par ce champ électrique intermédiaire, ce dernier doit pointer dans la même direction que la force. L’existence de la lumière indique que ce champ électrique existe bel et bien, qu’il y ait ou non une particule chargée sur laquelle il exerce une force.

*B*

*E*

**

En résumé, partout où un vecteur de champ magnétique se déplace latéralement dans l’espace, il y a un vecteur de champ électrique, et la direction de la vitesse du vecteur de champ magnétique est cohérente avec

*direction de*  = *direction de* .

On arrive au même résultat dans le cas d’un champ électrique se déplaçant latéralement dans l’espace. (Rappelez-vous qu’au chapitre 20, nous avons vu qu’un champ électrique se déplaçant latéralement dans l’espace crée un champ magnétique).

Le but de ce bref rappel du chapitre 20 était de parvenir au résultat *direction de* = *direction de* . Cette relation de direction sera utile dans notre discussion concernant deux des quatre équations de Maxwell.

L’une des équations de Maxwell s’appelle la loi de Faraday. Elle rassemble deux idées déjà abordées, à savoir qu’une variation du nombre de lignes de champ magnétique à travers une boucle ou une bobine induit un courant dans cette boucle ou cette bobine, et qu’un vecteur de champ magnétique qui se déplace latéralement à travers un point de l’espace provoque l’existence d’un champ électrique en ce point de l’espace. La première idée est une manifestation de la seconde. Supposons, par exemple, qu’un nombre croissant de lignes de champ magnétique dirigées vers le bas traversent une boucle horizontale. L’idée est que, pour que le nombre de lignes de champ magnétique à travers la boucle augmente, il doit y avoir des lignes de champ magnétique se déplaçant latéralement à travers le matériau conducteur de la boucle (pour pénétrer à l’intérieur du périmètre de la boucle). Cela crée un champ électrique dans le matériau de la boucle qui, à son tour, pousse les particules chargées du matériau et crée ainsi un courant dans la boucle. Or, ce champ électrique aux points de l’espace occupés par la boucle conductrice existerait même s’il n’y avait pas de boucle conductrice. Si on prend une boucle imaginaire à sa place, les lignes de champ magnétique se déplaçant à travers et vers l’intérieur de la boucle produisent quand même un champ électrique dans la boucle; il n’y a simplement pas de charges à pousser dans la boucle.

Supposons qu’il y a un nombre croissant de lignes de champ magnétique dirigées vers le bas à travers une boucle imaginaire. Vue du dessus, la situation se présente comme suit :

*B* croissant

L’idée est que s’il y a un nombre croissant de lignes de champ magnétique orientées vers le bas dans la région délimitée par la boucle imaginaire, il doit y avoir soit des lignes de champ magnétique orientées vers le bas qui *entrent* dans la région délimitée par la boucle, soit des lignes de champ magnétique orientées vers le haut qui *sortent* de la boucle hors de la région délimitée par la boucle. Dans les deux cas, des lignes de champ magnétique traversent la boucle, et pour chaque ligne champ magnétique traversant la boucle, il doit y avoir un champ *électrique* associé dont une composante est tangente à la boucle. Le terme technique pour le « nombre de lignes de champ magnétique traversant la boucle » est « flux magnétique ». Cette grandeur est donnée, dans le cas d’un champ magnétique uniforme dans l’espace (mais variable dans le temps), par :

 (37-3)

où *A* est l’aire de la région délimitée par la boucle.

La loi de Faraday, telle qu’elle apparaît dans les équations de Maxwell, établit une relation entre le taux de variation du flux magnétique à travers la boucle et le champ électrique (produit par cette variation de flux) dans la boucle. Pour obtenir cette loi, on considère un segment infinitésimal d de la boucle et la contribution infinitésimale au taux de variation du flux magnétique à travers la boucle résultant du mouvement de lignes de champ magnétique à travers ce segment d dans la région délimitée par la boucle.

On agrandit ce segment infinitésimal *d* . C’est un morceau si minuscule de la boucle qu’il a l’air rectiligne.

*d*

**

*dx*

*B*

*B*

Si le champ magnétique représenté ci-dessus se déplace latéralement vers l’intérieur de la boucle à une vitesse , toutes les lignes du champ magnétique dans la région de l’aire *A* = *d dx* se déplaceront, en un temps *dt*, vers la gauche d’une distance *dx*. Autrement dit, elles se déplacent toutes de l’extérieur vers l’intérieur de la boucle, créant un changement de flux, en un temps *dt*, de :



Maintenant, si on divise les deux côtés de cette équation par le temps *dt* dans lequel le changement se produit, on a :

qui peut s’écrire comme suit :

ou

37-1

Dans le cas présent, si on regarde le schéma, on voit que  et sont perpendiculaires, si bien que la grandeur de est simplement *B*. En ce cas, puisque (de l’équation 20-1, avec y à la place de ), on a *E* = *B*. En remplaçant le produit *B* apparaissant à droite de l’équation 37-1 (), on obtient , que je reproduis en haut de la page suivante :

On peut généraliser ce résultat au cas où le vecteur vitesse n’est pas perpendiculaire au segment de boucle infinitésimal, auquel cas  n’est pas parallèle à . La composante de  parallèle à , multipliée par la longueur *d*, est , et l’équation devient :

Dans cette expression, on détermine la direction de en choisissant le sens pour lequel les lignes de champ pénétrant dans la région délimitée par la boucle apportent une contribution positive au flux magnétique. La direction de est alors celle qui relie, par la règle de la main droite, le sens dans lequel tourne autour de la boucle à la direction positive des lignes de champ magnétique à travers la boucle. Avec cette convention, le signe moins est nécessaire pour que le produit scalaire ait le même signe que la variation du flux. Considérons par exemple le cas décrit dans le schéma :

*d*

**

*dx*

*B*

*B*

Il s’agit d’une boucle horizontale vue du dessus. Le sens « vers le bas » correspond à « dans la page ». En décidant que la direction positive du flux est vers le bas, les de la boucle sont positifs dans le sens horaire (vu du dessus), ce qui signifie que le du côté droit de la boucle pointe vers le bas de la page (comme illustré). Pour un champ magnétique orienté vers le bas et se déplaçant vers la gauche dans la boucle,  doit être orienté vers le haut de la page (étant donné que *direction de*  = *direction de* ). Comme  est dans la direction opposée à celle de , doit être négatif. Mais comme le flux est positif vers le bas, le mouvement des lignes de champ magnétique dirigées vers le bas dans la région délimitée par la boucle signifie que le flux augmente. Le côté gauche de est donc positif. étant négatif, il faut y ajouter un signe moins pour rendre le côté droit positif également.

 est le taux de variation du flux magnétique dans la région délimitée par la boucle en raison des lignes de champ magnétique qui entrent dans cette région par le infinitésimal examiné. Comme il y a un  pour chaque infinitésimal composant la boucle, il y en a donc un nombre infini. Appelons la somme infinie de tous les , et l’équation devient :



qui s’écrit généralement comme suit :

L’intégrale est appelée intégrale curviligne parce qu’on intègre le long d’une courbe, à savoir la boucle; le cercle sur le signe d’intégrale indique que la courbe en question est fermée. Cette équation est appelée loi de Faraday et fait partie des équations de Maxwell.

Le même type de raisonnement pour le cas d’un champ électrique se déplaçant latéralement à travers le périmètre d’une boucle imaginaire conduit à :

Il s’agit de l’équivalent pour une boucle de l’idée selon laquelle un champ électrique se déplaçant latéralement à travers un point vide de l’espace provoque l’existence d’un champ magnétique en ce point de l’espace. C’est une version incomplète de l’une des équations de Maxwell, connue sous le nom d’équation de Maxwell-Ampère. Contrairement au cas où les champs magnétiques se déplacent latéralement à travers le périmètre d’une boucle, le champ électrique peut se déplacer latéralement à travers le périmètre d’une boucle sans faire varier le nombre de lignes de champ électrique à travers la région délimitée par la boucle. En fait, cela se produit chaque fois qu’un courant électrique traverse la région délimitée par la boucle. On peut modéliser un courant vers le bas à travers une boucle horizontale comme une ligne verticale infinie de charge positive (par exemple, dans une gaine stationnaire de charge négative, également infinie en longueur, de sorte que la charge globale de toute longueur de la combinaison est nulle) se déplaçant vers le bas.

Boucle imaginaire fixée dans l’espace

Courant *I*BOUCLE entrant dans la page. Voyez-le comme une ligne infinie de charge positive   
(vue de l’arrière) qui s'éloigne de vous.

*E*

Comme les lignes de champ électrique sont celles des particules chargées qui composent le courant et que ces particules s'éloignent de vous, les lignes de champ électrique s'éloignent de vous.

La charge en mouvement (le courant) fait que les lignes de champ électrique se déplacent transversalement à travers le périmètre de la boucle, provoquant ainsi un champ magnétique dans ce périmètre, qui, dans le cas illustré, pointe dans le sens des aiguilles d’une montre vue du dessus. En règle générale, on ignore de côté le champ électrique intermédiaire lorsqu’on discute de cet effet; on dit qu’un courant traversant la région délimitée par une boucle crée un champ magnétique dans cette boucle. Ce phénomène est appelé le théorème d’Ampère. Une analyse minutieuse (qui n’est pas particulièrement difficile, mais je souhaite abréger cette discussion) du phénomène permet d’écrire le théorème d’Ampère sous la forme suivante :

Notez que le côté gauche est le même que le côté gauche de ce que nous avons appelé l’équation de Maxwell-Ampère. . L’équation de Maxwell-Ampère couvre le cas où le nombre de lignes de champ électrique varie dans la région délimitée par la boucle, mais où il n’y a pas de courant dans cette région. Le théorème d’Ampère couvre le cas où un courant traverse la région délimitée par la boucle, mais où le nombre de lignes de champ électrique ne varie pas dans cette région. Si une boucle est parcourue à la fois par un courant et par un nombre variable de lignes de champ électrique, il faut additionner les deux contributions au champ magnétique dans le périmètre de la boucle. Il en résulte l’équation suivante :

qui est l’équation de Maxwell-Ampère. C’est l’une des quatre équations de Maxwell.

Jusqu’à présent, dans ce chapitre, nous avons abordé deux des quatre équations connues sous le nom d’équations de Maxwell. Les deux autres (que nous avons déjà rencontrées) sont le théorème de Gauss sur le champ électrique :

et l’équation de Maxwell-Thomson pour le champ magnétique :



Voilà les quatre équations de Maxwell. Les voici réunies dans un tableau, accompagnées de leur nom et d’une description conceptuelle.

|  |  |
| --- | --- |
| **Équation de Maxwell** | **Nom et description conceptuelle** |
|  | **Théorème de Gauss sur le champ électrique –** Essentiellement une reformulation de la loi de Coulomb : une particule chargée ou une distribution de charge crée un champ électrique. |
|  | **Théorème de Gauss sur le champ magnétique –** Les monopôles magnétiques n’existent pas. |
|  | **Loi de Faraday –** Un champ magnétique variable crée un champ électrique. |
|  | **Équation de Maxwell-Ampère –** Un courant crée un champ magnétique, et un champ électrique variable crée un champ magnétique. |

Les équations ci-dessus sont données en forme intégrale. Si, pour chaque équation, on fait tendre vers zéro la taille de la surface fermée ou la de boucle, on obtient la forme différentielle de l’équation de Maxwell correspondante. Sous forme différentielle, les équations sont exprimées en termes de deux opérateurs différentiels vectoriels, la divergence et le rotationnel . Vous n’avez pas à savoir ce que ces opérateurs signifient ou comment les utiliser, mais vous devez être capable de reconnaître les équations de Maxwell lorsque vous les voyez sous forme différentielle et de les associer à la forme intégrale correspondante ainsi qu’au nom et à l’énoncé conceptuel correspondants. Les deux tableaux suivants vous y aideront :

|  |  |
| --- | --- |
| **Forme intégrale des**  **Équation de Maxwell** | **Forme différentielle des**  **Équation de Maxwell** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Le symbole représente la densité de charge et  représente la densité de courant.

|  |  |
| --- | --- |
| **Forme différentielle des**  **Équation de Maxwell** | **Nom et description conceptuelle** |
|  | **Théorème de Gauss sur le champ électrique –** Essentiellement une reformulation de la loi de Coulomb : une particule chargée ou une distribution  de charge crée un champ électrique. |
|  | **Théorème de Gauss sur le champ magnétique –**  Les monopôles magnétiques n’existent pas. |
|  | **Loi de Faraday –** Un champ magnétique variable crée un champ électrique. |
|  | **Équation de Maxwell-Ampère –** Un courant crée un champ magnétique, et un champ électrique variable crée un champ magnétique. |

1. On peut dire que, puisque la charge nette d’un objet composé d’un ensemble de particules dotées chacune d’une quantité positive de charge et d’un ensemble de particules dotées chacune d’une quantité négative de charge est simplement la somme algébrique de toutes les valeurs individuelles de la charge, il n’y a en réalité qu’un seul type de charge, et que c’est la *valeur* de la charge d’un objet qui peut être positive ou négative. (Voir *One Kind of Charge,* de John Denker, <http://www.av8n.com/physics/one-kind-of-charge.htm>.) Cependant, il est d’usage de désigner une « quantité négative de charge » comme une « quantité de charge négative » et une « quantité positive de charge » comme une « quantité de charge positive ». Nous nous plions à cet usage. [↑](#footnote-ref-1)
2. Macroscopique signifie « d’une taille visible à l’œil nu ». Ce terme s’oppose à « microscopique »   
   (visible uniquement au microscope optique), à atomique (de la taille d’un atome, environ) et à subatomique   
   (plus petit qu’un atome, par exemple de la taille d’un noyau d’atome). [↑](#footnote-ref-2)
3. Petite note de terminologie : une entité est quelque chose qui existe. J’emploie ici ce terme « entité » de préférence à « chose » ou « substance », car ces mots sous-entendraient que nous parlons de matière. Or, le champ électrique n’est pas de la matière. [↑](#footnote-ref-3)
4. « Référentiel » signifie « système de coordonnées ». [↑](#footnote-ref-4)
5. « Colinéaire » signifie « sur la même ligne ». Deux vecteurs colinéaires partagent la même direction et sont soit de même sens, soit de sens opposés. [↑](#footnote-ref-5)
6. En géométrie, une ligne est une droite. En physique, quand on parle de champs, les lignes peuvent être courbes ou droites. La notion de ligne courbe apparaît également dans la terminologie nautique : la ligne de flottaison d’un navire ou d’un bateau est courbe. Les lignes de champ électrique peuvent être courbes ou droites. [↑](#footnote-ref-6)
7. Le point d’intérêt est le point auquel nous voulons calculer le champ électrique créé par la charge ponctuelle. [↑](#footnote-ref-7)
8. Nous utilisons l’expression « vecteur de champ électrique au point P » pour mieux faire la distinction entre le champ électrique en tant qu’ensemble infini de vecteurs et le champ électrique en tant que vecteur en un point donné. À noter qu’il est courant d’utiliser l’expression « champ électrique au point P »; en contexte, on doit comprendre qu’il s’agit du « vecteur du champ électrique au point P ». [↑](#footnote-ref-8)
9. Le point dans l’espace n’a pas *nécessairement* à être vide. Nous employons l’expression « point vide dans l’espace » pour souligner le fait que ce n’est pas obligatoire d’avoir une particule chargée à l’endroit où nous calculons le champ électrique. Le fait est que ce point *peut* être vide. [↑](#footnote-ref-9)
10. C’est ce que nous appelons le modèle du porteur de charge positive pour le mouvement des charges. Nous exploitons pleinement ce modèle dans notre analyse des circuits (dans des chapitres ultérieurs). Cette analyse donne des résultats exacts même si elle est généralement appliquée à des circuits dans lesquels les conducteurs presque idéaux sont des métaux, des matériaux dans lesquels les porteurs de charge sont des électrons qui, comme vous le savez, sont chargés négativement. [↑](#footnote-ref-10)
11. La « différence de potentiel électrique entre les points A et B » est la valeur du potentiel électrique au point B moins la valeur du potentiel électrique au point A. [↑](#footnote-ref-11)
12. Par définition, la capacité d’un conducteur unique est le rapport charge-tension lorsque l’objet est isolé (éloigné) de son environnement. Lorsqu’il se trouve à proximité d’un autre conducteur, on parle généralement de la capacité de la paire de conducteurs (comme nous le ferons plus loin dans ce chapitre), plutôt que de ce que j’ai appelé la « capacité effective » de l’un des conducteurs. [↑](#footnote-ref-12)
13. Le terme « source de FEM » n’a qu’un intérêt purement historique. FEM signifie force électromotrice. Il vaut mieux dire « F.E.M. » et considérer la source de FEM comme quelque chose permettant de « maintenir une différence de potentiel constante ». [↑](#footnote-ref-13)
14. Nous avons décrit ici des résistances adjacentes en série. Les éléments de circuit à deux bornes non adjacents sont également en série entre eux si chacun est en série avec un troisième élément de circuit à deux bornes. Dans cette définition, la catégorie des « éléments de circuit à deux bornes » s’élargit au-delà des éléments simples (comme les sources de FEM et les résistances) pour inclure aussi les combinaisons d’éléments, si ces combinaisons n’ont que deux bornes. [↑](#footnote-ref-14)
15. La résistance peut avoir n’importe quelle forme, en autant qu’une dimension linéaire puisse être identifiée comme la longueur de la résistance et que la section transversale (l’aire d’un plan perpendiculaire à la longueur) soit la même en tout point dans la résistance. J’emploie l’expression « forme d’un fil » pour expliciter ce que j’entends par la « longueur ». [↑](#footnote-ref-15)
16. Un porteur de charge est une particule qui possède une charge et qui est libre de se déplacer dans le matériau dont elle fait partie. [↑](#footnote-ref-16)
17. Être dissipé signifie être dispersé dans toutes les directions. [↑](#footnote-ref-17)
18. Les circuits sont constitués d’éléments de circuit et de fils, que j’appelle « conducteurs ». Plus précisément, un conducteur dans un circuit désigne n’importe quel segment de fil, ainsi que tous les autres segments de fil qui y sont connectés directement (sans éléments de circuit intermédiaires). [↑](#footnote-ref-18)
19. La grandeur du moment magnétique est une propriété fondamentale de la matière, tout aussi fondamentale que la masse *m* et la charge *q*. Pour la particule élémentaire connue sous le nom d’électron : *m* = 9,11 × 10−31 kg, *q* = 1,60 × 10−19 C et = 9,27 × 10−24 A2⋅m. Utiliser l’A⋅m2 comme unité de moment magnétique est à peu près aussi limpide que d’utiliser le N⋅s/m2 comme unité de masse, ou d’utiliser l’A⋅s comme unité de charge. (Ces deux utilisations sont correctes, soit dit en passant.) Ce serait bien si l’unité de moment magnétique avait un nom dans le système d’unités SI, mais ce n’est pas le cas. Il existe une unité non-SI pour le moment magnétique : le magnéton de Bohr (symbole :). En unités de magnétons de Bohr, le moment magnétique de l’électron est de . [↑](#footnote-ref-19)
20. Les valeurs du champ magnétique terrestre présentées ici ont été obtenues sur le site Web du National Geophysical Data Center (NGDC, États-Unis) consacré au géomagnétisme, à l’adresse <http://www.ngdc.noaa.gov/seg/geomag/geomag.shtml>. J’ai utilisé le calculateur de valeurs de champ magnétique du site pour obtenir les valeurs présentées. J’ai utilisé la latitude 42° 59’ 7” et la longitude 71° 30’ 20” (l’emplacement de mon bureau au Goulet Science Center, obtenu à partir d’une carte topographique) et la date du 20 février 2006. Allez voir le site Web, il fournit des informations intéressantes sur le champ magnétique terrestre. [↑](#footnote-ref-20)
21. Nous ne l’avons pas prouvé, nous ne faisons que l’affirmer, sans preuve. [↑](#footnote-ref-21)
22. J’ai obtenu les valeurs de moment magnétique sur le site Web de l’Institut national américain des normes et de la technologie (NIST) (www.nist.gov) et je les ai arrondies à trois chiffres significatifs. [↑](#footnote-ref-22)
23. N’importe quel matériau conducteur fera l’affaire, j’ai choisi l’or arbitrairement. [↑](#footnote-ref-23)
24. Par « transitoire », je veux dire *qui existe pendant un court intervalle de temps*. [↑](#footnote-ref-24)
25. En tout point traversé par la lumière en question, le champ électrique de la lumière varie dans le temps de manière sinusoïdale. J’utilise le symbole Emax pour représenter l’amplitude des oscillations dues à une source en un tel point. Cette amplitude varie d’un endroit à l’autre, à la fois parce qu’elle diminue lorsqu’on s’éloigne de la source et parce que les deux sources ponctuelles dont il est question ici sont en fait des ensembles infinis de sources ponctuelles. [↑](#footnote-ref-25)
26. Remarque : Ce n’est pas sécuritaire de lancer des objets sur des chandelles allumées. Je le déconseille fortement! [↑](#footnote-ref-26)
27. Nous allons ici nous pencher non pas sur une distribution continue, mais sur une distribution discrète, soit un assemblage de plusieurs particules individuelles séparées les unes des autres par une certaine distance. Dans une distribution continue, la charge est « étalée » le long d’une ligne ou dans une région de l’espace. [↑](#footnote-ref-27)
28. C’est le cas du champ électrique dû à une distribution de charge linéique le long de la même ligne que la distribution, mais en dehors de celle-ci. [↑](#footnote-ref-28)
29. Pour réduire la complexité des problèmes que vous allez traiter, nous allons nous restreindre au champ électrique en un point du plan *x-y* dû à une distribution de charge dans le plan *x-y*. Ainsi, Ez = 0 par inspection, et nous omettons cette dimension de la discussion. [↑](#footnote-ref-29)